

ВЫСШЕЕ ОБРАЗОВАНИЕ

серия основана в 1996 г.



ОБЩАЯ ФИЗИКА

РУКОВОДСТВО ПО ЛАБОРАТОРНОМУ ПРАКТИКУМУ

Учебное пособие

Под редакцией И.Б. Крынецкого и Б.А. Струкова

*Допущено Научно-методическим советом по физике
Министерства образования и науки Российской Федерации
в качестве учебного пособия для студентов вузов,
обучающихся по естественно-научным,
техническим и педагогическим
направлениям и специальностям*

Москва
ИНФРА-М
2008

УДК 53(075.8)
ББК 22.3я73
О28

Рецензенты:

д-р физ.-мат. наук, проф. *С.Д. Бенеславский* (зав. кафедрой физики Академии ФСБ);

д-р физ.-мат. наук, проф. *Ю.К. Фетисов* (МИРЭА — Технический университет).

Общая физика: руководство по лабораторному практикуму: Учеб. пособие / Под ред. И.Б. Крынецкого и Б.А. Струкова. — М.: ИНФРА-М, 2008. — 599 с. — (Высшее образование).

ISBN 978-5-16-003288-7

Содержит подробное описание 66 лабораторных работ по всем основным разделам курса общей физики: механика, молекулярная физика, электричество и магнетизм, оптика, строение вещества, в том числе атомная физика и физика твердого тела.

Для студентов вузов и преподавателей кафедр общей физики при организации лабораторного практикума.

ББК 22.3я73

ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемая вниманию читателей настоящая книга является результатом многолетней работы коллектива сотрудников кафедры общей физики и магнитоупорядоченных сред физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова по созданию лабораторного физического практикума для студентов нефизических специальностей университетов. Создание практикума ставило своей целью, во-первых, обеспечение возможности самостоятельной экспериментальной проверки студентами основных физических закономерностей и, во-вторых, обучение студентов навыкам самостоятельной работы на экспериментальных установках.

В соответствии с действующей в настоящее время программой по общей физике для указанных специальностей задачи лабораторного практикума сгруппированы в пяти разделах: Механика – Электричество и магнетизм – Молекулярная физика и термодинамика – Оптика – Строение вещества. В свою очередь, каждый раздел практикума содержит задачи, отнесенные к различным темам. Всего лабораторный практикум содержит 66 задач. Для удобства студентов все задачи помимо детального описания экспериментальных установок и процесса выполнения сопровождаются достаточно подробным выводом основных соотношений, необходимых для анализа изучаемых физических явлений.

Лабораторный практикум на кафедре общей физики и магнитоупорядоченных сред непрерывно совершенствуется в течение более 50 лет, в связи с чем экспериментальные установки условно можно разделить на две группы. К первой относятся задачи, в которых студенты имеют возможность с использованием простейших приборов проводить измерения и проверять теоретические соотношения. Эти установки в свое время были изготовлены на Экспериментальном заводе физического факультета МГУ. Ко второй группе относятся экспериментальные установки с использованием современных методов наблюдения и регистрации (электронные миллисекундомеры, фотоэлектронные затворы и т.д.). Поскольку установки, относящиеся к первой группе, дают наглядное представление об изучаемом процессе, авторы сочли нецелесообразным проводить их модернизацию. По этой причине ряд задач настоящей книги содержит два варианта описания экспериментальной части и процесса выполнения задачи.

Ниже приводится список преподавателей, участвовавших в создании задач. Повторное упоминание номеров задач после фамилий преподавателей свидетельствует о совместной работе: Ю.И. Авксентьев (25, 27, 37, 39, 41, 42, 47–49, 54, 61), А.С. Андреенко (11), С.Д. Антипов (24, 63), Л.Г. Антошина (16, 18, 57), Д.В. Белов (5, 15, 18, 19, 23, 33, 38, 40, 43–46, 56), А.Е. Богданов (31, 45), И.Ю. Гайдукова (48, 49), С.Н. Горшков (59, 60), Т.И. Иванова (30, 36, 37), А.К. Куприянов (28), А.В. Мичурин (57), В.И. Неделько (20, 21, 23, 25, 66), С.А. Никитин (15), Ю.А. Овченкова (32), Т.Л. Овчинникова (10, 29, 62), Ю.Ф. Попов (20, 21, 23, 25, 26), Г.Е. Пустовалов (1, 2, 17, 28, 35, 36, 38, 39, 43, 44, 46, 50, 52, 55, 56), Е.П. Свирина (50, 58, 61), Л.А. Скипетрова (9, 14), А.А. Склянкин (12), Б.А. Струков (253), Е.В. Талалаева (22), Л.П. Шляхина (3, 4).

ТЕМА 1

ВВЕДЕНИЕ

РАЗДЕЛ 1

ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ

1. Основные понятия и соотношения

Понятие о погрешностях. Измерения не могут быть выполнены абсолютно точно. Всегда имеется некоторая неопределенность в значении измеряемой величины. Эта неопределенность характеризуется **погрешностью** – отклонением измеренного значения величины от ее истинного значения. Некоторые из причин, приводящие к появлению погрешностей:

ограниченная точность измерительных приборов;

влияние на измерение неконтролируемых изменений внешних условий (напряжения в электрической сети, температуры и т.д.);

действия экспериментатора (включение секундомера с некоторым запаздыванием, различное положение глаз по отношению к шкале прибора и т.п.);

неполное соответствие измеряемого объекта той модели, которая принята для измеряемой величины (например, при измерении объема пластинка считается параллелепипедом, в то время как у нее могут быть закругления на ребрах);

приближенный характер законов, которые используются для нахождения измеряемой величины или лежат в основе устройства прибора.

Классификация погрешностей. В зависимости от причин, приводящих к возникновению погрешностей, различают их следующие виды.

Промахи – грубые ошибки в значениях измеряемой величины.

Систематические погрешности – погрешности, которые соответствуют отклонению измеряемой величины от ее истинного значения всегда в одну сторону – либо в сторону завышения, либо в сторону занижения. При повторных измерениях в тех же

условиях величина погрешности остается неизменной. При закономерных изменениях условий погрешность также меняется закономерно.

Случайные погрешности. Даже при очень строгом соблюдении одних и тех же условий повторные измерения одной и той же величины, как правило, приводят к значениям, отличающимся друг от друга. Эта разница в значениях может вызываться причинами самой различной природы. Отклонения от истинного значения при этом могут быть как в сторону увеличения, так и в сторону уменьшения, причем величина отклонения также может быть различной.

Приборные погрешности – погрешности, связанные с точностью изготовления прибора, используемого для измерения. Они могут носить как систематический, так и случайный характер.

В зависимости от того, каким способом получают значение измеряемой величины, различают погрешности **прямых (непосредственных)** и **косвенных** измерений. **Прямыми** называются измерения, в результате которых значение измеряемой величины получают сразу по шкале прибора (например, измерение длины штангенциркулем) или при помощи какого-либо способа сравнения с эталоном (например, взвешивание на рычажных весах). **Косвенные** – это такие измерения, когда для нахождения некоторой физической величины сначала измеряют прямыми измерениями несколько других величин, а затем по их значениям с помощью каких-либо формул вычисляют значение искомой величины. Одну и ту же величину часто можно найти путем как прямых, так и косвенных измерений. Например, скорость автомобиля может быть определена по спидометру (прямое измерение) или найдена делением пройденного расстояния на время движения (косвенное измерение).

2. Промахи

Промахи, как правило, вызываются невнимательностью (например, при измерении диаметра отверстия штангенциркулем часто забывают учесть толщину его ножек). Они могут возникать также вследствие неисправности прибора. От промахов не застрахован никто, однако по мере приобретения экспериментальных навыков вероятность промахов заметно уменьшается.

3. Систематические погрешности

Систематические погрешности могут возникать по ряду причин:

несоответствие прибора эталону (например, пластмассовые линейки с течением времени обычно укорачиваются на несколько миллиметров, секундомер может иметь неправильный ход – спешить или отставать на несколько секунд в сутки);

неправильное использование прибора (например, перед взвешиванием не установлено равновесие ненагруженных весов);

пренебрежение поправками, которые нужно ввести в результаты измерения для достижения требуемой точности (например, не учтена зависимость температуры кипения воды от атмосферного давления).

Погрешности, обусловленные некоторыми из этих причин, могут быть сведены к минимуму проверкой приборов, их тщательной установкой, анализом необходимых поправок и т.д. Систематические погрешности могут быть скрыты в течение длительного времени и обычно обнаруживаются при нахождении тех же физических величин принципиально другими методами. Анализ подобного рода систематических погрешностей может в ряде случаев привести к открытию неизвестных ранее явлений природы.

В учебных лабораториях систематические погрешности принято не учитывать и поэтому их анализ не производится.

4. Случайные погрешности

Случайные погрешности вызываются неконтролируемыми причинами, влияющими на процесс измерения. Такие причины могут быть **объективными** (неровности на поверхности измеряемого предмета; дуновение воздуха, ведущее к изменению температуры; скачкообразное изменение напряжения электрической сети и т.п.) и **субъективными** (разная сила зажима предмета между ножками штангенциркуля, неодинаковое положение глаз по отношению к шкале прибора, различное запаздывание при включении секундомера и т.п.). Эти причины могут сочетаться в различных комбинациях, вызывая то увеличение, то уменьшение значения измеряемой величины. Поэтому при измерениях одной и той же величины несколько раз получается, как прави-

ло, ряд значений этой величины, отличающихся от истинного значения случайным образом.

Закономерности, описывающие поведение случайных величин, изучаются **теорией вероятностей**. Под **вероятностью** здесь подразумевается отношение числа случаев, удовлетворяющих какому-либо условию, к общему числу случаев, если общее число случаев очень велико (стремится к бесконечности). Максимальное значение вероятности равно единице (все случаи удовлетворяют заданному условию). При описании случайных погрешностей обычно используются следующие предположения:

погрешности могут принимать непрерывный ряд значений;

большие отклонения измеренных значений от истинного значения измеряемой величины встречаются реже (менее вероятны), чем малые;

отклонения в обе стороны от истинного значения равновероятны.

Эти предположения справедливы не всегда. Опыт, однако, показывает, что все же в подавляющем большинстве случаев они выполняются достаточно хорошо.

Среднее арифметическое. Пусть при измерении физической величины a получено n значений: $a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_n$. Предполагается, что среднее арифметическое этих значений (обозначаемое чертой над буквой)

$$\bar{a} = \frac{\sum a_i}{n} \quad (1)$$

стремится к истинному значению измеряемой величины, если n стремится к бесконечности. При конечном числе измерений среднее арифметическое представляет собой **наиболее вероятное значение** измеряемой величины. Теория вероятностей позволяет оценить возможное отклонение среднего арифметического от истинного значения измеряемой величины.

Погрешности отдельных измерений. За меру погрешности значения a_i , полученного при отдельном измерении, принимают разность между этим значением и истинным значением a . Но так как истинное значение a неизвестно, то вместо него берут среднее арифметическое \bar{a} серии измерений. Разности

$$\begin{aligned} \Delta a_1 &= a_1 - \bar{a}, \\ \Delta a_2 &= a_2 - \bar{a}, \\ &\dots\dots\dots \\ \Delta a_n &= a_n - \bar{a} \end{aligned} \quad (2)$$

принято называть **абсолютными погрешностями** отдельных измерений. Среди погрешностей $\Delta a_1, \Delta a_2, \dots, \Delta a_n$ встречаются как положительные, так и отрицательные. Легко показать, что алгебраическая сумма абсолютных погрешностей равна нулю.

Средней квадратичной погрешностью или **стандартным отклонением** отдельного измерения называется величина

$$S_{a_i} = \sqrt{\frac{\Delta a_1^2 + \Delta a_2^2 + \dots + \Delta a_n^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum \Delta a_i^2}{n-1}}, \quad (3)$$

где n – число измеренных значений.

Заметим, что для случая, когда проведено лишь одно измерение ($n = 1$), формула (3) неприменима, и для оценки погрешности следует пользоваться другими соображениями. Одним измерением ограничиваются, если заведомо известно, что приборная погрешность значительно превышает случайную.

Стандартное отклонение имеет следующий смысл. При большом числе измерений вероятность того, что модуль значения Δa_i не превышает S_{a_i} или, что то же самое, что значение a_i лежит в пределах от $\bar{a} - S_{a_i}$ до $\bar{a} + S_{a_i}$, составляет $0,67 \approx 2/3$. Иначе говоря, если величина a измерена, например, 100 раз, то около 67 случаев будет таких, что $\bar{a} - S_{a_i} < a_i < \bar{a} + S_{a_i}$.

Погрешность среднего арифметического. Средняя квадратичная погрешность S_{a_i} отдельного измерения, определяемая формулой (3), с возрастанием n стремится к некоторой определенной величине (собственно погрешностью согласно теории вероятностей и является этот предел). С другой стороны, среднее арифметическое \bar{a} по мере увеличения n должно приближаться к истинному значению a (если, конечно, устранены систематические погрешности). Следовательно, погрешность среднего арифметического должна при этом уменьшаться. Согласно теории вероятностей **средняя квадратичная погрешность**, или **стандартное отклонение, среднего арифметического** определяется формулой

$$S_{\bar{a}} = \frac{S_{a_i}}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum \Delta a_i^2}{n(n-1)}}, \quad (4)$$

т.е. $S_{\bar{a}}$ с возрастанием числа измерений n убывает обратно пропорционально \sqrt{n} .

Стандартное отклонение среднего арифметического имеет следующий смысл. Если проведено достаточно большое число

серий измерения некоторой величины a и каждая из этих серий содержит одинаковое достаточно большое число отдельных измерений, то вероятность того, что среднее арифметическое \bar{a} серии отличается от истинного значения a не более, чем на $S_{\bar{a}}$, составляет $0,67 = 67\%$.

Доверительный интервал и доверительная вероятность. Вероятность того, что истинное значение измеряемой величины лежит внутри некоторого интервала, называется **доверительной вероятностью** или **коэффициентом надежности**, а сам интервал — **доверительным интервалом**. Каждой доверительной вероятности соответствует свой доверительный интервал. В частности, доверительной вероятности $0,67$ соответствует доверительный интервал от $a - S_{\bar{a}}$ до $a + S_{\bar{a}}$. Однако это утверждение справедливо только при достаточно большом числе измерений (более 10), да и вероятность $0,67$ не представляется достаточно надежной — примерно в каждой из трех серий измерений a может оказаться за пределами доверительного интервала. Для получения большей уверенности в том, что значение измеряемой величины лежит внутри доверительного интервала, обычно задаются доверительной вероятностью $0,95$ – $0,99$. Доверительный интервал для заданной доверительной вероятности α с учетом влияния числа измерений n можно найти, умножив стандартное отклонение среднего арифметического на так называемый коэффициент Стьюдента $t_{\alpha n}$. Коэффициенты Стьюдента для ряда значений α и n приведены в таблице.

Число измерений n	Доверительная вероятность α			
	0,67	0,90	0,95	0,99
2	2,0	6,3	12,7	63,7
4	1,3	2,4	3,2	5,8
5	1,2	2,1	2,8	4,6
6	1,2	2,0	2,6	4,0
10	1,1	1,8	2,3	3,3
100	1,0	1,7	2,0	2,6

Окончательно для измеряемой величины a при заданной доверительной вероятности α и числе измерений n получается условие

$$\bar{a} - t_{\alpha n} S_{\bar{a}} < a < \bar{a} + t_{\alpha n} S_{\bar{a}}. \quad (5)$$

Величина $\Delta a_{\text{сл}} = t_{\alpha n} S_{\bar{a}}$ называется **случайной погрешностью** величины a .

5. Приборные погрешности

Приборные погрешности принято относить к случайным, если устранены приборные погрешности, имеющие систематический характер (весы выставлены по отвесу и уравновешены в отсутствие нагрузки, стрелка отключенного электроизмерительного прибора показывает на нуль, часы выверены по сигналам точного времени и т.д.). Такие погрешности могут возникать при изготовлении приборов или при их градуировке. Обычно довольствуются сведениями о допустимых приборных погрешностях, сообщаемых заводами-изготовителями в паспортах, прилагаемых к приборам. Завод гарантирует, что погрешности отсчета по прибору не выходят за пределы, указываемые в паспорте. При этом остаются неизвестными ни конкретная величина, ни знак погрешности, получающейся в результате отдельного измерения данным прибором. Поэтому такие погрешности следует относить к случайным погрешностям с достаточно большой доверительной вероятностью (порядка 0,95 и выше). Допустимые погрешности обычно включают в себя и те, которые могут возникнуть при приведении приборов в рабочее состояние (установке на нуль и т.п.) при условии выполнения заводской инструкции.

Допустимые погрешности некоторых приборов, используемых в лабораториях физического практикума:

Стрелочные электроизмерительные приборы по величине допустимой погрешности делятся на **классы точности**, которые обозначаются на шкалах приборов цифрами 0,1; 0,2; 0,5; 1,0;

1. Приборы, снабженные нониусом (штангенциркули, угломерные инструменты и пр.), как правило, имеют допустимую погрешность, равную цене деления нониуса:
 - а) штангенциркули с пределами измерения 0–125 мм и ценой деления нониуса 0,1 мм 0,1 мм
 - б) штангенциркули с пределами измерения 0–150 мм и ценой деления нониуса 0,05 мм 0,05 мм
 - в) штангенциркули с пределами измерения 0–250 мм и ценой деления нониуса 0,05 мм 0,1 мм
2. Микрометры 0,004 мм
3. Индикаторы часового типа для измерения малых размеров с ценой деления 0,01 мм:
 - а) с пределами измерения 0–2 мм 0,012 мм
 - б) с пределами измерения 0–10 мм 0,022 мм

4. Технические весы с нагрузкой до 5 кг и наименьшим разновеском в 100 мг	0,1 г
5. Секундомеры механические с ценой деления 0,2 и 0,1 с (при измерении промежутка времени 120 с погрешность хода по сравнению с эталонными часами)	0,1 с
6. Лабораторные ртутные термометры (без указания класса точности)	1°C

1,5; 2,5; 4,0 (цифры могут быть помещены в кружок или ромбик). Класс точности показывает величину допустимой погрешности в процентах от значения измеряемой величины, соответствующего отклонению стрелки до последнего деления шкалы. Например, если у прибора последнее деление шкалы 300 В, а класс его точности 0,5, то допустимая погрешность равна 0,5% от 300 В, или $300 \cdot 0,5 / 100 \text{ В} = 1,5 \text{ В}$. Такая же допустимая погрешность 1,5 В будет и для любого другого значения, измеряемого по этой шкале.

В случае многофункционального прибора, имеющего разные пределы измерения и дающего возможность измерять различного рода величины (силу тока, напряжение, сопротивление и т.д.), класс точности обычно не зависит от предела измерения, но может зависеть от рода тока (постоянный или переменный) и от рода измеряемой величины. На шкале такого прибора указывается несколько классов точности с условными обозначениями у каждого из них («—» или «=» — постоянный ток, «~» или «≈» — переменный ток, «≅» — и постоянный и переменный ток, «Ω» — сопротивление, «μF» или «C_x» — емкость и т.д.).

Цифровые электроизмерительные и прочие приборы имеют, как правило допустимую погрешность, составляющую 1–2 единицы последнего индицируемого разряда.

Если сведений о допустимой приборной погрешности нет, то в качестве нее можно принять половину наименьшего деления шкалы прибора или половину наименьшего значения измеряемой величины, которое еще можно найти при помощи этого прибора. Например, при измерении длины линейкой с миллиметровыми делениями за допустимую погрешность принимается 0,5 мм.

Допустимые погрешности, приведенные здесь, относятся к точности изготовления самого прибора. При измерении прибором в ряде случаев погрешность может быть заметно больше. Например, из-за трудности отсчета на глаз десятых долей миллиметра погрешность при измерении металлической линейкой

может составлять 0,2–0,3 мм, хотя сама линейка изготовлена с точностью до 0,1 мм. При измерении секундомером небольших промежутков времени (менее 5 мин) погрешность определяется не точностью хода секундомера, а запаздыванием при включении и выключении и составляет обычно 0,2–0,4 с. Подобные погрешности рассматриваются не как приборные, а как случайные.

6. Полная погрешность

Сложение погрешностей. В теории вероятностей показывается, что в тех случаях, когда погрешности вызываются несколькими независимыми друг от друга случайными причинами, то складываются не сами погрешности, а их квадраты. Поэтому **полная абсолютная погрешность** Δa измеряемой величины выражается через ее случайную $\Delta a_{\text{сл}}$ и приборную $\Delta a_{\text{пр}}$ погрешности формулой

$$\Delta a = \sqrt{\Delta a_{\text{сл}}^2 + \Delta a_{\text{пр}}^2}. \quad (6)$$

Здесь предполагается, что погрешностям $\Delta a_{\text{сл}}$ и $\Delta a_{\text{пр}}$ соответствуют приблизительно одинаковые доверительные вероятности. Такую же доверительную вероятность будет иметь и Δa .

Из формулы (6) следует, что в случае, когда одна из погрешностей $\Delta a_{\text{сл}}$ или $\Delta a_{\text{пр}}$ даже в небольшое число раз меньше другой, то ее вклад в полную погрешность оказывается незначительным. В частности, если одна из погрешностей составляет менее 1/5 другой, то ее квадрат будет уже менее 1/25 квадрата другой, а вклад в полную погрешность – менее 1/50. Ясно, что в таком случае меньшей погрешностью можно пренебречь.

В некоторых случаях при многократных измерениях получается одно и то же значение измеряемой величины. Это означает, что случайная погрешность не превышает наименьшего значения, которое может быть измерено данным прибором. В таких случаях полная погрешность целиком определяется допустимой приборной погрешностью.

Относительная погрешность. Кроме абсолютной погрешности результат также характеризуется и **относительной погрешностью**, т.е. отношением Δa к среднему арифметическому значению \bar{a} . Относительная погрешность $\Delta a / \bar{a}$ выражается в виде десятичной дроби или в процентах и показывает качество измерения.

Если при измерениях получена относительная погрешность более 10%, то говорят, что произведено не измерение, а лишь оценка измеряемой величины. В лабораториях физического практикума относительная погрешность обычно составляет 1–10%. В научных же лабораториях измерения некоторых физических величин, таких, например, как длина световой волны, осуществляются с точностью порядка миллионной доли процента.

Запись приближенных чисел. Поскольку значения физических величин, полученные в результате измерений, имеют погрешности, они выражаются не точными, а приближенными числами. **Незначащими цифрами** приближенного числа называются нули, стоящие слева в десятичных дробях до первой отличной от нуля цифры, и нули, поставленные в конце числа, вместо цифр, отброшенных при округлении. Остальные цифры называются **значащими**. Например, в числе 0,0123 значащие цифры 1, 2, 3; в числе 508000, полученном округлением числа 507893, три нуля – незначащие (незначащие нули подчеркнуты). В конце числа могут быть и значащие нули. Так, например, во втором числе выражения $5 \text{ км} = 5000 \text{ м}$ нули не заменяют отброшенные при округлении цифры, а выражают точное соотношение между единицами длины.

Для того чтобы числа не содержали незначащих нулей, их принято записывать в показательной (экспоненциальной) форме с запятой после первой значащей цифры. В этом случае числа предыдущих примеров имеют вид: $0,0123 = 1,23 \cdot 10^{-2}$; $508000 = 5,08 \cdot 10^5$. Значащие нули при такой записи не отбрасываются: $5 \text{ км} = 5,000 \cdot 10^3 \text{ м}$.

В числах, выражающих значения, для которых указана погрешность, последняя цифра (**сомнительная**) стоит в том же разряде, что и первая значащая цифра погрешности. Цифры, находящиеся в следующих разрядах как самого числа, так и его погрешности, должны быть отброшены как **неверные** по правилам округления, причем погрешность округляют всегда в сторону увеличения. Таким образом, сама погрешность содержит только одну значащую цифру. Однако если первая цифра погрешности единица, то в погрешности оставляют две цифры, а в самом числе сохраняют лишний разряд. Наконец, если данное число не является окончательным результатом, а будет участвовать в каких-либо вычислениях, то в нем, как и в его погрешности, сохраняют лишний разряд.

Запись окончательного результата измерения. В записи окончательного результата измерения должны содержаться:

название измеряемой величины и ее буквенное обозначение;
наиболее вероятное значение измеряемой величины, т.е. значение, получающееся в результате отсчета по прибору, если измерение проводилось однократно, или среднее арифметическое этих отсчетов, если измерение проводилось несколько раз;

полная абсолютная погрешность измеряемой величины;
единица измерения, в которой выражена измеряемая величина и ее полная абсолютная погрешность;

доверительная вероятность результата;

относительная погрешность, выраженная в виде десятичной дроби или в процентах.

При записи результата измерения следует соблюдать приведенные выше правила записи приближенных чисел.

Пример. Пусть при измерении пять раз длины L предмета с помощью формул (1), (2) и (4) получены среднее арифметическое значение длины $L = 64,945$ мм и стандартное отклонение среднего арифметического $S_L = 0,057879186$ мм. Измерения проводились с помощью штангенциркуля с допустимой приборной погрешностью $\Delta L_{\text{пр}} = 0,05$ мм. Задавшись доверительной вероятностью $\alpha = 0,95$, находим по таблице коэффициент Стьюдента (см. с. 10) для пяти измерений $t_{\alpha, n} = 2,8$. Умножив на него S_L , получим случайную погрешность $\Delta L_{\text{сл}} = 0,16206172$ мм. Полагая, что доверительная вероятность приборной погрешности не менее 0,95, по формуле (6) найдем полную абсолютную погрешность измерения $\Delta L = 0,16959953$ мм и его относительную погрешность $\Delta L / \bar{L} = 0,0026114332$. Здесь предполагалось, что расчет проводился на калькуляторе с восемью значащими цифрами.

Перед окончательной записью результата полученные при расчете числа следует округлить. При этом в абсолютной погрешности ΔL , первая значащая цифра которой 1, следует оставить две значащих цифры, а в относительной погрешности $\Delta L / \bar{L}$ — одну, т.е. записать $\Delta L = 0,17$ мм и $\Delta L / \bar{L} = 0,003$. Так как последняя значащая цифра абсолютной погрешности 7 находится в разряде сотых, то результат измерения длины также следует округлить до сотых, т.е. записать $L = 64,95$ мм.

Таким образом, запись окончательного результата измерения должна иметь следующий вид:

$$L = (64,95 \pm 0,17) \text{ мм},$$
$$\Delta L / \bar{L} = 0,03 = 3\% \quad (7)$$

(доверительная вероятность 0,95).

Если результат желательно представить в метрах, то первая строка примет вид

$$L = (6,495 \pm 0,017) \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

7. Погрешности косвенных измерений

Оценка погрешностей, возникающих при косвенных измерениях, основывается на следующих предположениях:

относительные погрешности величин, полученных прямыми измерениями и участвующих в расчете искомой величины, должны быть малы по сравнению с единицей (на практике они не должны превышать 10%);

для погрешностей всех величин, участвующих в расчете, принята одна и та же доверительная вероятность. Эту же доверительную вероятность будет иметь и погрешность искомой величины;

наиболее вероятное значение искомой величины получается, если для ее расчета используются наиболее вероятные значения исходных величин, т.е. их средние арифметические значения.

Погрешность в случае одной исходной величины. Как будет видно из дальнейшего, в одних случаях нахождение погрешности величины при ее косвенном измерении удобно начинать с абсолютной погрешности, в других — с относительной.

Абсолютная погрешность. Пусть искомая величина y , измеряемая косвенно, зависит только от одной величины a , полученной прямым измерением. Границы интервала, в котором с заданной вероятностью лежит величина a , определяются средним арифметическим значением \bar{a} и полной абсолютной погрешностью Δa величины a . Это значит, что значение a может лежать внутри интервала с границами $\bar{a} \pm \Delta a$.

При косвенном измерении для величины $y(a)$ такие границы будут определяться ее наиболее вероятным значением $\bar{y} = y(\bar{a})$ и погрешностью Δy , т.е. значения y лежат внутри интервала с границами $\bar{y} \pm \Delta y$. Верхней границей для y (при монотонном возрастании) будет значение, соответствующее верхней границе a , т.е. значение $\bar{y} \pm \Delta y = y(\bar{a} + \Delta a)$. Таким образом, абсолютная погрешность Δy величины y имеет вид приращения функции $y(a)$, вызванного приращением ее аргумента a на величину Δa его абсолютной погрешности. Следовательно, можно воспользоваться правилами дифференциального исчисления, согласно ко-

торому при малых значениях Δa приращение Δy можно приближенно выразить в виде

$$\Delta y = \frac{dy}{da} \Delta a, \quad (8)$$

где $\frac{dy}{da}$ – производная по a функции $y(a)$ при $a = \bar{a}$.

Таким образом, абсолютная погрешность окончательного результата может быть вычислена с помощью формулы (8), причем доверительная вероятность соответствует той доверительной вероятности, которую имеет Δa .

Относительная погрешность. Чтобы найти относительную погрешность значения y , поделим (8) на y и примем во внимание, что $\frac{1}{y} \frac{dy}{da}$ представляет собой производную по a натурального логарифма y . В результате получится

$$\frac{\Delta y}{y} = \frac{1}{y} \frac{dy}{da} \Delta a = \frac{d(\ln y)}{da} \Delta a. \quad (9)$$

Если в это выражение подставить $a = \bar{a}$ и $y = \bar{y}$, то его значение и будет относительной погрешностью величины y .

Погрешность в случае нескольких исходных величин. В общем случае в формулу, по которой вычисляется величина y , измеряемая косвенно, может входить несколько исходных величин a , b , c , ..., для которых прямыми измерениями получены средние значения \bar{a} , \bar{b} , \bar{c} , ... и полные абсолютные погрешности Δa , Δb , Δc , Нахождение погрешности Δy величины y в этом случае основывается на следующих предположениях:

наличие погрешности одной из исходных величин не влечет за собой обязательного появления погрешностей других исходных величин, т.е. погрешности различных величин, найденных прямыми измерениями, представляют собой независимые случайные числа. Поэтому частную погрешность (вклад в общую погрешность одной из исходных величин) можно находить, полагая погрешности всех других исходных величин равными нулю;

при нахождении общей погрешности искомой величины складываться должны квадраты ее частных погрешностей так, как это делается для нахождения полной абсолютной погрешности прямого измерения, обусловленной независимыми между собой случайной и приборной погрешностями.

Абсолютная погрешность. Из пункта 1 следует, что правило для нахождения любой частной погрешности величины y такое же, как и в том случае, когда y зависит только от одной исходной величины. Но при дифференцировании в формуле (8) следует брать частную производную y по данной исходной величине, так как предположение об отсутствии погрешностей y других исходных величин соответствует постоянству этих величин. Таким образом, частные погрешности $\Delta y_a, \Delta y_b, \Delta y_c, \dots$ величины $y(a, b, c, \dots)$ вычисляются по формулам

$$\Delta y_a = \frac{\partial y}{\partial a} \Delta a, \Delta y_b = \frac{\partial y}{\partial b} \Delta b, \Delta y_c = \frac{\partial y}{\partial c} \Delta c, \dots \quad (10)$$

Здесь в выражения (10), полученные в результате дифференцирования, следует подставить средние арифметические значения исходных величин $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}, \dots$.

Абсолютная погрешность величины y , обусловленная всеми частными погрешностями, как это следует из пункта 2, равна

$$\Delta y = \sqrt{\Delta y_a^2 + \Delta y_b^2 + \Delta y_c^2 + \dots} \quad (11)$$

или

$$\Delta y = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial a} \Delta a\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial b} \Delta b\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial c} \Delta c\right)^2 + \dots} \quad (12)$$

Так как выражения (10) для частных погрешностей могут быть довольно громоздкими, то легче сначала по формулам (10) найти их численные значения, а затем воспользоваться формулой (11). Формулу же (12) вообще при этом писать не требуется.

Относительная погрешность. Вычисление относительной погрешности $\frac{\Delta y}{y}$ величины y , измеряемой косвенно, в случае ее зависимости от нескольких исходных величин a, b, c, \dots аналогично вычислению абсолютной погрешности с тем лишь отличием, что для нахождения частных относительных погрешностей берутся частные производные от натурального логарифма $y(a, b, c, \dots)$:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\Delta y}{y}\right) &= \frac{\partial(\ln y)}{\partial a} \Delta a, \quad \left(\frac{\Delta y}{y}\right) = \frac{\partial(\ln y)}{\partial b} \Delta b, \\ \left(\frac{\Delta y}{y}\right) &= \frac{\partial(\ln y)}{\partial c} \Delta c, \quad \dots \end{aligned} \quad (13)$$

После дифференцирования сюда следует подставить на место величин a, b, c, \dots их средние арифметические значения $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}, \dots$.

Относительная погрешность, обусловленная всеми частными погрешностями (13), вычисляется по формуле

$$\frac{\Delta y}{y} = \sqrt{\left(\frac{\Delta y}{y}\right)_a^2 + \left(\frac{\Delta y}{y}\right)_b^2 + \left(\frac{\Delta y}{y}\right)_c^2 + \dots} \quad (14)$$

Особый случай вычисления погрешностей. Ранее предполагалось, что при прямых измерениях каждая из величин a, b, c, \dots измеряется по несколько раз в **неизменных** условиях и что в ее полную погрешность включена приборная погрешность. Однако возможны случаи, когда величины a, b, c, \dots имеют принципиально **разные** значения, сознательно изменяемые в процессе опыта (например, ускорение свободного падения определяется по периодам колебаний математических маятников нескольких разных длин). В таких случаях рекомендуется вычислить значения искомой величины y для каждого из n опытов по отдельности:

$$y_1 = y(a_1, b_1, c_1, \dots), y_2 = y(a_2, b_2, c_2, \dots), \dots, y_n = y(a_n, b_n, c_n, \dots).$$

В качестве наиболее вероятного значения берется среднее значение:

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_n}{n}. \quad (15)$$

Случайная погрешность $\Delta y_{\text{сл}}$ величины y вычисляется так же, как и случайная погрешность при прямом измерении (формулы (2), (4), (5), в которых вместо a_1, a_2, \dots, a_n фигурируют y_1, y_2, \dots, y_n).

Вычисление приборной погрешности $\Delta y_{\text{пр}}$ производится следующим образом. По формулам (10) вычисляют частные абсолютные погрешности величины y . В эти формулы в качестве $\Delta a, \Delta b, \Delta c, \dots$ подставляют приборные погрешности соответствующих величин, а для a, b, c, \dots берут их средние значения. За квадрат приборной погрешности величины y принимают сумму квадратов частных погрешностей. Окончательно полная погрешность величины y подсчитывается по формуле

$$\Delta y = \sqrt{\Delta y_{\text{сл}}^2 + \Delta y_{\text{пр}}^2}. \quad (16)$$

Погрешности табличных значений. Если в формулу для вычисления величины, измеряемой косвенно, входят величины, значения которых берутся из математических или физических таблиц, то их вклады в погрешность искомой величины учитываются на общих основаниях наряду с погрешностями величин, полученных прямыми измерениями.

В описаниях работ физического практикума и в табличках на лабораторных столах указаны погрешности с доверительной вероятностью 0,95. Если для физических величин, приводимых в справочниках, указываются погрешности, то под ними, как правило, подразумеваются стандартные отклонения, имеющие доверительную вероятность 0,67. Для того чтобы доверительная вероятность составляла 0,95, значения этих погрешностей следует умножать на 2.

Если для величин, приводимых в физических или математических справочниках, погрешность не указана, то подразумевается, что погрешность не превышает половины единицы последнего разряда числа. Например, в значении синуса 0,479 последняя цифра 9 стоит в разряде тысячных. Поэтому погрешность данного значения не превышает 0,0005 с доверительной вероятностью 1.

В случаях когда для расчетов в физическом практикуме используются калькуляторы или компьютеры, погрешностей математических величин (числа π , значений тригонометрических функций и т.п.) учитывать не следует – они пренебрежимо малы по сравнению с погрешностями измеряемых величин.

8. Общие советы к расчету погрешностей

Расчет погрешностей обычно представляет собой достаточно трудоемкую часть экспериментальной работы. Этот расчет можно заметно облегчить, используя приводимые далее приемы.

1. Если в расчетную формулу в качестве слагаемого входит поправочный член, численная величина которого значительно меньше остальных членов, то при выводе формул (10) или (14) для частных погрешностей его можно заранее отбросить. Наличие такого члена может быть оговорено в теории, или он может быть обнаружен при численном расчете искомой величины.

2. В случае расчетных формул, представляющих собой **сумму** различных членов, вычисление погрешностей следует начинать с нахождения формул (10) для **частных абсолютных погрешностей**

тей. Относительную погрешность получают делением абсолютной погрешности на искомую величину уже после нахождения численных значений.

3. Если расчетная формула состоит из **множителей и делителей** в разных степенях (формула удобна для логарифмирования), то вычисление погрешностей начинают с нахождения формул (13) для **частных относительных погрешностей**. В этом случае абсолютную погрешность находят после расчета численных значений умножением относительной погрешности на искомую величину.

4. Во всех случаях после нахождения формул (10) или (13) для частных погрешностей нужно найти их численные значения, которые и следует подставить в формулы (11) или (14) соответственно. При этом погрешности, величина которых меньше наибольшей из погрешностей в пять раз и более, отбрасываются.

5. При вычислении погрешностей в числах, участвующих в арифметических операциях, сохраняют не более трех значащих цифр.

Применение правил нахождения погрешностей в конкретных случаях подробно разбирается в задаче № 1.

Литература

1. Зайдель А. Н. Ошибки измерений физических величин: Учеб. пособие. — 2-е изд. стер. — СПб.: Лань, 2005.
2. Деденко Л. Г., Керженцев В. В. Математическая обработка и оформление результатов эксперимента. — М.: Изд-во МГУ, 1977.
3. Тейлор Дж. Введение в теорию ошибок. — М.: Мир, 1985.

РАЗДЕЛ 2

ПРОСТЕЙШИЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ

1. Нониус

Приборы, в которых отсчет значений измеряемой величины производится по линейным и угловым (круговым) шкалам, снабжаются дополнительными отсчетными приспособлениями — **нониусами** для увеличения точности отсчета долей деления по этим шкалам. Их применение основано на том, что оценка доли деления на глаз не слишком точна, в то время как заметить, составляют ли два штриха продолжение один другого или они не-сколько сдвинуты, не составляет труда.

Нониус представляет собой небольшую шкалу, которая может перемещаться вдоль основной шкалы (рис. 1). Шкала нониуса содержит M делений, каждое из которых меньше K (K равно 1 или 2) делений основной шкалы на X/M , где X — цена (длина) деления основной шкалы. При этом длина всей шкалы нониуса составляет

$$Y = (KX - X/M)M = (KM - 1)X,$$

т.е. равна целому числу делений основной шкалы. Величина X/M называется **точностью нониуса** и равна отношению цены наименьшего деления основной шкалы к числу делений нониуса.

Изображенный на рис. 1 нониус имеет 10 делений, причем длина его деления отличается от двух делений основной шкалы на $1/10$ деления основной шкалы. Его полная длина $Y = (2 \cdot 10 - 1) = 19$ делений основной шкалы.

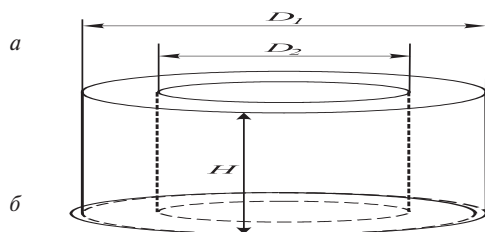


Рис. 1

Нулевой отсчет по шкале прибора, снабженного нониусом, соответствует совпадению начальных (нулевых) штрихов основной шкалы и нониуса (рис. 1а). При измерении нониус сдвигается вдоль основной шкалы. Отсчет значения измеряемой величины соответствует целому числу делений основной шкалы, за которые сдвинулся нулевой штрих нониуса, и некоторой добавки ΔL , если нулевой штрих нониуса строго не совпадает со штрихом основной шкалы (на рис. 1б нулевой штрих нониуса расположен за 11-м делением основной шкалы). Для нахождения величины ΔL ищут штрих нониуса, по возможности точно совпадающий с каким-либо штрихом основной шкалы. Пусть это штрих нониуса с номером N (на рис. 1б это штрих с номером $N-3$). Легко видеть, что предыдущий штрих нониуса с номером $N-1$ сдвинут относительно ближайшего к нему (в сторону уменьшения отсчета) штриха основной шкалы на величину X/M . Штрих нониуса с номером $N-2$ смещен от соответствующего штриха основной шкалы на $2 \cdot X/M$ и т.д. В результате нулевой штрих нониуса оказывается смещенным от предыдущего штриха основной шкалы на величину $\Delta L = N \cdot X/M$. Таким образом, величина добавки ΔL равна точности нониуса, умноженной на номер штриха нониуса, совпадающего со штрихом основной шкалы.

2. Штангенциркуль

Штангенциркуль (рис. 2) применяется для измерения линейных размеров с точностью от 0,1 до 0,02 мм. Штангенциркуль состоит из линейки (штанги) (1) с миллиметровыми делениями и подвижной рамки (2) с нониусом (3) и закрепляющим винтом (4). На штанге и рамке имеются ножки (губки) (5) и (6). Внутренние поверхности ножек плоские. При сомкнутых ножках отсчет по нониусу равен нулю. Часто штангенциркули снабжаются еще одной рамкой (7) с закрепляющим винтом (8) и гайкой (9). При закрепленном винте (8) вращением гайки (9) рамку (3) можно плавно перемещать на небольшое расстояние.

Рядом с делениями нониусов, точность которых 0,05–0,02 мм, указывается обычно не номер деления, а число сотых миллиметра, отсчитываемых при совпадении данного деления с каким-либо делением шкалы. На нониусах, точность которых 0,1 мм, цифр вообще не ставят, но делают несколько длиннее штрихи, соответствующие первому, пятому и десятому делениям.

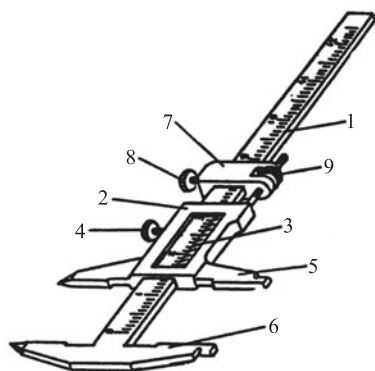


Рис. 2

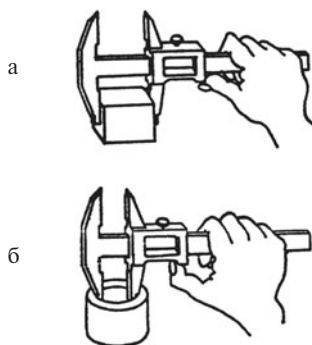


Рис. 3

При измерениях наружных размеров измеряемый предмет без большого усилия зажимается между плоскими поверхностями ножек (рис. 3а). Чтобы не сдвинуть рамку при отсчете, ее можно закрепить винтом (4). Для измерения расстояний между точками или линиями на поверхности предметов пользуются заостренными концами ножек.

Для измерения внутренних размеров служат концы ножек, имеющие закругленные внешние поверхности (рис. 3б). В этом случае к отсчету по нониусу следует прибавлять суммарную толщину ножек (ее значение в миллиметрах часто указано на самих ножках). Если внутренний размер меньше толщины ножек, то с помощью такого штангенциркуля его измерить невозможно. У некоторых штангенциркулей заостренным ножкам придана специальная форма (они заходят друг за друга). Обычно это штангенциркули с точностью нониуса 0,1 мм. При измерении внутренних размеров такими штангенциркулями к отсчету по нониусу прибавлять ничего не нужно.

3. Микрометр

Микрометр (рис. 4) служит для измерения линейных размеров обычно с точностью 0,01 мм. Он состоит из скобы (1) с пяткой (2) и трубкой (стержнем) (3). В трубке имеется резьба, в которую ввинчен микрометрический винт (4). Один конец винта выходит внутрь скобы против пятки, а на другом его конце закреплен барабан (5). Барабан оканчивается фрикционной головкой (трещоткой) (6). На скобе около трубки имеется винт (7),

препятствующий вращению барабана (у разных микрометров этот винт может быть разной формы). Чтобы этот винт не мешал вращению барабана, его не нужно затягивать.

Для измерения предмет помещается между микрометрическим винтом и пяткой (расстояние между ними должно быть достаточным для помещения предмета). Затем вращением винта предмет зажимается между винтом и пяткой. Сначала винт вращается за барабан, окончательный же зажим (последние 1–2 оборота) производится вращением винта за фрикционную головку. После того как достигнута определенная степень нажатия винта на предмет (5–6 Н), фрикционная головка начинает проскакивать с характерным треском. Благодаря этому измеряемый предмет деформируется сравнительно мало (его размеры заметно не искажаются), вдобавок микрометрический винт предохраняется от порчи.

При каждом обороте винта расстояние между винтом и пяткой изменяется на величину шага винта, равную 0,5 мм. Так как шкала, идущая вдоль края барабана, содержит 50 делений, то повороту винта на одно деление барабана соответствует изменение расстояния между винтом и пяткой на 0,01 мм. На трубке имеется миллиметровая шкала, разделенная на две части чертой, идущей вдоль трубки. Деления этой шкалы, находящиеся над чертой, сдвинуты относительно делений, находящихся под чертой, на 0,5 мм. Когда винт касается пятки (измеряемый размер равен нулю), из-под края барабана видно лишь нулевое деление ниже черты, а нулевое деление на барабане должно совпадать с чертой (если это не выполняется, следует обратиться к преподавателю или лаборанту).

При измерении размеров предмета целое число миллиметров определяется последним показавшимся из-под края барабана нижним делением на трубке. Сотые доли миллиметра отсчитываются на шкале барабана против черты. Если из-под края барабана показалось еще и очередное верхнее деление, то к полученному значению нужно прибавить 0,50 мм. Однако следует иметь в виду, что очередное деление из-под края барабана показывается еще до того, как барабан сделал полный оборот

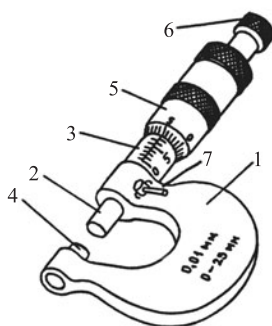


Рис. 4

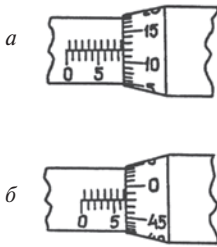


Рис. 5

(иначе деления пришлось бы делать бесконечно тонкими). Поэтому если отсчет по шкале барабана превышает 30 делений, то показавшееся из-под края барабана деление (верхнее или нижнее) принимать во внимание не нужно. На рис. 5 показаны отсчеты: 8,62 мм (а) и 6,48 мм (б).

Перед началом работы следует убедиться в том, что при сомкнутых винте и пятке микрометр дает нулевой отсчет.

4. Секундомер

Стрелочный механический секундомер предназначен для измерения малых промежутков времени (до 30 мин). У секундомера имеется две стрелки: большая – секундная и малая – минутная. Цена самого маленького деления секундной шкалы – 0,2 с. Секундная стрелка движется скачками также через 0,2 с. Поэтому наибольшая абсолютная точность, которую можно достичь секундомером, составляет 0,2 с. Один оборот секундной стрелки длится 1 мин = 60 с. За это время минутная стрелка перемещается на одно деление.

Управляет всеми действиями секундомера так называемая головка. При ее вращении заводится пружина. Чтобы стрелки пришли в движение, нажимают головку до упора (начало измерения промежутка времени). При вторичном нажатии головки стрелки останавливаются (конец измерения промежутка времени). Производится отсчет времени. Третье нажатие на головку возвращает стрелки к исходным (нулевым) делениям своих шкал – секундомер готов к следующему измерению.

Есть секундомеры с двумя головками. С помощью одной из них осуществляются завод секундомера, пуск и остановка стрелок (так же, как и у секундомера с одной головкой), другая служит только для возврата стрелок в начальное положение.

Заводить секундомер рекомендуется перед началом пользования. После пользования не следует останавливать секундомер – он должен идти до полного спуска заводной пружины.

5. Технические весы

Точкой опоры коромысла (равноплечего рычага) технических весов является стальная призма, находящаяся на середине коро-

мысла и обращенная острым ребром вниз. Призма опирается на стальную пластинку, расположенную наверху центральной колонки. На концах коромысла находятся призмы, обращенные острым ребром вверх. На эти призмы опираются подвесы чашек. Посередине коромысла закреплена длинная стрелка, положение которой можно отсчитывать при помощи небольшой шкалы, находящейся в нижней части колонки. Весы снабжены арретиром – приспособлением, закрепляющим коромысло и чашки весов и предохраняющим призмы от изнашивания. Все действия с весами – помещение взвешиваемого предмета на чашку, добавление любых (даже самых маленьких) разновесов – должны производиться только с арретированными весами.

Проверка весов. На чашках ничего не должно находиться. Медленным плавным вращением по часовой стрелке ручки, находящейся посередине основания весов, весы освобождают от арретира. Коромысло весов начинает медленно колебаться. Если освобождение от арретира произведено достаточно плавно, то конец стрелки колеблется в пределах шкалы. Не нужно дожидаться прекращения колебаний. У исправных хорошо уравновешенных весов разница в амплитуде колебаний стрелки вправо и влево от середины шкалы не должна превышать трех делений. Плавно вращая ручку арретира в противоположном направлении арретируют весы. Если весы не уравновешены, то следует обратиться к преподавателю или лаборанту.

Порядок взвешивания:

1. На одну из чашек арретированных весов кладут предмет, подлежащий взвешиванию, а разновес – на другую.

2. Снятый с чашки весов разновес должен быть сразу же помещен в соответствующее гнездо ящика для разновеса.

3. Определить, какая из чашек перевешивает, можно, слегка освободив арретир, но не выводя его полностью, по отклонению стрелки.

4. Освободить полностью от арретира можно только почти уравновешенные весы (при этом стрелка должна колебаться в пределах шкалы).

5. При взвешивании следует придерживаться определенного порядка. Первым на чашку весов кладут тот разновес (гирьку), который, по мнению взвешивающего, наверняка перевешивает тело. Слегка освобождая арретир, убеждаются в этом (в противном случае следует взять более тяжелый разновес). Весы арретируют, разновес снимают и на его место кладут следующий в по-

рядке убывания веса (в гнездах ящика разновесы лежат обычно в таком же порядке). Слегка освобождая весы от арретира, узнают, что перевешивает – тело или разновес. Если – разновес, то его снимают и кладут вместо него следующий, если же – тело, то, оставя разновес на чашке, добавляют к нему следующий. Теперь на чашке уже две гирьки. Снова пробуют, что тяжелее. Если перевешивает разновес, то снимают гирьку, положенную последней, и кладут вместо нее следующую в порядке убывания веса. Если перевешивает тело, то к положенным ранее разновесам добавляют следующий. Эту операцию последовательно повторяют, пока не дойдут до разновеса массой менее 500 мг. Только после этого можно арретир выводить полностью. Равновесие считается достигнутым, если разница в амплитуде колебаний стрелки вправо и влево от середины шкалы не превышает трех делений.

При взвешивании на таких весах с имеющимся разновесом наибольшая достижимая точность составляет 100 мг. Взвешивание обычно производится один раз, если нет специального указания преподавателя.

Задача № 1

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ТЕЛ ПРОСТЕЙШЕЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

Цель задачи: ознакомление с простейшими измерительными приборами – штангенциркулем, микрометром, техническими весами. На примере измерения плотности тел простой геометрической формы изучаются основные методы учета погрешностей измерений.

Приборы и принадлежности: полый цилиндр и параллелепипед (пластинка), изготовленные из однородных материалов; штангенциркуль, микрометр, технические весы, набор разновесов.

Предварительно следует ознакомиться с разделами «Погрешности измерений» и «Простейшие измерительные приборы». По окончании измерений следует представить отчет в соответствии с рекомендуемой формой отчета задачи № 1 (см. далее).

Упражнение 1

Определение плотности полого цилиндра

Обозначения величин, характеризующих цилиндр (рис. 1): H – высота; D_1 – наружный диаметр; D_2 – внутренний диаметр; V – объем; m – масса; ρ – плотность.

Объем полого цилиндра можно вычислить по формуле

$$V = \frac{1}{4} \pi H (D_1^2 - D_2^2).$$

Отсюда его плотность

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{4m}{\pi H (D_1^2 - D_2^2)}. \quad (1)$$

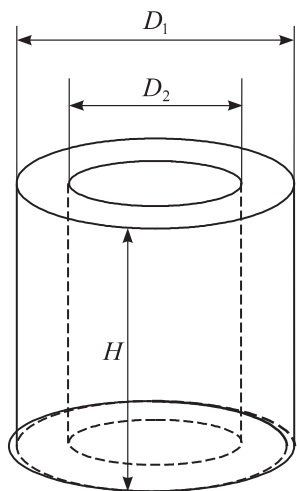


Рис. 1

Измерения

Нахождение массы. Масса цилиндра определяется взвешиванием на технических весах. Взвешивание производится один раз с точностью до 0,1 г. Найденное значение записывается в системе единиц СИ с учетом приборной погрешности. Указывается также относительная погрешность измерения массы.

Измерение высоты H , внешнего D_1 и внутреннего D_2 диаметров цилиндра. Величины H , D_1 и D_2 измеряют штанген-

циркулем по пять раз в разных местах с максимальной точностью, которую допускает штангенциркуль. Результаты измерений и соответствующие погрешности заносят в таблицы, аналогичные табл. 1, приведенной ниже. Окончательные значения всех измеряемых величин должны быть приведены в системе единиц СИ.

Таблицы могут быть заготовлены заранее в процессе подготовки к выполнению задачи и заполнены при проведении измерений.

Упражнение 2

Определение плотности пластинки

Обозначения величин, характеризующих пластинку (рис. 2): A – длина, B – ширина, C – толщина, m – масса.

Массу m пластинки находят взвешиванием на технических весах с точностью до 0,1 г. Длину A и ширину B пластинки измеряют по пять раз штангенциркулем в разных местах. Толщину C измеряют микрометром 10 раз в разных местах. Результаты измерений записывают в таблицы, аналогично тому, как это делалось в упражнении 1.

Обработка результатов измерений

Используя данные таблиц, в которые заносились результаты измерений, подсчитывают средние значения величин и погрешности, допущенные при их измерениях, заполняя тем самым свободные места в таблицах. Рассчитывают плотность вещества, из которого изготовлен цилиндр. Для этого на место соответствующих обозначений в формулу (1) подставляют средние значения величин H , D_1 , D_2 , а также значение m .

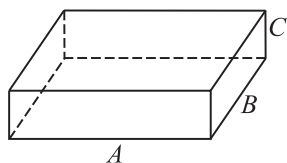


Рис. 2

Для нахождения погрешности в величине плотности, измеряемой косвенно, используют формулы для частных относительных погрешностей в измеряемых величинах, приведенные в **Рекомендуемой форме отчета задачи № 1** (формулу для частной погрешности величины D_2 следует найти самостоятельно).

Относительную погрешность плотности получают, извлекая квадратный корень из суммы квадратов частных относительных погрешностей. Наконец, чтобы найти абсолютную погрешность плотности, относительную погрешность умножают на величину плотности. Далее записывают окончательный результат измерения плотности с учетом погрешности, сохраняя

как в результате, так и в погрешности необходимое число значащих цифр.

Нахождение формулы для вычисления плотности вещества, из которого изготовлена пластинка, и весь расчет как частных погрешностей величин A , B , C и m , так и полной погрешности величины ρ предлагается проделать самостоятельно.

Рекомендуемая форма отчета задачи № 1

Содержание отчета		Пояснения							
		Дата выполнения							
<p>Задача 1. Определение плотности тел простой геометрической формы Конспект описания «Погрешности измерения». Краткий конспект теории нониусов</p>		<p>Номер и название задачи Краткое изложение теории</p>							
<p>Экспериментальная часть</p> <p>Принадлежности: полый цилиндр, пластинка в форме параллелепипеда, штангенциркуль, микрометр, технические весы</p>		<p>Перечень принадлежностей, рисунок установки, электрическая или оптическая схема</p>							
<p>Упражнение 1 Определение плотности полого цилиндра</p>									
$\rho = \frac{4m}{\pi H (D_1^2 - D_2^2)},$ <p>где ρ – плотность вещества цилиндра; m – его масса; H – высота; D_1 – внешний диаметр; D_2 – внутренний диаметр</p>		<p>Расчетные формулы с обязательным указанием обозначений</p>							
<p>Измерение массы m (взвешивание): Разновесы на чашке весов: (200 + 20 + 5 + 2 + 0,2) г = 227,2 г. Приборная погрешность весов $\Delta m_{пр} = 0,1$ г. $m = (2,272 \pm 0,001) \cdot 10^{-1}$ кг, $\Delta m/m = 4,4 \cdot 10^{-4} = 0,04\%$</p>		<p>Результат непосредственных измерений величины, измеряемой один раз, и оценка ее погрешности</p>							
<p>Измерение высоты H</p>									
<p>Таблица 1</p>									
№ п/п	H_i , мм	H	ΔH_i	S_H	$\Delta H_{сл}$	$\Delta H_{пр}$	ΔH	$\Delta H/H$	<p>Табл. 1 заполняется результатами измерений величины H, которая измеряется несколько раз и содержит случайную и приборную погрешности. Такие таблицы должны быть составлены для всех величин, измеряемых по несколько раз</p>
1	65,00	64,91	+0,09	0,0600	0,168	0,05	0,1753	0,0027	
2	64,80		-0,11						
3	65,10		+0,19						
4	64,80		-0,11						
5	64,85		-0,06						
<p>H – среднее арифметическое; $\Delta H_i = H_i - H$ – абсолютная погрешность; S_H – стандартное отклонение среднего арифметического; $\Delta H_{сл}$ – случайная погрешность (доверительный интервал); $\Delta H_{пр}$ – приборная погрешность; ΔH – полная абсолютная погрешность; $\Delta H/H$ – полная относительная погрешность. $H = (6,491 \pm 0,018) \cdot 10^{-2}$ м; $\Delta H/H = 0,27\%$</p>									

Содержание отчета	Пояснения
$S_H = \sqrt{\frac{\sum (\Delta H_i)^2}{4 \cdot 5}};$ $\Delta H_{\text{сн}} = t_{0,95,5} \cdot S_H = 2,8 \cdot S_H;$ $\Delta H = \sqrt{(\Delta H_{\text{сн}})^2 + (\Delta H_{\text{пр}})^2}$	
<p>Измерение внешнего диаметра D_1 $D_1 = (2,849 \pm 0,0052) \cdot 10^{-2}$ м; $\Delta D_1/D_1 = 0,18\%$</p> <p>Измерение внутреннего диаметра D_2 $D_2 = (1,71 \pm 0,026) \cdot 10^{-2}$ м; $\Delta D_2/D_2 = 1,5\%$</p>	<p>При измерениях заполняются табл. 2 для D_1 табл. 3 для D_2, аналогичные табл. 1. Здесь приводятся лишь окончательные результаты, полученные при обработке табл. 2 и 3</p>
<p>Вычисление плотности ρ</p> $\rho = \frac{4 \cdot 2,272 \cdot 10^{-2}}{3,142 \cdot 6,491 \cdot 10^{-2} \left[(2,849 \cdot 10^{-2})^2 - (1,71 \cdot 10^{-2})^2 \right]} =$ $= 8,574 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$	<p>Вычисление измеряемой величины (с подстановкой в формулу численных значений входящих в нее величин в системе СИ)</p>
<p>Оценка погрешности плотности. Логарифм формулы для плотности: $\ln \rho = \ln 4 + \ln m - \ln \pi - \ln H - \ln(D_1^2 - D_2^2).$ Квадраты частных погрешностей: $\frac{\partial(\ln \rho)}{\partial m} = \frac{1}{m};$ $\left \frac{\partial(\ln \rho)}{\partial m} \Delta m \right ^2 = \left \frac{\Delta m}{m} \right ^2 = (4,4 \cdot 10^{-4})^2 = 1,94 \cdot 10^{-7}.$ $\frac{\partial(\ln \rho)}{\partial H} = -\frac{1}{H}; \left \frac{\partial(\ln \rho)}{\partial H} \Delta H \right ^2 = \left -\frac{\Delta H}{H} \right ^2 =$ $= (2,7 \cdot 10^{-3})^2 = 7,3 \cdot 10^{-6}.$ $\frac{\partial(\ln \rho)}{\partial D_1} = -\frac{2D_1}{D_1^2 - D_2^2}; \left \frac{\partial(\ln \rho)}{\partial D_1} \Delta D_1 \right ^2 = \left -\frac{2D_1 \Delta D_1}{D_1^2 - D_2^2} \right ^2 =$ $= \left \frac{2 \cdot 2,849 \cdot 10^{-2} \cdot 5,24 \cdot 10^{-5}}{(2,849 \cdot 10^{-2})^2 - (1,709 \cdot 10^{-2})^2} \right ^2 = 3,30 \cdot 10^{-5}$</p>	<p>Оценка погрешностей с приведением формул для частных погрешностей и вычислением каждой из них. В данном случае удобнее находить сначала относительную погрешность. Погрешность цифры 4 равна нулю, погрешность π при расчете на калькуляторе учитывать не следует</p>
$\left \frac{\partial(\ln \rho)}{\partial D_2} \Delta D_2 \right ^2 = \dots = 2,84 \cdot 10^{-4}$	<p>Частную погрешность, возникающую вследствие погрешности в D_2, предлагается вычислить самостоятельно</p>

<i>Содержание отчета</i>	<i>Пояснения</i>
Полная относительная погрешность величины ρ : $\frac{\Delta\rho}{\rho} = \sqrt{1,94 \cdot 10^{-7} + 7,3 \cdot 10^{-6} + 3,3 \cdot 10^{-5} + 2,84 \cdot 10^{-4}} =$ $= 0,0180$	Вычисление относительной погрешности
Полная абсолютная погрешность величины ρ : $\left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right) \cdot \rho = 0,018 \cdot 8,57 \cdot 10^3 = 0,154 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$	Вычисление абсолютной погрешности
Значение плотности ρ с учетом погрешности: $\rho = (8,57 \pm 0,16) \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3, \Delta\rho/\rho = 1,8\%$	Запись окончательного результата с учетом погрешности
<i>Содержание отчета</i>	<i>Пояснения</i>
Упражнение 2	
Определение плотности параллелепипеда	
Предлагается оформить самостоятельно, аналогично Упражнению 1	

ТЕМА 2

МЕХАНИКА ТОЧКИ.

МЕХАНИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

РАЗДЕЛ 1

ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

Задача № 2

ИЗМЕРЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ПРИБОРА АТВУДА

Цель задачи: определение ускорения свободного падения g с помощью прибора Атвуда.

Прибор Атвуда предназначен для изучения прямолинейного равноускоренного движения. Принцип работы прибора основан на использовании законов свободного падения тела.

Вывод расчетной формулы

Через ролик, смонтированный на подшипнике таким образом, чтобы он мог вращаться с возможно малым трением, проходит нитка с двумя одинаковыми грузами массой M каждый (рис. 1).

Выведем выражение для ускорения свободного падения g в предположении, что нить нерастяжима, масса ролика и масса нити малы и силой трения в задаче можно пренебречь. Если на правый груз M , находящийся в верхнем положении, положить небольшой груз массой m , то система грузов $(2M+m)$ получит ускорение a под влиянием силы $F = mg$ и, передвигаясь ускоренно, пройдет путь S_1 за время t_1 :

$$(2M + m) a = mg, \quad (1)$$

$$S_1 = 1/2 a t_1^2. \quad (2)$$

На кольце, обозначенном на рис. 1 буквой K , дополнительный груз будет отцеплен, и грузы пройдут, теперь уже двигаясь равномерно со скоростью $v_1 = at_1$, за время t путь S_2 :

$$S_2 = v_1 t = at_1 t. \quad (3)$$

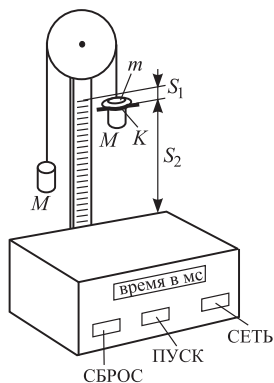


Рис. 1

Система уравнений (1)–(3) легко позволяет получить выражение для ускорения свободного падения g (например, подстановкой t_1 из третьего уравнения во второе, затем, выразив a , подставить его в первое уравнение):

$$g = (2M + m) S_2^2 / m 2S_1 t^2, \quad (4)$$

где t – время (в секундах), в течение которого грузы пройдут путь S_2 .

Измерение времени производится миллисекундомером, расположенным в основании прибора. Лицевая панель миллисекундомера также изображена на рис. 1.

Порядок выполнения работы

ВНИМАНИЕ! Включение прибора в сеть осуществляется преподавателем или лаборантом.

Нажать клавишу «СЕТЬ» миллисекундомера. При этом производится автоматический сброс показаний прибора (все индикаторы высвечивают цифру «0») и зажигаются лампочки фотоэлектрических датчиков в начале и конце пути S_2 .

На правый груз M положить один из трех дополнительных грузов m_1 (с меньшей массой). Левый груз M должен занимать нижнее положение (на опоре).

Проверить совпадение нижней грани правого груза M с чертой, нанесенной на верхнем кронштейне.

Измерить с помощью миллиметровой шкалы на колонке заданные пути равноускоренного S_1 и равномерного S_2 движений груза M .

Нажать клавишу «ПУСК». При этом электромагнит отпускает грузы и они начинают движение. На табло секундомера индицируются нули. Секундомер запускается с помощью фотоэлектрического датчика (у кольца K) в момент отцепления груза m_1 . Секундомер прекращает отсчет времени с помощью нижнего фотоэлектрического датчика. Прочитать и записать измеренное значение времени движения большого груза M на пути S_2 . Нажать клавишу «СБРОС». Цифровые индикаторы должны высветить нули.

Измерение повторить не менее пяти раз, обращая особое внимание на полный покой грузов в момент запуска. Опреде-

лить среднее значение времени движения большого груза M на пути S_2 по формуле

$$t_{\text{cp}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i, \quad (5)$$

где n – количество выполненных измерений; t_i – время i -го измерения.

По формуле (4) вычислить g_1 , используя t_{cp} . Определить погрешность измеренного значения ускорения свободного падения g_1 относительно табличной величины g_0 по формуле

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{|g_1 - g_0|}{g} \cdot 100\%, \quad (6)$$

где $g_0 = 981,56 \text{ см/с}^2$ – ускорение свободного падения на широте Москвы; g_1 – ускорение свободного падения, определенное в опытах с массой m_1 .

Данный лабораторный прибор Атвуда обеспечивает определение g с погрешностью не более 15%. Если получилась ошибка больше 15%, измерения следует прекратить и обратиться за консультацией к преподавателю или лаборанту. Если ошибка получилась менее 15%, измерения продолжить с грузами масса-ми m_2 и m_3 .

Массы грузов m_1 , m_2 и m_3 указаны на самих грузах с точностью $\pm 0,01 \text{ г}$.

Массу M необходимо определить взвешиванием обоих грузов M вместе с нитью (при расчетах массой нити пренебречь) с точностью до $0,1 \text{ г}$.

Погрешность измерения пути S не более $\pm 1 \text{ мм}$.

Погрешность измерения времени не более $0,02\%$.

С помощью дифференциального метода нахождения ошибок косвенных измерений можно получить выражение для расчета относительной ошибки определения g по формуле (4):

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{m\Delta M + M\Delta m}{m(2M + m)} + 2 \frac{\Delta S_2}{S_2} + \frac{\Delta S_1}{S_1} + 2 \frac{\Delta t}{t}. \quad (7)$$

Погрешность в 15% обусловлена обычными для задач с блоками приближениями: пренебрегали силами трения, массой блока, нить считалась невесомой и нерастяжимой и т.д. С целью уменьшения погрешности измерений необходимо контролировать, чтобы плоскость блока была строго вертикальной, запуск производить плавно и только в момент полной остановки обоих грузов M .

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 1. Механика. – 4-е изд., перераб. – М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 2. Динамика материальной точки.

§ 2.11. Сила тяжести и вес.

Задача № 3

ИЗУЧЕНИЕ УПРУГОГО И НЕУПРУГОГО СОУДАРЕНИЯ ТЕЛ

Цель задачи: изучение процесса упругого и неупругого соударения шаров с привлечением законов сохранения энергии и импульса.

Основные понятия и соотношения

Абсолютно упругим называется удар, при котором механическая энергия тел не переходит в другие, немеханические виды энергии. При таком ударе кинетическая энергия переходит полностью или частично в потенциальную энергию упругой деформации. Затем тела восстанавливают свою первоначальную форму, отталкивая друг друга. В итоге потенциальная энергия упругой деформации снова переходит в кинетическую энергию и тела разлетаются со скоростями, величина и направление которых определяются двумя условиями: сохранением полной энергии и сохранением полного импульса системы тел.

Абсолютно неупругий удар характеризуется тем, что потенциальной энергии деформации не возникает. Кинетическая энергия тел полностью или частично превращается во внутреннюю энергию. После удара столкнувшиеся тела либо движутся с одинаковой скоростью, либо покоятся. При абсолютно неупругом ударе выполняется лишь закон сохранения импульса; закон сохранения механической энергии не выполняется, так как механическая энергия частично переходит в тепловую.

Удар называется центральным, если шары до удара движутся вдоль прямой, проходящей через их центры.

Вывод расчетной формулы

1. Абсолютно неупругий удар. Пусть массы шаров m_1 и m_2 , скорости до удара v_{10} и v_{20} , а их импульсы, соответственно равны mv_{10} и mv_{20} .

После соударения шары движутся со скоростью, которую можно найти, учитывая, что суммарный импульс шаров после удара должен быть равен суммарному импульсу до удара (закон сохранения):

$$m_1 v_{10} + m_2 v_{20} = (m_1 + m_2) v.$$

Откуда

$$\mathbf{v} = \frac{m_1 \mathbf{v}_{10} + m_2 \mathbf{v}_{20}}{m_1 + m_2}. \quad (1)$$

В случае когда один шар до столкновения покоился ($\mathbf{v}_{20} = 0$), получаем

$$\mathbf{v} = \frac{m_1 \mathbf{v}_{10}}{m_1 + m_2}. \quad (2)$$

2. Абсолютно упругий удар. Обозначим массы шаров m_1 и m_2 , скорости шаров до удара \mathbf{v}_{10} и \mathbf{v}_{20} , скорости шаров после удара \mathbf{v}_1 и \mathbf{v}_2 .

Удар центральный. По закону сохранения импульса

$$m_1 \mathbf{v}_{10} + m_2 \mathbf{v}_{20} = m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2. \quad (3)$$

По закону сохранения энергии

$$\frac{m_1 \mathbf{v}_{10}^2}{2} + \frac{m_2 \mathbf{v}_{20}^2}{2} = \frac{m_1 \mathbf{v}_1^2}{2} + \frac{m_2 \mathbf{v}_2^2}{2}. \quad (4)$$

Уравнение (3) преобразуем:

$$m_1(\mathbf{v}_{10} - \mathbf{v}_1) = m_2(\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_{20}). \quad (5)$$

Учитывая, что $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$, уравнение (4) приводим к виду

$$m_1(\mathbf{v}_{10} - \mathbf{v}_1)(\mathbf{v}_{10} + \mathbf{v}_1) = m_2(\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_{20})(\mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_{20}). \quad (6)$$

Из выражений (5) и (6) получаем

$$\mathbf{v}_{10} + \mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_{20}. \quad (7)$$

Умножая уравнение (7) на m_2 , и вычитая результат из (5), а затем, умножая (7) на m_1 и складывая с (5), получим векторы скоростей шаров после удара:

$$\mathbf{v}_1 = \frac{2m_2 \mathbf{v}_{20} + (m_1 - m_2) \mathbf{v}_{10}}{m_1 + m_2}, \quad (8)$$

$$\mathbf{v}_2 = \frac{2m_1 \mathbf{v}_{10} + (m_2 - m_1) \mathbf{v}_{20}}{m_1 + m_2}. \quad (9)$$

Для частного случая, когда $\mathbf{v}_{20} = 0$, получаем

$$\mathbf{v}_1 = \frac{(m_1 - m_2) \mathbf{v}_{10}}{m_1 + m_2}, \quad (10)$$

$$\mathbf{v}_2 = \frac{2m_1 \mathbf{v}_{10}}{m_1 + m_2}. \quad (11)$$

Как следует из формул (10) и (11), второй шар после удара движется в ту же сторону, куда двигался первый шар до удара. Поведение первого шара зависит от соотношения масс. Рассмотрим следующие случаи:

1. $m_1 > m_2$. Первый шар продолжает двигаться в том же направлении, что и до удара, но с меньшей скоростью; при этом $v_2 > v_1$.

2. $m_1 < m_2$. Первый шар отскакивает обратно. При этом $v_2 < v_{10}$.

3. $m_1 = m_2$. В этом случае $v_1 = v_{20} = 0, v_2 = v_{10}$, т.е. шары равной массы при ударе обмениваются скоростями.

В задаче величина скорости шара определяется по углу отклонения нити, на которой подвешен шар. Рассмотрим шар массы m , подвешенный в точке O на нити длиной l (рис. 1).

Если шар вывести из положения равновесия, отклонив нить на угол α , а затем отпустить, то в нижнем положении шар будет иметь скорость v , величину которой можно найти из закона сохранения энергии

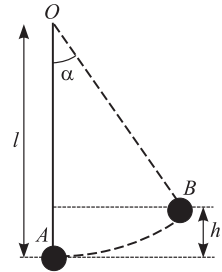


Рис. 1

$$mgh = \frac{mv^2}{2}. \quad (12)$$

Из $\triangle AOB$ найдем $AO = l \cos \alpha$, тогда $h = l(1 - \cos \alpha) = 2l \sin^2(\alpha/2)$. Подставляя h в уравнение (12), получаем

$$v = 2\sqrt{gl} \cdot \sin \frac{\alpha}{2}. \quad (13)$$

Порядок выполнения работы

Приборы и принадлежности: прибор для исследования соударения шаров с миллисекундомером, набор шаров.

Общий вид прибора для изучения столкновения шаров представлен на рис. 2.

На основании (1) закреплена колонка (2) с верхним и нижним кронштейнами. На верхнем кронштейне укреплены стержни (3) и вороток (4), служащий для установки расстояния между шарами. К стержням (3) подвешены шары (5) на проводах, по которым подводится напряжение к шарам с целью регистрации времени соударения.

На нижнем кронштейне закреплены угольники со шкалами (6) и на специальных направляющих — электромагнит (7). Бол-

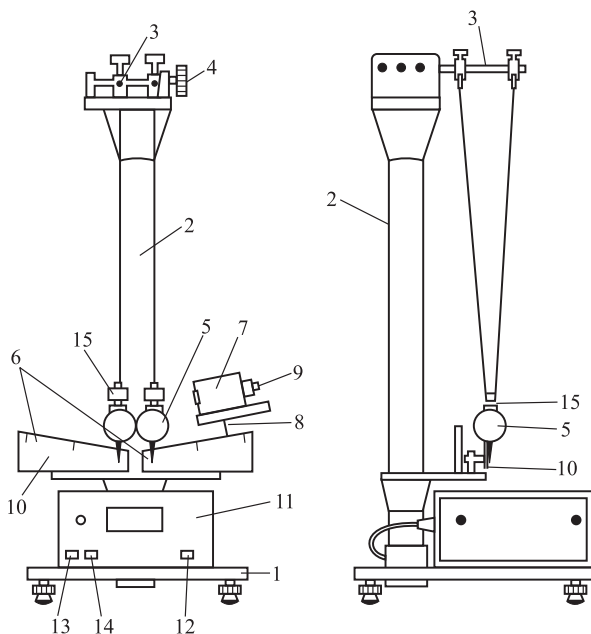


Рис. 2

ты (8) позволяют передвигать электромагнит вдоль шкалы и фиксировать его высоту. Силу, с которой электромагнит притягивает шар, можно регулировать воротком (9). Шкалу можно передвигать вдоль нижнего кронштейна, ослабив винт (10).

На основании прибора укреплен миллисекундомер (11). На лицевой панели миллисекундомера находятся следующие клавиши:

(12) «СЕТЬ» – выключатель сети. Нажатие этой клавиши вызывает включение питающего напряжения, сопровождающееся свечением цифровых индикаторов (высвечивающих цифру «0»);

(13) «СБРОС» – сброс измерителя. Нажатие этой клавиши вызывает сбрасывание показаний секундомера (цифровые индикаторы снова высвечивают цифру «0»);

(14) «ПУСК» – управление электромагнитом. Нажатие этой клавиши отключает электромагнит, а следующее нажатие – включает его.

Подготовка прибора к измерениям: нажать клавишу «СЕТЬ». Все индикаторы измерителя показывают цифру «0». Прибор не нуждается в прогреве и готов к измерениям.

Порядок измерений

1. На подвесы (15) навинтить два шара таким образом, чтобы их осевые линии находились на одной высоте.

2. Воротком (4) установить такое расстояние между стержнями, чтобы шары слегка соприкасались друг с другом.

3. Острия подвесов должны при этом указывать на нули шкал. При необходимости ослабить винт (10), сдвинуть левую шкалу и снова закрутить винт.

4. Ослабив винт (8), установить нужное положение электромагнита (по указанию преподавателя) и закрепить винт.

5. Включить миллисекундомер в сеть.

6. Нажать клавишу «СЕТЬ» миллисекундомера.

7. Привести правый шар (ему будет соответствовать индекс «1») в соприкосновение со стержнем электромагнита (если электромагнит не притягивает шар, то нажать клавишу «ПУСК»).

8. Отрегулировать силу притяжения шара к электромагниту воротком (9). Электромагнит должен удерживать шар.

9. Правый шар отодвинуть в сторону электромагнита и блокировать его в этом положении, левый — установить неподвижно. Острие подвеса левого шара должно указывать на нуль шкалы (левому шару будет соответствовать индекс «2»).

10. Записать значение угла α_{10} , на которое указывает острие подвеса правого шара.

11. Нажать клавишу «СБРОС».

12. Нажать клавишу «ПУСК».

После столкновения шаров записать углы α_1 и α_2 , на которые отскочат шары (поскольку следить за двумя шарами одновременно сложно, то сначала проделать десять опытов, записывая α_1 , а затем еще десять опытов при тех же условиях, записывая α_2). При соударениях равных по массе шаров записывать только значения α_{10} и α_2 .

Продолжительность τ столкновений шаров прочесть на цифровом табло и записать. Следить за тем, чтобы столкновение было центральным, т.е. траектория движения после столкновения должна находиться в плоскости движения правого шара до столкновения. Острия подвесов должны двигаться параллельно шкалам, не задевая их и не пересекая их плоскость.

Шары необходимо взвесить.

Расстояние l от точки подвеса до центра шара измерить линейкой.

Все данные измерений занести в таблицу. Определить средние значения α_1 , α_2 и τ .

№ опыта	α_{10}	$\Delta\alpha_{10}$	α_2	$\Delta\alpha_2$	τ	$\Delta\tau$	α_1	$\Delta\alpha_1$
1								
2								
·								
·								
·								
10								
Средние значения								
$v_{\text{эксп}}$	$v_{10} =$		$v_{2\text{эксп}} =$				$v_{1\text{эксп}} =$	
$v_{\text{теор}}$			$v_{2\text{теор}} =$				$v_{1\text{теор}} =$	
F								
Импульс до соударения	$P_0 = m_1 v_{10}$							
Импульс после соударения	$P_1 = m_1 v_1 + m_2 v_2$							

По формуле (13), используя средние значения α , определить скорости шаров и записать в таблицу в графу $v_{\text{эксп}}$.

По формулам (10) и (11) и экспериментальному значению v_{10} определить теоретические значения скоростей v_1 и v_2 и записать в таблицу в графу $v_{\text{теор}}$. Значения m_1 и m_2 , входящие в формулы (10) и (11), равны массе соответствующего шара с учетом массы подвеса m_n ($m_n = 22$ г). В случае разницы между экспериментальными и теоретическими значениями скоростей объяснить ее причину.

Для левого шара, используя формулу $P_2 - P_1 = F\tau$, где P – импульс шара, можно подсчитать среднее значение силы, действующей во время соударения. Следует учесть, что левый шар до соударения покоился, следовательно, $P_1 = 0$ и тогда $m_2 v_{2\text{эксп}} = F\tau$, откуда

$$F = \frac{m_2 v_{2\text{эксп}}}{\tau}.$$

Полученное значение силы записать в таблицу.

Подсчитать импульс шаров до соударения и после соударения и записать в таблицу (использовать значения $v_{\text{эксп}}$).

Оценить погрешность определения импульса и занести в таблицу. Рекомендуется проделать следующий комплекс измерений.

1. Для двух стальных шаров одного диаметра.
 2. Для двух шаров из пластилина. В этом опыте время τ не измеряется. Расчет теоретического значения скорости производится по формуле (2).
 3. Для двух стальных шаров разного диаметра. Шар меньшего диаметра повесить справа.
- Для каждого случая составить отдельную таблицу.

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 1. Механика. – 4-е изд., перераб. – М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 3. Законы сохранения.

§ 3.2. Кинетическая энергия и работа.

§ 3.5. Потенциальная энергия во внешнем поле сил.

§ 3.7. Закон сохранения энергии.

§ 3.10. Закон сохранения импульса.

§ 3.11. Соударение двух тел.

Задача № 4

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ПУЛИ ПРИ ПОМОЩИ БАЛЛИСТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

Цель работы: определение с помощью баллистического маятника скорости пули с использованием законов сохранения энергии и импульса.

Приборы и принадлежности: баллистический маятник в виде цилиндра на длинных нитях, измерительная шкала, пушка, весы, три пули, металлическая палочка, секундомер.

Описание установки

Баллистическим маятником называется твердое тело, способное совершать колебания и используемое для определения скорости быстро движущихся тел.

Экспериментальная установка (рис. 1) состоит из баллистического маятника (1), представляющего собой открытый с обоих концов металлический цилиндр, наполненный пластилином и подвешенный на четырех длинных нитях (2). К цилиндру прикреплен указательная стрелка (3). Выстрелы производятся из пружинной пушки (4) внутрь цилиндра. Пуля попадает в пластилин и застревает в нем, вызывая отклонение цилиндра от положения равновесия, которое можно измерить, наблюдая перемещение стрелки (3) вдоль шкалы (5).

Вывод расчетной формулы

Длина нитей подвеса значительно больше размеров цилиндра, поэтому маятник можно считать математическим. Для расчета величины скорости пули по экспериментальным данным применяются законы сохранения импульса и энергии.

1. Рассмотрим систему, состоящую из цилиндра и пули, которая летит горизонтально со скоростью v , затем застревает в пластилине и начинает двигаться вместе с цилиндром – происходит абсолютно неупругий удар. Если время t соударения пули с цилиндром много меньше периода T колебаний маятника (условие применимости баллистического метода), то за время t маятник практически не успевает выйти из положения равновесия. В этом положении на цилиндр действуют сила тяжести и силы натяжения нитей. На пулю непосредственно перед соударением действует только сила тяжести. Поскольку проекции всех этих сил на горизонтальное направление равны нулю, то справедлив закон сохранения импульса системы «цилиндр–пуля» для проекций на это направление.

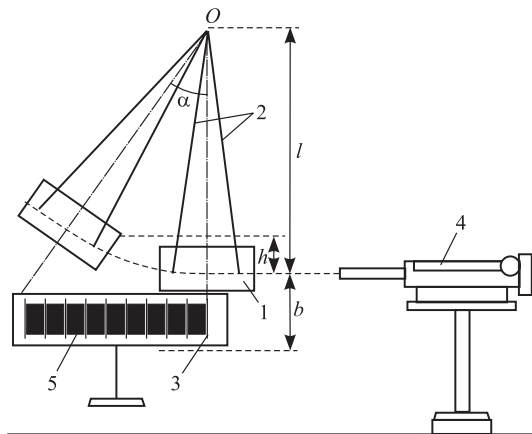


Рис. 1

Пусть m – масса пули, M – масса цилиндра с пластилином. Непосредственно перед соударением импульс цилиндра равен нулю, проекция импульса пули на горизонтальное направление равна mv . Сразу после соударения, когда пуля застряла внутри цилиндра, цилиндр и пуля движутся вместе с некоторой скоростью v_1 и имеют проекцию импульса на горизонтальное направление $(m + M)v_1$. Согласно закону сохранения импульса

$$mv = (m + M)v_1.$$

Отсюда находим скорость пули

$$v = \left[1 + \frac{M}{m} \right] \cdot v_1. \quad (1)$$

2. Примем момент времени сразу после застревания пули за начальный момент. Кинетическая энергия цилиндра с застрявшей пулей в этот момент равна

$$W = 1/2(m + M)v_1^2.$$

При этом цилиндр находится в своем нижнем положении и мы будем считать, что потенциальная энергия системы «Земля–цилиндр» в этом положении равна нулю. Потенциальная энергия здесь обусловлена силой тяжести и зависит от взаимного расположения цилиндра и Земли. Земля рассматривается как инерциальная система отсчета, следовательно, ее положение неизменно, а скорость равна нулю. Поэтому в начальный момент

времени полная механическая энергия системы «Земля—цилиндр» равна ее кинетической энергии:

$$E_1 = W = 1/2(m + M)v_1^2.$$

3. Пусть конечным моментом времени является момент, когда отклонение маятника наибольшее. В этот момент скорость цилиндра и, следовательно, его кинетическая энергия равны нулю. Потенциальная энергия U системы в этот момент определяется, как известно, высотой h , на которую поднялся центр масс цилиндра относительно положения, при котором потенциальная энергия была принята за нуль. Таким образом, в конечный момент времени механическая энергия системы

$$E_2 = U = (m + M)gh.$$

Для системы, состоящей из Земли и цилиндра, внешними силами являются силы натяжения нитей, а внутренней силой — сила тяжести (силой трения в подвесе и сопротивлением воздуха при движении маятника можно пренебречь). Внешние силы не совершают работы над телами системы (точка подвеса неподвижна, цилиндр движется по дуге и силы натяжения нитей перпендикулярны движению цилиндра). Внутренняя сила — сила тяжести — является потенциальной. Поэтому при движении маятника для системы «цилиндр—Земля» выполняется закон сохранения механической энергии, следовательно, $E_1 = E_2$, т.е.

$$1/2(m + M)v_1^2 = (m + M)gh. \quad (2)$$

Из выражений (1) и (2) найдем скорость пули:

$$v = \left[1 + \frac{M}{m} \right] \cdot \sqrt{2gh}. \quad (3)$$

4. Величину h можно найти, измерив наибольшее отклонение маятника от положения равновесия. Как видно из рис. 1,

$$h = l - l \cos \alpha = 2l \sin^2 \frac{\alpha}{2}. \quad (4)$$

где l — расстояние от центра масс цилиндра до точки подвеса; α — угол отклонения маятника от положения равновесия.

С другой стороны, если $R = l + b$ — расстояние от конца стрелки до точки подвеса, а n_0 — величина смещения конца стрелки вдоль шкалы, то, как видно из рис. 1,

$$\sin \alpha = \frac{n_0}{R} = \frac{n_0}{l + b}.$$

Так как угол отклонения маятника от положения равновесия мал, то

$$\alpha \approx \sin \alpha = \frac{n_0}{l+b}.$$

Следовательно,

$$\sin \frac{\alpha}{2} \approx \frac{\alpha}{2} \approx \frac{n_0}{2(l+b)}. \quad (5)$$

Отсюда, учтя выражение (4),

$$h = \frac{hn_0^2}{2(l+b)^2}. \quad (6)$$

Для скорости пули из уравнений (3) и (6) получаем

$$v = \left[1 + \frac{M}{m} \right] \cdot \frac{n_0}{l+b} \cdot \sqrt{gl}. \quad (7)$$

5. Поскольку цилиндр на нитях рассматривается как математический маятник, то l находим из формулы для периода математического маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \quad l = \frac{gT^2}{4\pi^2}. \quad (8)$$

Порядок измерений

1. Установить баллистический маятник таким образом, чтобы нити подвеса не перекрещивались.

2. Шкалу установить так, чтобы ее нулевое деление находилось против стрелки (3) и при движении цилиндра стрелка не задевала за шкалу.

3. Слегка отклонить цилиндр из положения равновесия и измерить при помощи секундомера время t десяти полных колебаний маятника ($n = 10$). Прodelать измерения пять раз. Используя среднее значение времени t , найти величину l (см. формулу (8)):

$$l = \frac{gT^2}{4\pi^2 n^2}.$$

Оценить погрешность измерения величины l .

4. Взвесить пулю на технических весах (точность весов 0,1 г).

5. Зарядить пушку. Для этого оттянуть ручку пушки до конца и повернуть ее так, чтобы она зацепилась за выступ паза.

Вставить в ствол пушки пулю и протолкнуть ее до упора металлической палочкой.

ВНИМАНИЕ! При зарядке пушку следует держать стволом к стене аудитории!

Установить пушку так, чтобы пуля могла попасть в центр цилиндра в пластилин. Произвести выстрел, нажимая на ручку пушки и выводя ручку из-за выступа паза. Отсчитать максимальное отклонение n_0 стрелки от положения равновесия. Вынуть пулю из цилиндра и проделать опыт еще четыре раза с этой же пулей. Найти среднее значение n_0 и рассчитать по формуле (7) скорость пули.

Масса цилиндра с пластилином и величина b указаны в таблице на столе.

Измерения провести для трех пуль с различными массами.

Для одной из пуль (с промежуточным значением массы) оценить погрешность измерения скорости и записать результат с учетом погрешности, при этом принять во внимание, что $M \gg m$ и пренебречь единицей в формуле (7). Считая, что относительная погрешность измерения остается примерно одинаковой для всех пуль в данном методе, найти абсолютные погрешности и записать окончательные результаты измерений v для всех трех пуль с учетом погрешности.

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 1. Механика. – 4-е изд., перераб. – М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 3. Законы сохранения.

§ 3.2. Кинетическая энергия и работа.

§ 3.5. Потенциальная энергия во внешнем поле сил.

§ 3.7. Закон сохранения энергии.

§ 3.10. Закон сохранения импульса.

§ 3.11. Соударение двух тел.

РАЗДЕЛ 2

ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Задача № 5

ПРОВЕРКА ЗАКОНОВ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ПРИ ПОМОЩИ МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА

Цель задачи: экспериментальная проверка основного закона динамики вращательного движения — уравнения моментов.

Описание установки (первый вариант)

Прибор — маятник Обербека — состоит из четырех стержней и шкивов различных радиусов, вращающихся относительно горизонтальной оси (рис. 1). На стержни насажены одинаковые грузы цилиндрической формы, которые можно перемещать и закреплять в нужном положении при помощи винтов. Если на конце нити, намотанной на один из шкивов, укрепить груз, то под действием силы тяжести последний начнет опускаться, приводя маятник во вращение.

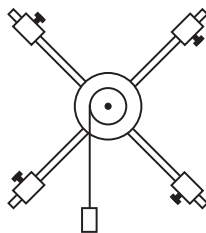


Рис. 1

Вывод расчетной формулы

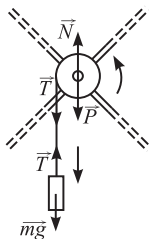


Рис. 2

Чтобы определить, как будет двигаться система «груз—маятник», необходимо написать уравнения движения: второй закон Ньютона в проекции на вертикальную ось для поступательного движения груза и уравнение моментов относительно оси вращения для вращательного движения маятника.

На груз действуют (при пренебрежении силами трения) сила тяжести mg , где m — масса груза и g — ускорение свободного падения, и сила натяжения нити T (рис. 2), так что уравнение движения груза (в проекции на вертикаль) имеет вид

$$ma = mg - T, \quad (1)$$

где a — ускорение груза.

Из моментов сил, действующих на маятник, отличен от нуля лишь момент силы натяжения нити $M = [RT]$, где R — радиус-

вектор точки приложения силы, численно равный радиусу шкива. Действительно, моменты силы тяжести mg и силы N —реакции оси, на которой закреплен маятник, равны нулю, так как они направлены по линии, проходящей через ось вращения; всеми силами трения в этой задаче можно пренебречь. Следовательно, уравнение движения маятника имеет вид

$$J\beta = [RT], \quad (2)$$

где J — момент инерции маятника относительно оси вращения; β — угловое ускорение маятника.

Ускорения груза и маятника связаны соотношением

$$a = \beta R. \quad (3)$$

С учетом синуса угла между векторами R , T и R , β в уравнениях (2)–(3) уравнения (1), (2) и (3) принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} ma &= mg - T, \\ J\beta &= RT, \\ a &= \beta R. \end{aligned} \quad (4)$$

Исключая из этих уравнений β и T , находим ускорение:

$$a = \frac{g}{1 + \frac{J}{mR^2}}, \quad (5)$$

которое, как видно из этой формулы, постоянно. По формуле равноускоренного движения $h = at^2/2$ ускорение можно выразить через путь груза h и время движения t :

$$a = \frac{2h}{t^2}. \quad (6)$$

Приравняв правые части выражений (5) и (6), получим формулу для момента инерции маятника

$$J = \frac{1}{4} mD^2 \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right), \quad (7)$$

где вместо радиуса шкива введен его диаметр $D = 2R$.

Выведем два следствия из формулы (7).

Первое следствие. Пусть в двух опытах груз, опускаясь, проходит один и тот же путь h , причем **моменты сил различны** (в первом опыте берется груз массы m_1 и нить наматывается на шкив диаметром D_1 , во втором опыте используются груз

массы m_2 и шкив диаметром D_2), а **моменты инерции одинаковы** (положение цилиндров на стержнях маятников остается неизменным). Обозначая через t_1 и t_2 время падения груза соответственно в первом и втором опытах, из формулы (7) имеем

$$m_1 D_1^2 \left(\frac{g t_1^2}{2h} - 1 \right) = m_2 D_2^2 \left(\frac{g t_2^2}{2h} - 1 \right). \quad (8)$$

Второе следствие. Пусть теперь в двух опытах **моменты сил одинаковы** (в обоих случаях используется один и тот же груз массы m и шкив диаметром D), а **моменты инерции различны** (в первом опыте цилиндры на стержнях располагаются на расстоянии l_1 , а во втором опыте – на расстоянии l_2 от оси вращения).

Момент инерции маятника J складывается из момента инерции J_0 маятника без цилиндров и из четырех одинаковых моментов инерции J' каждого цилиндра относительно оси вращения:

$$J = J_0 + 4J'. \quad (9)$$

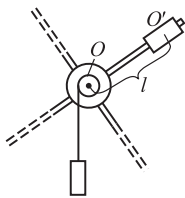


Рис. 3

По теореме Штейнера момент инерции J' цилиндра относительно оси вращения (на рис. 3 ось вращения перпендикулярна плоскости чертежа и изображается точкой O) может быть представлен в виде

$$J' = J'_0 + m'l^2, \quad (10)$$

где J' – момент инерции цилиндра относительно оси, параллельной оси вращения и проходящей через центр масс (на рис. 3 эта ось изображается точкой O'); $l = OO'$ – расстояние между обеими осями; m' – масса цилиндра.

С учетом (10) формула (9) дает

$$J = J_0 + 4J'_0 m'l^2.$$

Подставляя это выражение в формулу (7), имеем для первого опыта ($l = l_1$, $t = t_1$) и для второго опыта ($l = l_2$, $t = t_2$):

$$J_0 + 4J'_0 m'l_1^2 = \frac{mD^2}{4} \left(\frac{g t_1^2}{2h} - 1 \right), \quad (11)$$

$$J_0 + 4J'_0 m'l_2^2 = \frac{mD^2}{4} \left(\frac{g t_2^2}{2h} - 1 \right).$$

Вычитая второе равенство из первого, найдем

$$4m'(l_1^2 - l_2^2) = \frac{mgD^2(t_1^2 - t_2^2)}{8h},$$

откуда

$$t_1^2 - t_2^2 = \frac{32hm'(l_1^2 - l_2^2)}{mgD^2}. \quad (12)$$

Экспериментальная проверка формул (8) и (12) и является целью задачи.

Упражнение 1

Первый случай проверки

В этом упражнении проверяется первое следствие, т.е. формула (8). Измерению подлежат величины m_1 , m_2 , D_1 , D_2 , h , t_1 , t_2 .

Прежде чем приступить к измерениям, располагают цилиндры вблизи удаленных от оси вращения концов стержней на равных расстояниях от оси маятника. При этом необходимо, чтобы при ненатянутой нити любое положение маятника являлось положением безразличного равновесия. Если равновесие отсутствует, его можно добиться следующим образом. Располагают два стержня маятника горизонтально и слегка перемещают один из цилиндров на них, пока не наступит равновесие. Затем, повернув маятник на 90° , при необходимости повторяют аналогичную операцию.

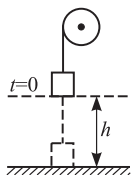


Рис. 4

Диаметры D_1 и D_2 шкивов измеряют штангенциркулем не менее пяти раз в различных местах.

Массы m_1 и m_2 грузов определяют взвешиванием и нумеруют так, чтобы большая масса имела тот же индекс, что и меньший диаметр шкива.

Путь груза h измеряют метровой линейкой как расстояние от пола до нижнего основания груза (рис. 4), которое во всех опытах в начальный момент должно находиться на одном уровне.

Намотав почти целиком нить на шкив диаметром D_1 и подвесив на ее конец груз массой m_1 , измеряют секундомером время t_1 опускания груза. Включают секундомер в момент отпущения груза, когда он находится на расстоянии h от пола, а выключают в момент удара груза о пол. Опыт повторяют не менее пяти раз.

После этого перекидывают нить на другой шкив диаметром D_2 и подвешивают к ней другой груз массой m_2 . Повторяют аналогичную серию из пяти опытов, измеряя время t_2 .

Подставляя измеренные значения величин в формулу (8), вычисляют ее правую и левую части:

$$A_1 = m_1 D_1^2 \left(\frac{g t_1^2}{2h} - 1 \right), \quad A_2 = m_2 D_2^2 \left(\frac{g t_2^2}{2h} - 1 \right).$$

Оценив погрешности выражений A_1 и A_2 , сравнивают эти два выражения:

$$A_1 = (\dots \pm \dots) \text{ кг} \cdot \text{ м}^2, \quad \frac{\Delta A_1}{A_1} = \dots \%,$$

$$A_2 = (\dots \pm \dots) \text{ кг} \cdot \text{ м}^2, \quad \frac{\Delta A_2}{A_2} = \dots \%.$$

При выводе формулы для погрешности можно пренебречь единицей в скобках, так как при условии опыта $g t^2 / 2h \gg 1$.

Упражнение 2

Второй случай проверки

В этом упражнении проверяется второе следствие, т.е. формула (12). Нить наматывается на шкив меньшего радиуса и на ее конец подвешивается груз меньшей массы. Масса m' каждого цилиндра на стержне указана, а высота h измерена ранее, так что для проверки формулы (12) остается измерить расстояния l_1 и l_2 и соответствующие значения времени t_1 и t_2 .

Не изменяя расположения цилиндров, определяют среднее расстояние l_1 от центра масс цилиндра до оси вращения. Для этого измеряют линейкой расстояния L_1 и L_2 между соответственными основаниями каждой пары симметрично расположенных цилиндров (рис. 5).

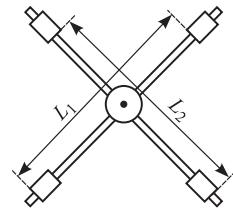


Рис. 5

$$\text{Очевидно, } l_1 = \frac{L_1 + L_2}{4}.$$

Измеряют время падения груза t_1 точно так же, как в упражнении 1.

Вторую серию из пяти опытов проводят при новом расстоянии l_2 цилиндров от оси вращения ($l_2 < l_1$), располагая цилинд-

ры существенно ближе к оси вращения, но так, чтобы время падения груза было не менее 5–8 с. Добившись положения безразличного равновесия при новом расположении цилиндров, определяют расстояние l_2 и время падения t_2 точно так же, как в предыдущем случае:

$$l_2 = \frac{L_1 + L_2'}{4}.$$

Подставляя измеренные значения величин в формулу (12), вычисляют ее левую и правую части:

$$B = t_1^2 - t_2^2, C = \frac{32hm'(l_1^2 - l_2^2)}{mgD^2}.$$

Оценив погрешности, сравнивают результаты:

$$B = (... \pm ...) \text{ с}^2, \frac{\Delta B}{B} = \dots\%,$$

$$C = (... \pm ...) \text{ с}^2, \frac{\Delta C}{C} = \dots\%.$$

Описание установки (второй вариант)

На вертикальной колонне (2) (рис. 6) прикреплены два кронштейна — нижний неподвижный (1) и верхний подвижный (6) —

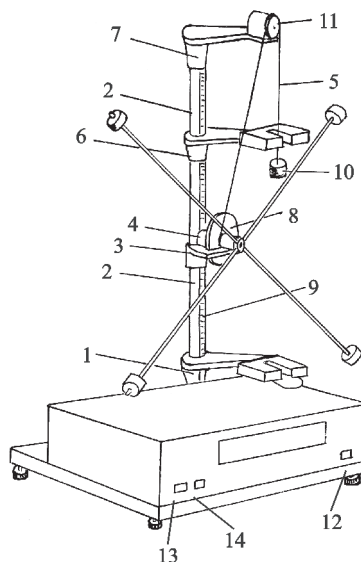


Рис. 6

и две неподвижные втулки (3) и (7). Через верхний диск (11) перекидывается нить (5), один конец которой прикреплен к двухступенчатому диску (8), а на другом конце закреплены грузы (10). На нижнем кронштейне прикреплен тормозной магнит (4), который может удерживать систему крестовины вместе с грузами в состоянии покоя. Для отсчета длины пути на колонне нанесена миллиметровая шкала (9). На кронштейнах (6) и (1) закреплены фотоэлектрические датчики, фиксирующие время прохождения грузом участка пути между датчиками.

На лицевой панели миллисекундомера расположены следующие элементы управления:

(12) «СЕТЬ» – нажатие клавиши включает напряжение питания (все индикаторы высвечивают цифру «0» и светятся лампочки фотоэлектрических датчиков);

(13) «СБРОС» – нажатие клавиши приводит к сбросу предыдущего показания;

(14) «ПУСК» – управление электромагнитом – нажатие клавиши вызывает отключение электромагнита и приводит в движение механическую систему.

Упражнение 1

В этом упражнении проверяется первое следствие формулы для нахождения момента инерции маятника Обербека, т.е. формула (8).

Необходимо знать величины m_1 , m_2 , R_1 , R_2 , t_1 и t_2 , где m_1 – масса груза, привязанного к нитке ($m_1 = 53$ г); m_2 – складывается из m_1 и массы двух дополнительных грузов по 40 г; $D_1 = 42$ мм; $D_2 = 84$ мм; $h = 40$ см; t_1 и t_2 измеряются в процессе эксперимента.

Прежде чем приступить к измерениям, располагают цилиндры вблизи удаленных от оси вращения концов стержней на равных расстояниях от оси маятника. При этом необходимо, чтобы при ненатянутой нити любое положение маятника являлось положением безразличного равновесия.

Порядок измерений

1. Включить прибор в сеть.
2. Закрепить нить узелком на щеке шкива R_1 .
3. Подвесить груз m_1 .
4. Наматывая нить на шкив R_1 , установить нижний край груза точно на уровне черты на корпусе верхнего фотоэлектрического датчика.

5. Нажав кнопку «СЕТЬ», зафиксировать магнитом груз в этом положении.
6. Нажать кнопку «ПУСК».
7. Записать значение t_1 , высветившееся на дисплее миллисекундомера.
8. Нажать кнопку «СБРОС».
9. Повторно поднять груз до верхней черты, где зафиксировать его, отпустив кнопку «ПУСК».
10. Повторить измерения десять раз.
11. Прodelать то же самое для шкива радиуса R_2 и массы m_2 . Подставляя измеренные значения в формулу (8), вычислить ее левую и правую части.

Упражнение 2

В этом упражнении проверяется формула (12). Для этого необходимо измерить расстояния l_1 и l_2 и соответствующие значения времени t_1 и t_2 .

Не изменяя расположения цилиндров, которое было при выполнении упражнения 1, определяют среднее расстояние l_1 от центра масс цилиндра до оси вращения. Измеряют десять раз время падения груза t_1 , точно так же, как в упражнении 1.

Вторую серию из пяти опытов проводят при новом расстоянии l_2 цилиндров от оси вращения ($l_2 < l_1$). Добившись положения безразличного равновесия при новом расположении цилиндров, определяют значение l_2 и время падения t_2 точно так же, как в предыдущем случае.

Подставляя измеренные значения величин в формулу (12), вычисляют ее левую и правые части и сравнивают результаты.

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 1. Механика. — 4-е изд., перераб. — М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 5. Механика твердого тела.

§ 5.3. Вращение тела вокруг неподвижной оси.

§ 5.4. Момент инерции.

Задача № 6

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ТЕЛ И ПРОВЕРКА ТЕОРЕМЫ ШТЕЙНЕРА МЕТОДОМ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Цель задачи: определение момента инерции тел и проверка теоремы о параллельных осях (теоремы Штейнера) методом крутильных колебаний.

Вывод расчетной формулы

Если для однородных тел простой формы момент инерции можно без особых затруднений вычислить теоретически, т.е. по определению, то для тел сложной формы или с неравномерным распределением массы прямой теоретический расчет может оказаться сложным и даже практически неосуществимым. Поэтому большой интерес представляют экспериментальные методы определения момента инерции. Один из них — метод крутильных колебаний трифилярного подвеса — изучается в настоящей задаче.

Трифиллярный подвес представляет собой круглую платформу, подвешенную на трех нитях к неподвижному диску меньшего радиуса (рис. 1).

Если платформу, пустую или с грузом, повернуть на малый угол вокруг вертикальной оси и отпустить, то она будет совершать движение, представляющее собой два одновременно происходящих колебания: колебание «вверх—вниз» в вертикальном направлении и крутильное колебание относительно вертикаль-



Рис. 1

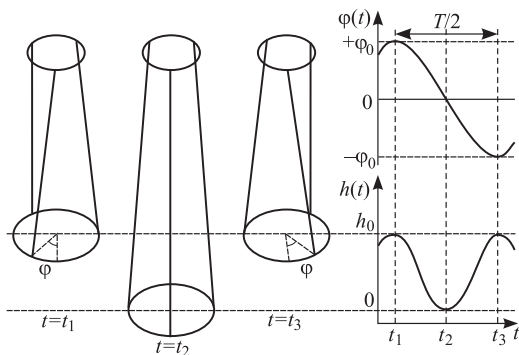


Рис. 2

ной оси симметрии подвеса. Легко видеть, что период T крутильных колебаний вдвое больше периода вертикальных колебаний (рис. 2): за один и тот же промежуток времени ($t_3 - t_1$) подвес совершит **половину** крутильного колебания (пройдя из положения с максимальным углом отклонения $+\varphi_0$ в положение с максимальным углом отклонения $-\varphi_0$ в противоположном направлении) и одновременно **полное** колебание в вертикальном направлении (из наивысшего положения с $h = h_0$ через наинизшее положение с $h = 0$ снова в наивысшее положение).

Выведем формулу, связывающую момент инерции системы «платформа + груз» с периодом крутильных колебаний. Сначала воспользуемся законом сохранения механической энергии. На систему «платформа + груз» действуют силы тяжести, силы натяжения нитей и силы трения. Силы тяжести консервативны; работа сил натяжения равна нулю, так как сила натяжения перпендикулярна направлению движения точки ее приложения, т.е. точки закрепления нити; силами трения ввиду их малости пренебрегаем. Поэтому согласно закону изменения и сохранения механической энергии механическая энергия рассматриваемой системы должна сохраняться.

В тот момент (t_1 на рис. 2), когда платформа находится в наивысшем положении, система обладает потенциальной энергией

$$E_{\text{пот}}^{(1)} = mgh_0,$$

где m — масса системы; g — ускорение свободного падения, в то время как ее кинетическая энергия $E_{\text{кин}}^{(1)} = 0$, так как в этот момент система останавливается.

В другой момент времени, когда система проходит положение равновесия (t_2 на рис. 2), наоборот, $E_{\text{пот}}^{(2)} = 0$, так как $h(t_2) = 0$, в то время как кинетическая энергия системы

$$E_{\text{кин}}^{(2)} = \frac{I\omega_0^2}{2},$$

где I — момент инерции системы относительно оси вращения; ω_0 — ее угловая скорость в момент прохождения положения равновесия.

Приравнявая по закону сохранения механической энергии значения полной механической энергии в моменты t_1 и t_2 , имеем

$$mgh_0 = \frac{I\omega_0^2}{2}. \quad (1)$$

Выразим теперь угловую скорость ω_0 через максимальный угол отклонения φ_0 . Считая крутильные колебания гармоническими, имеем

$$\varphi(t) = \varphi_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \alpha\right),$$

где φ_0 – амплитуда; T – период; α – начальная фаза.

Угловая скорость ω согласно определению выразится так:

$$\omega(t) = \frac{d\varphi}{dt} = \varphi_0 \frac{2\pi}{T} \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \alpha\right).$$

Из последней формулы, полагая $\cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \alpha\right) = 1$, для максимального значения ω имеем

$$\omega_0 = \varphi_0 \frac{2\pi}{T}.$$

Подставляя это выражение в формулу (1), получим

$$mgh_0 = \frac{1}{2} I \left(\frac{2\pi\varphi_0}{T}\right)^2. \quad (2)$$

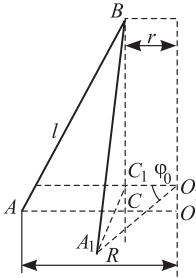


Рис. 3

Наконец, найдем связь между величинами h_0 и φ_0 в формуле (2). На рис. 3 изображены положения точки закрепления нити в момент прохождения положения равновесия (A) и в момент максимального подъема (A_1).

Здесь $R = AO = A_1O_1$ – радиус платформы; $r = C_1O_1$ – радиус верхнего диска; $l = AB = A_1B$ – длина нити; $h_0 = OO_1 = CC_1$ – максимальная высота подъема; φ_0 – максимальный угол поворота. Как видно из рисунка, $h_0 = CC_1 = BC - BC_1$. Используем формулу для

разности квадратов:

$$h_0 = BC - BC_1 = \frac{(BC)^2 - (BC_1)^2}{BC + BC_1}. \quad (3)$$

Входящие сюда величины легко вычислить – $(BC)^2$ найдем по теореме Пифагора из $\triangle ABC$:

$$(BC)^2 = (AB)^2 - (AC)^2 = l^2 - (R - r)^2, \quad (4)$$

$(BC_1)^2$ выразим по теореме Пифагора из $\triangle A_1BC_1$, используя теорему косинусов для стороны A_1C_1 $\triangle A_1C_1O_1$:

$$(BC_1)^2 = (A_1B)^2 - (A_1C_1)^2 = l^2 - (R^2 + r^2 - 2Rr\cos\varphi_0). \quad (5)$$

При малых углах отклонения и при условии $R \sim r$ выражение в знаменателе формулы (3)

$$BC + BC_1 \sim 2l. \quad (6)$$

Подставляя полученные выражения (4)–(6) в формулу (3), имеем

$$h_0 = \frac{2Rr(1 - \cos\varphi_0)}{2l} = \frac{Rr \sin^2 \frac{\varphi_0}{2}}{l}.$$

Так как для малых углов $\sin\alpha \sim \alpha$, то $\sin^2 \frac{\varphi_0}{2} = \frac{\varphi_0^2}{4}$, так что

$$h_0 = \frac{Rr\varphi_0^2}{2l}. \quad (7)$$

Подставляя соотношение (7) в формулу (2), получим

$$mg \frac{Rr\varphi_0^2}{2l} = \frac{1}{2} I \frac{4\pi^2\varphi_0^2}{T^2},$$

откуда

$$I = \frac{mgRr}{4\pi^2 l} T^2. \quad (8)$$

По этой формуле, зная соответствующие параметры системы и измерив период колебаний, можно вычислять моменты инерции.

Упражнение 1

Определение момента инерции ненагруженной платформы

Предварительно успокоив платформу, сообщают ей слабый вращательный импульс, слегка дернув за веревку, прикрепленную к верхнему диску. Амплитуда возникших крутильных колебаний должна быть столь малой, чтобы максимальное отклонение точки закрепления нити в каждую сторону не превышало 1 см, поскольку при больших амплитудах колебания могут существенно отличаться от гармонических. Кроме того, следует по возможности избегать поперечных колебаний платформы. В один из моментов, соответствующих максимальному отклонению платформы от положения равновесия, включают секундомер и измеряют время t двадцати полных колебаний. Чтобы ис-

ключить возможную ошибку в счете числа колебаний, опыт повторяют пять раз, добиваясь того, чтобы измеренные значения времени t отличались друг от друга не более чем на 0,2–0,4 с.

Чтобы избежать вычисления периода колебаний и упростить процедуру оценки погрешности, целесообразно ввести в формулу (8) вместо периода T непосредственно измеряемое время t ($T = t/20$):

$$I_{\text{пл}} = \frac{mgRrt^2}{1600\pi^2l}. \quad (8a)$$

Подставляя сюда среднее значение t и других величин, входящих в формулу (указаны в табличке на столе), вычисляют момент инерции платформы $I_{\text{пл}}$. Оценив погрешности, записывают окончательный результат:

$$I_{\text{пл}} = (\dots \pm \dots) \text{ кг} \cdot \text{ м}^2; \quad \frac{\Delta I}{I} = \dots \%$$

Упражнение 2

Определение момента инерции цилиндра относительно его оси

Два одинаковых цилиндра располагают на платформе один на другом так, чтобы их оси совпадали с осью симметрии платформы (для этой цели на платформе нанесена система концентрических окружностей). Формула (8a), где в качестве массы системы теперь следует взять сумму масс $(m + 2M)$ платформы m и двух цилиндров $2M$, определит момент инерции всей системы, т.е. сумму момента инерции платформы $I_{\text{пл}}$ и двух одинаковых моментов инерции I_0 цилиндров относительно их осей:

$$I_{\text{пл}} + 2I_0 = (m + 2M)gRrt^2/1600\pi^2l.$$

Отсюда для искомого момента инерции цилиндра относительно его оси имеем

$$I_0 = \frac{1}{2} \left[(m + 2M)gRrt^2 / 1600\pi^2l - I_{\text{пл}} \right]. \quad (8б)$$

Суммарная масса двух цилиндров $2M$ определяется взвешиванием. Время t двадцати колебаний системы измеряется так же, как в упражнении 1.

Оценки погрешности, представляют окончательный результат в виде

$$I_0 = (\dots \pm \dots) \text{ кг} \cdot \text{ м}^2; \quad \frac{\Delta I_0}{I_0} = \dots \%$$

Рекомендуется также, измерив диаметр D цилиндра, рассчитать момент инерции цилиндра $I_0 = 1/2 m(D/2)^2$ и результаты сопоставить.

Упражнение 3

Проверка теоремы о параллельных осях

Цилиндры располагают по обе стороны от оси платформы так, чтобы их центры находились на одной прямой с центром платформы на одинаковых расстояниях от него (рис. 4).

Определяют расстояние d от оси цилиндров до оси вращения, где D – диаметр цилиндра; D' – расстояние между максимально удаленными друг от друга точками цилиндров. Диаметр D измеряется штангенциркулем, расстояние D' – линейкой.

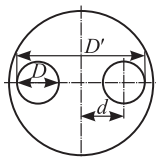


Рис. 4

Точно так же, как в предыдущем упражнении, измеряют в пяти опытах время t двадцати колебаний системы и по формуле (8б) вычисляют момент инерции $I_{\text{эксп}}$ цилиндра относительно оси, параллельной оси цилиндра и отстоящей на расстоянии d от нее.

Затем рассчитывают тот же момент инерции теоретически, пользуясь теоремой о параллельных осях:

$$I_{\text{теор}} = I_0 + Md^2.$$

Входящие сюда масса цилиндра M и расстояние d измерены ранее, а момент инерции I_0 цилиндра относительно его оси вычислен в упражнении 2.

Оценив погрешности для обоих способов, сопоставляют результаты:

$$I_{\text{эксп}} = (\dots \pm \dots) \text{ кг} \cdot \text{ м}^2; \quad \frac{\Delta I_{\text{эксп}}}{I_{\text{эксп}}} = \dots \%,$$

$$I_{\text{теор}} = (\dots \pm \dots) \text{ кг} \cdot \text{ м}^2; \quad \frac{\Delta I_{\text{теор}}}{I_{\text{теор}}} = \dots \%.$$

Упражнение 4

Определение моментов инерции прямоугольного параллелепипеда относительно его осей симметрии

Располагая параллелепипед на платформе так, чтобы с осью симметрии подвеса совпадала одна из его осей симметрии, на-

пример, ось (1) на рис. 5, определяют его момент инерции I_1 относительно этой оси тем же способом, каким определялся момент инерции цилиндра в упражнении 2:

$$I_0 = \frac{1}{2} \left[(m + 2M)gRr^2 / 1600\pi^2 l - I_{\text{пл}} \right].$$

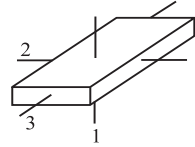


Рис. 5

Масса параллелепипеда M определяется взвешиванием.

Аналогично находят моменты инерции I_2 и I_3 параллелепипеда относительно осей (2) и (3). Оценивают погрешности и результаты представляют в виде

$$I_1 = (\dots \pm \dots) \text{ кг} \cdot \text{ м}^2; \quad \frac{\Delta I_1}{I_1} = \dots \%,$$

$$I_2 = (\dots \pm \dots) \text{ кг} \cdot \text{ м}^2; \quad \frac{\Delta I_2}{I_2} = \dots \%,$$

$$I_3 = (\dots \pm \dots) \text{ кг} \cdot \text{ м}^2; \quad \frac{\Delta I_3}{I_3} = \dots \%.$$

ЗАМЕЧАНИЕ. Оценка всех погрешностей в этой задаче представляет собой довольно трудоемкую операцию, поэтому вычисление некоторых погрешностей, по согласованию с преподавателем, можно опустить.

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 1. Механика. — 4-е изд., перераб. — М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 5. Механика твердого тела.

§ 5.3. Вращение тела вокруг неподвижной оси.

§ 5.4. Момент инерции.

Задача № 7

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ КОЛЕСА

Цель задачи: измерение момента инерции велосипедного колеса двумя различными способами.

Описание установки

Велосипедное колесо может вращаться вокруг горизонтальной оси (рис. 1). На шкив, жестко связанный с колесом, намотана нить; один ее конец закреплен на шкиве, а к другому привязан металлический шарик. В двух диаметрально противоположных точках на внутренней стороне обода колеса имеются ячейки, в которые можно помещать шарик. Угол отклонения колеса определяется по положению указателя, связанного с колесом, по угломерной шкале.



Рис. 1

Упражнение 1

Определение момента инерции колеса методом колебаний

Вывод расчетной формулы

Если шарик поместить в одну из ячеек, то центр тяжести системы «колесо—шарик» не будет находиться на оси вращения, что соответствует типичному физическому маятнику.

Будучи выведен из положения равновесия, маятник начнет совершать приблизительно гармонические колебания, круговая частота которых определяется формулой

$$\omega^2 = \frac{mgl}{I}, \quad (1)$$

где g – ускорение свободного падения; I – момент инерции маятника; l – расстояние от оси вращения до центра шарика; m – масса шарика (а не масса всего маятника и, соответственно, расстояние от оси вращения до центра масс маятника, как в общей теории физического маятника). Это связано с тем, что в данном случае момент сил тяжести сводится лишь к моменту $M = mgl \sin \varphi$ сил тяжести, действующих на шарик; момент сил тяжести, действующих на колесо, равен нулю, так как вследствие симметрии колеса его центр тяжести находится на оси вращения).

Момент инерции I маятника относительно оси вращения складывается из моментов инерции колеса I_{κ} и шарика $I_{\text{ш}}$:

$$I = I_{\kappa} + I_{\text{ш}}. \quad (2)$$

Так как размеры шарика существенно меньше расстояния до оси вращения, то его можно считать материальной точкой, так что $I_{\text{ш}} = ml^2$ и полный момент инерции маятника запишется в виде

$$I = I_{\text{к}} + ml^2. \quad (3)$$

Подставляя это выражение в формулу (1), имеем

$$\omega^2 = \frac{mgl}{I_{\text{к}} + ml^2}.$$

Выражая круговую частоту ω через период колебаний T по формуле $\omega = 2\pi/T$, находим

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{mgl}{I_{\text{к}} + ml^2},$$

откуда для момента инерции колеса получаем формулу

$$I_{\text{к}} = ml^2 \left(\frac{gT^2}{4\pi^2 l} - 1 \right). \quad (4)$$

Экспериментальная часть

Для вычисления момента инерции колеса по формуле (4) необходимо знать значения величин m , l и T . Масса m шарика указана в табличке. Для определения расстояния l от центра шарика до оси вращения рекомендуется сначала измерить кратчайшее расстояние между поверхностями шарика и втулки и прибавить к нему сумму радиусов шарика и втулки, измерив диаметры последних штангенциркулем. Для определения периода колебаний T измеряется время t двадцати колебаний. Колебания возбуждают, отклоняя колесо на небольшой (не более 10°) угол от положения равновесия и отпуская. Если из-за большого трения колесо останавливается прежде, чем совершится двадцать колебаний, то увеличивают начальное отклонение колеса до $15\text{--}20^\circ$. Чтобы исключить возможную ошибку в счете числа колебаний, опыт повторяют не менее пяти раз, добиваясь того, чтобы измеренные значения времени t отличались друг от друга не более чем на $0,2\text{--}0,4$ с.

Чтобы избежать вычисления периода колебаний и упростить процедуру оценки погрешности, целесообразно выразить в формуле (4) период через непосредственно измеряемое время $T = t/20$:

$$I_{\text{к}} = ml^2 \left(\frac{gt^2}{1600\pi^2 l} - 1 \right). \quad (4a)$$

Подставляя в эту формулу значения величин m , l и t , вычисляют I_k . Оценивают погрешности и окончательный результат представляют в виде

$$I_k = (\dots \pm \dots) \text{ кг} \cdot \text{ м}^2; \frac{\Delta I_k}{I_k} = \dots \%$$

Упражнение 2

Первый вариант. Определение момента инерции колеса методом вращения без учета сил трения

Вывод расчетной формулы

Если, вынув шарик из ячейки, намотать нить на шкив и отпустить шарик, то он начнет опускаться, приводя колесо во вращение. Предполагая нить невесомой и нерастяжимой и пренебрегая силами трения, запишем уравнения движения: для шарика – второй закон Ньютона в проекции на вертикальную ось и для колеса – уравнение моментов относительно оси вращения, а также кинематическую связь между ускорениями шарика и колеса:

$$ma = mg - f_n,$$

$$I\beta = rf_n,$$

$$a = \beta r,$$

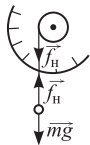


Рис. 2

где a – ускорение шарика; g – ускорение свободного падения; f_n – сила натяжения нити; β – угловое ускорение колеса; r – радиус шкива.

Силы, действующие на колесо и шарик, изображены на рис. 2. Последнее равенство получается из соотношения $a_\tau = \beta r$ между угловым и тангенциальным ускорениями точки поверхности шкива, если учесть, что это тангенциальное ускорение равно ускорению шарика $a_\tau = a$.

Исключая из этой системы неизвестные β и f_n , находим ускорение шарика:

$$a = \frac{g}{1 + \frac{I_k}{mr^2}},$$

откуда

$$I_k = mr^2 \left(\frac{g}{a} - 1 \right).$$

Так как ускорение шарика постоянно, то его можно выразить по известной формуле равноускоренного движения

$$h = \frac{at^2}{2}$$

через путь h шарика и время движения t :

$$a = \frac{2h}{t^2}.$$

Подставляя это выражение в предыдущую формулу, находим окончательную формулу для момента инерции колеса

$$I_k = \frac{mD^2}{4} \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right), \quad (5)$$

где вместо радиуса введен диаметр шкива $D = 2r$.

Экспериментальная часть

Для вычисления момента инерции колеса по формуле (5), необходимо измерить величины D , h и t .

Диаметр D шкива измеряют штангенциркулем не менее пяти раз в различных местах.

Путь h можно измерить как расстояние от нижней точки поверхности шкива до верхней точки шарика в его наинижешем положении, когда нить полностью размотана (рис. 3).

Такое определение h предполагает, что в начальный момент, когда шарик отпускают и включают секундомер, верхняя точка шарика должна находиться на одном уровне с нижней точкой поверхности шкива (рис. 3), а выключать секундомер следует в момент достижения шариком наинижней точки его пути.

Опыт с опусканием шарика повторяют не менее пяти раз.

Подставляя значения m , D , h и t в формулу (5), вычисляют момент инерции колеса. Оценивают погрешности измерений, причем при выводе формулы для погрешности единицей в скобках формулы (5) можно пренебречь, так как при условиях опыта

$$\frac{gt^2}{2h} \gg 1.$$

Как окончательный итог, сопоставляют результаты обоих методов:

метод вращения $I_k = (\dots \pm \dots) \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \frac{\Delta I_k}{I_k} = \dots \%$

метод колебаний $I_k = (\dots \pm \dots) \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \frac{\Delta I_k}{I_k} = \dots \%$

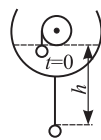


Рис. 3

Упражнение 2

Второй вариант. Определение момента инерции колеса методом вращения с учетом сил трения

Вывод расчетной формулы

Пренебрежение силами трения допустимо лишь в том случае, если связанная с их неучетом систематическая погрешность меньше погрешности метода измерения. В противном случае силами трения пренебрегать нельзя. Ниже излагается способ определения момента инерции колеса с учетом сил трения. Речь идет о силах трения в оси колеса. Прочие силы трения, в частности силы сопротивления воздуха, ввиду их малости практически не сказываются на результатах опыта.

В этом случае система уравнений, описывающая движение шарика и колеса (в проекциях на соответствующие направления), будет иметь вид

$$\begin{aligned}ma &= mg - f_{\text{н}}, \\ I_{\text{к}}\beta &= rf_{\text{н}} - M_{\text{тр}}, \\ a &= \beta r.\end{aligned}$$

Считая момент сил трения $M_{\text{тр}}$ постоянным и проводя аналогичные выкладки, получают вместо формулы (5) следующую формулу для момента инерции колеса:

$$I_{\text{к}} = mr^2 \left[\frac{gt^2}{2h} \left(1 - \frac{M_{\text{тр}}}{mgr} \right) - 1 \right]. \quad (6)$$

Момент сил трения $M_{\text{тр}}$ можно определить, пользуясь законом изменения механической энергии. После того как шарик опустится на полную длину нити, колесо будет продолжать вращаться в прежнем направлении, нить будет наматываться на шкив и шарик поднимется вверх на некоторую максимальную высоту h_1 (рис. 4).

Так как кинетическая энергия шарика в начальном (на высоте h) и конечном (на высоте h_1) положениях равна нулю, то изменение полной механической энергии шарика ΔE определится изменением его потенциальной энергии

$$\Delta E = mgh - mgh_1. \quad (7)$$

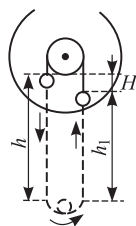


Рис. 4

Работа сил трения

$$A = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M_{\text{тр}} d\varphi$$

в нашем случае ($M_{\text{тр}} = \text{const}$) принимает простой вид

$$A = M_{\text{тр}} \varphi, \quad (8)$$

где φ – полный угол, на который повернулось колесо за время перехода шарика из начального в конечное состояние.

Легко видеть, что

$$\varphi = \frac{h+h_1}{r}. \quad (9)$$

Действительно, $\varphi = l/r$, где l – полный путь, пройденный какой-либо точкой поверхности шкива, и этот путь равен пути $h+h_1$, пройденному шариком. С учетом (9) формула (8) для работы сил трения примет вид

$$A = M_{\text{тр}} \frac{h+h_1}{r}. \quad (10)$$

Согласно закону изменения механической энергии

$$\Delta E = A. \quad (11)$$

Подставляя сюда выражения (7) и (10) для ΔE и A , имеем

$$mg(h-h_1) = M_{\text{тр}} \frac{h+h_1}{r},$$

откуда

$$M_{\text{тр}} = mgr \frac{h-h_1}{h+h_1}. \quad (12)$$

Подставляя это выражение в формулу (6), окончательно имеем

$$I_{\text{к}} = \frac{1}{4} mD^2 \left[\frac{gt^2}{2h} \left(1 - \frac{h-h_1}{h+h_1} \right) - 1 \right]. \quad (13)$$

Экспериментальная часть

Измерения проводятся так же, как в первом варианте упражнения 2, с той лишь разницей, что теперь кроме времени опускания шарика t необходимо измерять также высоту h_1 его последующего подъема. Эту высоту рекомендуется находить следующим образом. Когда шарик достигнет наивысшей точки подъема и колесо остановится, фиксируют положение колеса

рукой и измеряют расстояние H от верхней точки шарика до шкива (см. рис. 4). Очевидно, $h_1 = h - H$.

Подставляя значения измеренных величин в формулы (5) и (13), вычисляют момент инерции колеса соответственно без учета и с учетом сил трения.

При выводе формулы для погрешности можно использовать для момента инерции приближенную формулу

$$I_{\text{к}} = \frac{mD^2 gt^2}{8h},$$

поскольку

$$h = \frac{gt^2}{2h} \gg 1 \text{ и } \frac{h - h_1}{h + h_1} \ll 1.$$

Тем самым погрешности $\Delta I_{\text{к}}$ в обоих вариантах упражнения 2 оказываются одинаковыми.

Оценив погрешности, представляют окончательные результаты, выписав рядом для удобства сопоставления результат, полученный методом колебаний:

метод вращения – без учета сил трения

$$I_{\text{к}} = (\dots \pm \dots) \text{ кг} \cdot \text{ м}^2; \frac{\Delta I_{\text{к}}}{I_{\text{к}}} = \dots \%,$$

с учетом сил трения

$$I_{\text{к}} = (\dots \pm \dots) \text{ кг} \cdot \text{ м}^2; \frac{\Delta I_{\text{к}}}{I_{\text{к}}} = \dots \%,$$

метод колебаний

$$I_{\text{к}} = (\dots \pm \dots) \text{ кг} \cdot \text{ м}^2; \frac{\Delta I_{\text{к}}}{I_{\text{к}}} = \dots \%.$$

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 1. Механика. – 4-е изд., перераб. – М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 2. Динамика материальной точки.

§ 2.10. Силы трения.

Глава 5. Механика твердого тела.

§ 5.3. Вращение тела вокруг неподвижной оси.

§ 5.4. Момент инерции.

Глава 8. Колебательное движение.

§ 8.5. Маятник.

Задача № 8

КРУТИЛЬНЫЙ БАЛЛИСТИЧЕСКИЙ МАЯТНИК

Цель задачи: определение скорости пули с помощью крутильного баллистического маятника на примере неупругого соударения с использованием законов сохранения энергии и момента импульса.

Первый вариант экспериментальной установки

Описание установки. Крутильный маятник представляет собой тело, способное совершать упругие крутильные колебания вокруг вертикальной оси. Экспериментальная установка изображена на рис. 1.

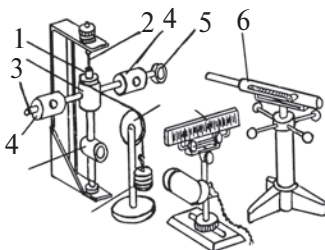


Рис. 1

Маятник устроен следующим образом. На вертикальном стержне (1), подвешенном на упругой проволоке (2), закреплен горизонтальный стержень (3), по которому могут перемещаться два цилиндрических груза (4). На конце стержня (3) укреплена чашечка с пластилином (5). Выстрел производится из пружинной пушки (6) так, что пуля, вылетевшая из пушки перпендикулярно горизонтальному стержню, попадает в чашечку с пластилином и застревает в нем.

Вывод расчетной формулы

Рассмотрим систему, состоящую из пули и маятника. Вначале маятник неподвижен, а пуля массой m летит горизонтально в направлении, перпендикулярном стержню со скоростью v_1 . Величина момента импульса пули относительно оси маятника равна $L_1 = mv_1l$, где l – расстояние от оси маятника до линии, по которой происходит движение пули. Затем пуля застревает в пластилине, т.е. происходит абсолютно неупругий удар. Маят-

ник вместе с застрявшей в нем пулей начинает поворачиваться вокруг вертикальной оси с угловой скоростью ω_0 . Сразу после соударения момент импульса системы относительно оси маятника будет равен $L_2 = I\omega_0$, где I – момент инерции маятника вместе с застрявшей в нем пулей.

Выясним, можно ли в данной задаче применить закон сохранения момента импульса. Внешними силами для системы «маятник–пуля» являются силы тяжести, действующие на пулю и маятник, упругие силы, обусловленные растяжением проволоки, и упругие силы, связанные с деформацией кручения проволоки. Сила натяжения уравнивает силу тяжести и действует вертикально вверх при любом положении маятника; эти силы направлены вдоль оси маятника, следовательно, моменты этих сил относительно оси маятника равны нулю. Силы, связанные с деформацией кручения, появляются при повороте маятника на некоторый угол α от положения равновесия, вызывая момент сил M , стремящийся вернуть маятник в положение равновесия. С учетом того, что время τ соударения пули с маятником много меньше периода колебаний T самого маятника (условия применимости баллистического метода), запишем для системы «маятник–пуля» закон сохранения момента импульса:

$$L_1 = L_2, \text{ т.е. } mv_1 l = I\omega_0. \quad (1)$$

Рассмотрим теперь дальнейшее движение системы и для его описания применим закон изменения механической энергии. После соударения система имеет кинетическую энергию $E = I\omega_0^2 / 2$. По мере того как маятник поворачивается и закручивается проволока, на которой он подвешен, возрастает момент сил кручения $M = D\alpha$, где α – угол поворота маятника от положения равновесия; D – модуль кручения. Полная работа A , которую совершают силы кручения при изменении угла поворота маятника от нуля до максимального значения α_0 , определяется выражением

$$A = \int_0^{\alpha_0} D\alpha d\alpha = 1/2 D\alpha_0^2.$$

Когда угол поворота маятника достигнет максимального значения α_0 , угловая скорость вращения маятника станет равной нулю. Таким образом, получаем:

$$\frac{I\omega_0^2}{2} = \frac{D\alpha_0^2}{2}. \quad (2)$$

Из уравнений (1) и (2) можно составить систему

$$\begin{cases} m v_1 l = I \omega_0 \\ \frac{I \omega_0^2}{2} = \frac{D \alpha_0^2}{2}, \end{cases}$$

решая которую, найдем скорость пули

$$v_1 = \frac{\alpha_0 T D}{2 \pi m l}. \quad (3)$$

С другой стороны, известно, что период колебаний крутильного маятника T можно определить по формуле $T = 2\pi\sqrt{I/D}$, следовательно, момент инерции $I = T^2 D / 4\pi^2$. Окончательная формула для вычисления скорости пули будет

$$v_1 = \alpha_0 T D / 2 \pi m l. \quad (4)$$

Упражнение 1

Определение модуля кручения

Модуль кручения определяется статическим методом (см. рис. 1). Измеряют линейкой расстояние b от зеркала (7) до шкалы (8). Петельку на конце нити надевают на винт, ввернутый в желобок барабана (9). Оборачивают нить вокруг барабана по желобку и перекидывают ее через блок (10). Платформа (11), привязанная к другому концу нити, должна висеть над столом. На платформу помещают груз массы m . В результате этого маятник поворачивается. Находят величину отклонения n светового луча на шкале (8) от начального положения. Подобные измерения проводят, помещая на платформу последовательно пять грузов. Результаты измерений заносят в табл. 1.

Таблица 1

№ п/п	m , кг	n , м	D , Н·м
1			
.			
.			
.			
5			

Получим формулу для определения модуля кручения. При неподвижном маятнике момент сил M , действующих на маятник со стороны проволоки подвеса, уравновешивается моментом силы натяжения нити, перекинутой через блок. Сила натяжения нити равна силе тяжести mg груза на платформе. Плечо этой силы равно радиусу барабана (9). Следовательно,

$M = mgd/2$, где d – диаметр барабана, измеряется штангенциркулем. Зная, что $M = D\alpha$, а угол α определяется как $\alpha = n/2b$, получаем

$$D = \frac{mgbd}{n}.$$

Таким образом, проведя все необходимые измерения, определяют модуль кручения D . Оценив погрешности, записывают результат в виде

$$D = (D \pm \Delta D), [\text{Н}\cdot\text{м}], \Delta D/D = \dots\%$$

Упражнение 2

Определение скорости пули

Снимают нить с барабана и убирают блок (см. рис. 1). Измеряют линейкой расстояние l от оси маятника до середины чашечки с пластилином. Раздвигают цилиндры (4) на стержне (3) до дальних меток. Устанавливают пушку (6) таким образом, чтобы ее ствол был перпендикулярен стержню (3) и направлен на середину чашечки с пластилином. Заряжают пушку и производят выстрел. Измеряют максимальное отклонение n_0 светового луча по шкале от положения равновесия. При помощи секундомера определяют время t двадцати полных колебаний маятника. Массу пули m определяют взвешиванием. Выстрел произвести пять раз. Затем сдвигают цилиндры на стержне до ближних меток и снова проделывают все измерения.

Результаты измерений могут быть сведены в табл. 2.

Таблица 2

$l = , m =$			
	$n_0, \text{м}$	$t, \text{с}$	$v, \text{м/с}$
Цилиндры находятся на расстоянии R_1			
1			
.			
.			
.			
5			
Цилиндры находятся на расстоянии R_2			
1			
.			
.			
.			
5			

Используя обозначения этого упражнения, формулу для определения скорости пули можно записать в виде

$$v = \frac{n_0 t D}{2b20m/2\pi} = \frac{n_0 t D}{4\pi20bml}$$

Оценивают абсолютную и относительную погрешности в определении скорости и записывают ответ с их учетом.

Второй вариант экспериментальной установки

Описание установки

Установка состоит из крутильного маятника, стреляющего устройства (пистолета) и электронного блока, включающего в себя универсальный миллисекундомер и фотоэлектрический датчик для регистрации времени и числа полных колебаний маятника.

Общий вид баллистического маятника показан на рис. 2.

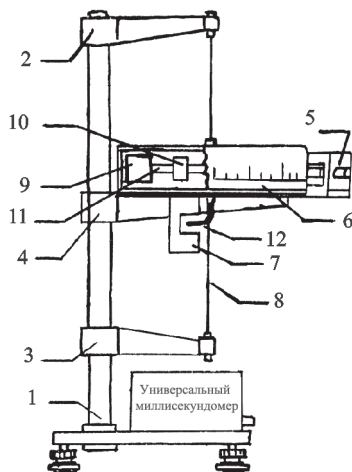


Рис. 2

Маятник собран из массивного вертикального стержня (1), на котором находятся три кронштейна: верхний (2), нижний (3) и средний (4). К среднему кронштейну прикреплено стреляющее устройство (5), прозрачный экран с нанесенной на него угловой шкалой (6), по которой определяется угол поворота маятника, и фотоэлектрический датчик (7). Пистолет представляет собой закрепленную на установке трубку-ствол, внутри кото-

рой находится упругая пружина с направляющим стержнем. Пружина сжимается, пуля, представляющая собой короткий полый металлический цилиндр, надевается на направляющий стержень и опускается в ствол. После освобождения пружины пуля выбрасывается. Кронштейны (2) и (3) имеют зажимы, служащие для крепления стальной проволоки (8), деформация которой создает момент упругих сил. На проволоке подвешен маятник, состоящий из двух полых чашечек (9), наполненных пластилином, двух перемещаемых грузов (10), двух стержней (11) и поводка (12).

Включение электронного блока осуществляется нажатием на клавишу «СЕТЬ». При нажатии на клавишу «СБРОС» происходит обнуление обоих табло электронного блока. При первом же пересечении маятником светового пучка фотоэлектрической системы происходит запуск электронного секундомера и системы счета числа полных колебаний маятника. При нажатии на клавишу «СТОП» происходит выключение секундомера и системы счета числа периодов после завершения очередного колебания. При этом на табло электронного блока высвечивается число полных колебаний N и соответствующее им значение времени t .

Вывод расчетной формулы

Выведем формулу для определения скорости пули. После попадания пули в маятник он начинает вращаться вокруг вертикальной оси. Если пренебречь при его движении моментом сил трения, то можно воспользоваться двумя законами сохранения: законом сохранения момента импульса и законом сохранения механической энергии.

На основании закона сохранения момента импульса, считая удар полностью неупругим, а пулю материальной точкой, можно написать, что величина момента импульса системы «пуля–маятник» до удара равна суммарному моменту импульса системы после удара:

$$mvr = (I_1 + mr^2)\omega, \quad (1)$$

где m – масса пули; v – величина ее скорости; r – радиус-вектор места попадания пули перед ударом; I_1 – момент инерции маятника; ω – угловая скорость вращения маятника с пулей сразу после удара.

После удара маятник поворачивается на некоторый угол α . На основании закона сохранения механической энергии получа-

ем, что вся кинетическая энергия переходит в потенциальную, т.е.

$$1/2(I_1 + mr^2)\omega^2 = 1/2 D\alpha_0^2, \quad (2)$$

где α_0 – наибольший угол поворота маятника; D – модуль кручения.

Из уравнений (1) и (2) получаем

$$v^2 = \frac{D\alpha_0^2}{m^2 r^2} (I_1 + mr^2). \quad (3)$$

Так как момент инерции пули mr^2 во много раз меньше момента инерции маятника I_1 , т.е. $mr^2 \ll I_1$, то из формулы (3) получаем

$$v^2 = \frac{D\alpha_0^2 I_1}{m^2 r^2}. \quad (4)$$

Уравнение движения крутильного баллистического маятника может быть записано в виде

$$I_1 \frac{d^2\alpha}{dt^2} = -D\alpha, \quad (5)$$

где α – угол поворота маятника; $\frac{d^2\alpha}{dt^2}$ – угловое ускорение.

Решением дифференциального уравнения (5) является функция

$$\alpha = \alpha_0 \cos(\omega_1 t + \varphi),$$

где $\omega_1 = \sqrt{D/I_1}$ – собственная частота колебаний маятника; α_0 – максимальный угол отклонения маятника; φ – начальная фаза. Тогда период собственных колебаний будет

$$T_1 = 2\pi\sqrt{I_1/D}. \quad (6)$$

Для исключения из формул модуля кручения D можно поступить следующим образом. Изменим момент инерции маятника, изменив расстояние между грузами. Тогда

$$T_1 = 2\pi\sqrt{I_1/D}, \quad T_2 = 2\pi\sqrt{I_2/D}, \quad I_1 - I_2 = \Delta I,$$

где T_2 – период колебаний при новом значении момента инерции I_2 ; ΔI – разность моментов инерции.

После преобразований получаем

$$I_1/I_2 = T_1^2/T_2^2, \quad I_1 = \frac{T_1^2}{(T_1^2 - T_2^2)} \Delta I. \quad (7)$$

Подставляя значение I_1 , найденное в (7), и используя (6), получим

$$v = 2\pi\alpha_0 T_1 / mr (T_1^2 - T_2^2) \Delta I. \quad (8)$$

Величину ΔI можно определить, используя теорему Штейнера. Согласно этой теореме

$$I_1 = I_0 + 2MR_1^2,$$

$$I_2 = I_0 + 2MR_2^2,$$

где I_0 – момент инерции маятника, когда центры тяжести грузов совпадают с осью вращения маятника; I_1 – момент инерции, когда оба груза находятся на расстояниях R_1 от оси вращения; I_2 – момент инерции, когда оба груза находятся на расстояниях R_2 ; M – масса одного груза.

Пусть $R_1 > R_2$, тогда

$$\Delta I = I_1 - I_2 = 2M(R_1^2 - R_2^2). \quad (9)$$

С учетом (9) окончательно для скорости пули получаем

$$v = \frac{4\pi\alpha_0 MT_1(R_1^2 - R_2^2)}{mr(T_1^2 - T_2^2)}. \quad (10)$$

Порядок выполнения работы

Скорость полета пули определяется по формуле (10), в которой r – расстояние от оси маятника до середины одной из чашечек с пластилином; R_1 – расстояние между осью маятника и серединой одного из грузов в первом положении; R_2 – расстояние между осью маятника и серединой одного из грузов во втором положении, причем $R_1 > R_2$.

Измерение скорости снаряда проводится следующим образом:

1. Максимально приблизить грузы друг к другу ($R_2 - \min$).
2. Установить маятник в таком положении, чтобы черта на шкале показывала угол $\alpha = 0$.
3. Выстрелить снаряд из стреляющего устройства.
4. Измерить максимальный угол отклонения маятника α_0 .
5. Включить и обнулить счетчик времени.
6. Отклонить маятник на угол α_0 и пустить его.
7. Измерить время для десяти колебаний и вычислить T_2 .
8. Максимально отдалить друг от друга грузы ($R_1 - \max$) и повторить действия согласно пунктам со 2 по 6.
9. Измерить время для десяти колебаний и вычислить T_1 .
10. Скорость снаряда v_i , вычислить по формуле (10).

После определения скорости пули следует вычислить погрешность измерений и записать результат с учетом погрешности.

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 1. Механика. — 4-е изд., перераб. — М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 3. Законы сохранения.

§ 3.11. Соударение двух тел.

§ 3.12. Закон сохранения момента импульса.

Глава 5. Механика твердого тела.

§ 5.4. Момент инерции.

§ 5.6. Кинетическая энергия вращающегося твердого тела.

Глава 8. Колебательное движение.

§ 8.5. Маятник.

Задача № 9

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ МАЯТНИКА МАКСВЕЛЛА

Цель задачи: экспериментальное ознакомление с движением твердого тела на примере плоскопараллельного движения маятника Максвелла и определение его момента инерции.

Вывод расчетной формулы

Движение маятника Максвелла представляет собой пример плоскопараллельного движения твердого тела, которое может быть сведено к поступательному движению тела вместе с какой-либо точкой и вращению всего тела относительно оси, проведенной через эту точку.

Такой тип движения довольно широко распространен в природе и технике: колесо движущегося автомобиля, каток дорожной машины и т.д.

Маятник Максвелла — это небольшой диск (маховик), плотно насаженный на ось. Маятник может опускаться (под действием силы тяжести) на двух нитях, предварительно намотанных на ось маховика (рис. 1).

Нити во время движения вниз разматываются до полной длины, раскрутившийся маховик продолжает вращательное движение в том же направлении и наматывает нити на ось, вследствие чего он поднимается вверх, замедляя при этом свое движение. Дойдя до верхней точки, диск опять будет опускаться вниз и т.д. Диск будет совершать периодически повторяющееся движение, поэтому он получил название маятника. Таким образом, движение маятника Максвелла можно разделить на две стадии: опускание и подъем.

Согласно основным законам динамики поступательного и вращательного движений, пренебрегая силами трения и отклонением нитей от вертикали, запишем (в проекциях на соответствующие оси):

$$ma = mg - 2T, \quad (1)$$

$$I\beta = 2rT, \quad (2)$$

$$a = \beta r, \quad (3)$$

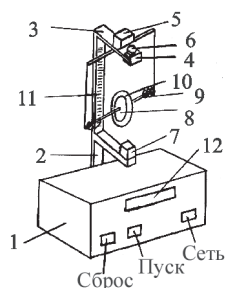


Рис. 1

где m – масса маятника; I – момент инерции маятника относительно оси; r – радиус маятника; T – сила натяжения нити (одной); g – ускорение силы тяжести; a – ускорение центра масс маятника; β – угловое ускорение.

Эти уравнения применимы как к первой, так и ко второй стадии движения маятника. Начальные условия для них в разных стадиях различны. При опускании маятника начальная скорость его центра масс равна нулю, при его подъеме она отличается от нуля. Из уравнений (1), (2), (3) следует:

$$I = \frac{m}{a}(g - a)r^2, \quad (4)$$

$$2T = m(g - a), \quad (5)$$

$$a = \frac{2h}{t^2}, \quad (6)$$

где t – время движения маятника от момента освобождения до момента прохождения им нижней точки; h – расстояние, пройденное маятником за это время.

При $a \ll g$ имеем

$$I = \frac{mgr^2}{a}, \quad (7)$$

$$2T = mg. \quad (8)$$

Заметим, что направления ускорения и сил натяжения не зависят от того, куда движется маятник – вверх или вниз; в то время как скорость изменяет свое направление при колебаниях маятника. Высота, на которую поднимется маятник при движении вверх, будет меньше, чем первоначальная. Разность этих высот характеризует убыль механической энергии, затраченной на преодоление сил деформации нитей при ударе и сил трения.

Доля потерянной механической энергии равна

$$\eta = \Delta E/E = mg(h_1 - h_2)/mgh_1 = \delta h/h, \quad (9)$$

где h_1 – высота опускания маятника; h_2 – высота подъема маятника.

Описание установки

Установка изображена на рис. 1. В основании (1) закреплена колонка (2), к которой прикреплен неподвижно верхний кронштейн (3). На верхнем кронштейне находится электромагнит (4), фотоэлектрический датчик (5) и вороток (6) для закрепления бифилярной подвески маятника. К нижнему кронштейну прикреплен второй фотоэлектрический датчик (7). Маятник

Максвелла состоит из диска (8), закрепленного туго на оси (9) и подвешенного на нитях. На диске укреплено кольцо (10), изменяющее момент инерции системы. Маятник с кольцом удерживается в верхнем положении электромагнитом. Высота опускания маятника определяется по миллиметровой шкале (11), находящейся на колонке прибора. Для измерения высоты опускания маятника Δh^* рекомендуется воспользоваться чертежным прямоугольным треугольником. В состоянии, когда нить маятника раскручена полностью, определяют положение крайней верхней точки маятника. Для этого один из катетов треугольника располагают вдоль шкалы отсчета так, чтобы второй катет касался маятника сверху, и записывают положение вершины прямого угла на шкале h_2^* . Затем, наматывая нить маятника на его ось, фиксируют его с помощью электромагнита в верхнем, исходном положении и аналогичным способом определяют положение на шкале наименьшей точки маятника h_1^* . Высоту опускания маятника вычисляют по формуле

$$\Delta h^* = -h_2^* - h_1 + d_k,$$

где d_k – диаметр кольца маятника (дан на установке).

Миллисекундомер (12) предназначен для измерения времени движения маятника Максвелла. Включение и выключение миллисекундомера осуществляется двумя фотодатчиками, находящимися соответственно в начале и в конце движения маятника. Клавиша «ПУСК» отключает питание электромагнита, и свободный маятник начинает движение. Световой поток лампочки верхнего фотодатчика попадает на фотоэлемент, и с этого момента схема счетчика времени начинает работать. Измерение времени продолжается до момента прерывания маятником светового потока лампочки нижнего фотодатчика. Этот сигнал отключает счетчик времени. Счетчик времени представляет собой электронные часы, собранные на интегральных схемах, с устройством запуска и остановки.

Измерение момента инерции маятника Максвелла производится косвенным образом. Из уравнений (6) и (7) следует, что момент инерции определяется формулой

$$I = \frac{mr^2gt^2}{2h}. \quad (10)$$

Здесь m – масса маятника с кольцом определяется по формуле

$$m = m_0 + m_d + m_k, \quad (11)$$

где m_0 – масса оси; m_d – масса диска; m_k – масса кольца.

Массы диска, колец и оси указаны на самих элементах, диаметры оси и колец – на установке.

Меры предосторожности

1. В установке используется напряжение 220 В. Необходимо соблюдать общие правила по технике безопасности труда для устройств, в которых используется высокое напряжение.

2. Строжайше запрещается менять длину нити маятника!

3. В установке применяются чувствительные фотоэлектрические датчики. Недопустимы удары маятника по нижнему кронштейну, которые могут привести к порче фотоэлектрического датчика.

4. Нужно следить, чтобы при движении маятника (вверх и вниз) нить навивалась на ось симметрично, виток к витку. Несимметричное наматывание нити может привести к удару маятника.

5. Если маятник, начиная двигаться, вышел из вертикальной плоскости, его немедленно надо остановить, взяв в руки ось.

Упражнение 1

Определение момента инерции маятника Максвелла

1. Включить сетевой шнур установки в сеть 220 В.

2. Нажать клавишу «СЕТЬ», при этом индикаторы измерителя высвечивают цифры «0» и включаются лампочки обоих фотодатчиков.

3. На ось маятника симметрично, виток к витку, намотать нить подвески и фиксировать маятник при помощи электромагнита.

4. Проверить, совпадает ли нижний край кольца с нулем шкалы отсчета. Если совпадения нет, обратиться к лаборанту.

5. Нажать клавишу «ПУСК» миллисекундомера и проверить, попадает ли световой луч нижнего фотодатчика на маятник. Если попадания нет, обратиться к лаборанту.

6. Отжать клавишу «ПУСК» миллисекундомера.

7. Снова смотать на ось маятника нить подвески симметрично и равномерно и фиксировать маятник электромагнитом, стараясь при этом, чтобы нить не была слишком скручена.

8. Повернуть маятник в направлении движения на угол 5° для ослабления нити.

9. Нажать клавишу «СБРОС».

10. Нажать клавишу «ПУСК».

11. Прочитать измеренное значение времени падения маятника и занести его в таблицу.

12. Повторить измерения времени еще четыре раза и данные занести в таблицу.

№ п/п	t , с	Δt , с	δh , мм	h_1 , мм
1				
2				
3				
4				
5				

13. По шкале на колонке определить длину, на которую опускается маятник h_1 и занести в таблицу.

14. Используя среднее значение времени опускания маятника, по формуле (10) вычислить момент инерции маятника Максвелла.

15. Оценить абсолютную и относительную погрешности в определении момента инерции маятника и записать ответ с их учетом.

Упражнение 2

Определение доли убыли механической энергии

1. Повторить пункты 6, 7, 8, 9 и 10 упражнения 1 и, отсчитав пять полных колебаний маятника, измерить разность высот δh . Измеренные значения δh и h_1 занести в таблицу.

2. Измерение величин δh и h_1 произвести пять раз и занести в таблицу.

3. Для повышения точности измерений нужно взять пять периодов колебаний маятника. Тогда доля механической энергии, потерянной за один период колебаний, составит

$$\eta = \frac{\delta h}{5h_1} = \frac{h_1 - h_2}{\delta h_1}.$$

где h_1 – высота опускания маятника в первом периоде; h_2 – высота подъема маятника в пятом периоде.

4. Оценить погрешности измерений и записать ответ с их учетом.

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 1. Механика. – 4-е изд., перераб. – М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 5. Механика твердого тела.

§ 5.3. Вращение тела вокруг неподвижной оси.

§ 5.4. Момент инерции.

§ 5.7. Кинетическая энергия тела при плоском движении.

Задача № 10

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Цель работы: экспериментальное определение моментов инерции твердых тел; проверка теоретических формул расчета моментов инерции тел.

Основные понятия и соотношения

Как следует из определения, момент инерции твердого тела относительно данной оси является аддитивной величиной, т.е. моменты инерции тела относительно данной оси складываются из моментов инерции отдельных частей тела относительно той же оси. Можно достаточно просто рассчитать моменты инерции твердого тела, все элементы которого удалены от оси на одинаковые расстояния (например, тонкое кольцо или тонкостенный цилиндр относительно оси симметрии). Для определения моментов инерции тел сложной формы обычно используют экспериментальные методы, одним из которых является **метод крутильных колебаний**. Крутильным маятником называется твердое тело, подвешенное на упругой проволоке и совершающее крутильные колебания относительно положения равновесия. Если проволоку закрутить на малый угол и отпустить, то возникают гармонические колебания относительно положения равновесия, которые можно описать следующим уравнением:

$$I\alpha'' = -D\alpha, \quad (1)$$

где I – момент инерции тела, D – модуль кручения проволоки; α – угол поворота относительно положения равновесия.

Решив данное уравнение по аналогии с решением уравнения для грузика, колеблющегося на пружине, определим период колебания T крутильного маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{I/D}. \quad (2)$$

Экспериментально определив период колебаний и модуль кручения проволоки, по формуле (2) можно рассчитать момент инерции твердого тела любой формы относительно данной оси.

Согласно определению момент инерции твердого тела зависит от положения оси вращения относительно тела. Как известно, у каждого твердого тела существует три взаимно перпендикулярных оси, проходящих через его центр масс (свободные оси), которые замечательны тем, что если вовлечь тело во вращение относительно любой из этих осей, то тело стремится сохранить ориентацию этой оси в пространстве. Моменты инер-

ции относительно свободных осей I_1, I_2, I_3 называются **главными моментами инерции**. Зная главные моменты инерции, можно рассчитать момент инерции относительно любой оси, проходящей через центр масс по следующей формуле:

$$I_x = I_1 \cos^2 \alpha_1 + I_2 \cos^2 \alpha_2 + I_3 \cos^2 \alpha_3, \quad (3)$$

где $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ – углы, которые образует данная ось со свободными осями O_1, O_2 и O_3 соответственно.

В частности, для прямоугольного параллелепипеда момент инерции относительно оси, совпадающей с пространственной диагональю, будет равен

$$I_x = I_1 \frac{a_1^2}{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} + I_2 \frac{a_2^2}{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} + I_3 \frac{a_3^2}{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}, \quad (4)$$

где a_1, a_2, a_3 – длины ребер параллелепипеда, параллельные свободным осям O_1, O_2 и O_3 соответственно (рис. 1).

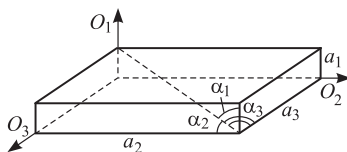


Рис. 1

Описание установки

На основании (2) прибора (рис. 2) прикреплен миллисекундомер (1). В основании закреплена колонка (3), на которой при помощи прижимных винтов закреплены кронштейны (4, 5, 6). На кронштейне (5) находится пластина (8), которая служит основанием фотоэлектрическому датчику (9), электромагниту (10) и угловой шкале (11).

Конструкция рамки (7) позволяет закреплять различные твердые тела (12), существенно отличающиеся друг от друга по форме и размерам. Твердые тела закрепляются при помощи подвижной балки (13), которая перемещается по направляющим между неподвижными балками. Балка устанавливается путем затягивания гаек (14) на зажимных втулках, помещенных на подвижной балке.

В процессе колебаний маятника, флажок (15) рамки прерывает световой поток от лампочки, что приводит к регистрации числа периодов колебания фотоэлектрическим датчиком и общего времени, за которое происходит измерение.

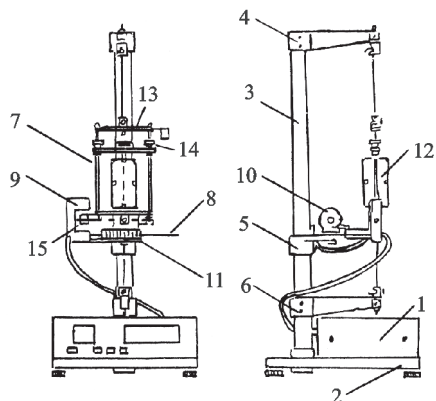


Рис. 2

На лицевой панели миллисекундомера размещены следующие клавиши:

1. «СЕТЬ» – нажатие включает питающее напряжение (все индикаторы высвечивают цифру «0» и горит лампочка фотоэлектрического датчика).

2. «СБРОС» – нажатие вызывает сброс предыдущего показания, после чего прибор готов к проведению следующих измерений.

3. «ПУСК» – приводит к освобождению рамки от электромагнита и началу колебательного процесса. Одновременно включается секундомер.

4. «СТОП» – окончание измерения.

Измерение периода колебаний крутильного маятника

1. Нажать клавишу «СЕТЬ».

2. В рамке прибора закрепить исследуемый груз.

3. Поворачивая рамку прибора, приблизить ее флажок к электромагниту до прилипания.

4. Нажать кнопку «ПУСК».

5. После отсчета счетчиком периодов не менее десяти крутильных колебаний, нажать кнопку «СТОП».

6. По формуле $T = t/n$ (где T – период крутильных колебаний; t – время колебаний; n – число колебаний) рассчитать период колебаний.

7. Повторить эти измерения и вычисления три раза.

Упражнение 1

Определение постоянного момента упругих сил и момента инерции рамки

Как видно из формулы (2), для определения момента инерции твердого тела необходимо знать модуль кручения проволоки, на которой подвешена рамка. Кроме того, необходимо учесть собственный момент инерции рамки, который может быть сравним по величине с моментом инерции исследуемого тела.

Для определения этих параметров крутильного маятника воспользуемся тем, что можно легко рассчитать моменты инерции некоторых симметричных однородных тел относительно осей, проходящих через центр масс этих тел. Например, момент инерции цилиндра радиуса R и массой m относительно оси, совпадающей с осью аксиальной симметрии цилиндра, равен

$$I_{\text{ц}} = \frac{1}{2} mR^2. \quad (5)$$

Период колебания крутильного маятника в отсутствие тела, закрепленного в рамке, согласно (2) будет

$$T_1 = 2\pi\sqrt{I_{\text{р}}/D}, \quad (6)$$

где $I_{\text{р}}$ – момент инерции рамки.

Период колебания маятника с закрепленным в нем цилиндром равен

$$T_2 = 2\pi\sqrt{(I_{\text{р}} + I_{\text{ц}})/D}. \quad (7)$$

Совместное решение уравнений (6) и (7) дает следующие выражения:

$$D = 4\pi^2 I_{\text{ц}} (T_2^2 - T_1^2), \quad (8)$$

$$I_{\text{р}} = \frac{T_1^2}{(T_2^2 - T_1^2)} I_{\text{ц}}. \quad (9)$$

Экспериментальная часть

1. Измерить радиус цилиндра штангенциркулем не менее пяти раз. Определить среднее значение.
2. Взвесить цилиндр.
3. Рассчитать по формуле (5) момент инерции цилиндра относительно оси, совпадающей с осью аксиальной симметрии.

4. Определить период крутильных колебаний маятника в отсутствие груза по схеме, предложенной в предыдущем разделе.

5. Определить период колебаний маятника с закрепленным цилиндром. Для этого закрепить в рамке прибора цилиндр и определить период колебаний по той же схеме.

6. По формулам (8) и (9) рассчитать значения $I_{\text{ц}}$ и D .

Упражнение 2

Определение главных моментов инерции прямоугольного параллелепипеда

1. Закрепить исследуемый параллелепипед в рамке прибора, чтобы ось вращения проходила через центр симметрии двух противоположных граней параллельно ребру a_1 .

2. Произвести измерения периода колебаний T_1 .

3. По формуле

$$T_1 = 2\pi\sqrt{(I_1 + I_p)/D} \quad (10)$$

произвести расчет главного момента инерции I_1 относительно этой свободной оси.

4. Аналогичным образом измерить моменты инерции I_2 и I_3 относительно двух других свободных осей, параллельных ребрам a_2 и a_3 соответственно.

Упражнение 3

Определение момента инерции прямоугольного параллелепипеда относительно оси, совпадающей с пространственной диагональю

1. Закрепить параллелепипед в рамке прибора так, чтобы ось вращения совпадала с его диагональю.

2. Произвести измерения периода колебаний T_2 .

3. По формуле (10) произвести расчет момента инерции I_x .

4. Измерить штангенциркулем размеры ребер параллелепипеда.

5. Рассчитать косинусы углов, которые составляет диагональ параллелепипеда с его свободными осями (см. рис. 1 и формулу (4)).

6. По формуле (4) рассчитать I_x .

7. Сопоставить экспериментальные и теоретические значения I_x .

Определить погрешности измерений и записать ответы с их учетом.

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 1. Механика. – 4-е изд., перераб. – М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 5. Механика твердого тела.

§ 5.3. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси.

§ 5.4. Момент инерции.

§ 5.5. Понятие о тензоре инерции.

Приложение. Эллипсоид инерции.

Задача № 11

ИЗУЧЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ГИРОСКОПА

Цель работы: изучение основных свойств гироскопа и законов, описывающих его движение под действием внешних сил.

Основные понятия и соотношения

Гироскопом называется быстро вращающееся симметричное твердое тело, ось которого (ось симметрии) может поворачиваться в пространстве.

Простейшим и всем знакомым гироскопом является детская юла, или волчок. Все, даже самые удивительные, на первый взгляд, свойства гироскопа находятся в соответствии с законами механики. Рассмотрим приближенную теорию симметричного гироскопа.

В основе теории лежит уравнение моментов:

$$\frac{dL}{dt} = M, \quad (1)$$

где M – суммарный момент сил, действующих на систему; L – момент импульса системы. Важно, что M и L должны быть вычислены относительно одной и той же (произвольной) точки пространства. Для симметричного тела, совершающего вращение вокруг собственной оси, его собственный момент импульса равен

$$L = I\omega, \quad (2)$$

где I – момент инерции относительно оси вращения; ω – угловая скорость вращения. Быстро вращающийся гироскоп обладает большим собственным моментом импульса, который направлен вдоль оси вращения.

1. Если на гироскоп не действуют внешние силы или их суммарный момент равен нулю, то такой гироскоп называют свободным. В соответствии с уравнением моментов (1) при $M=0$, $L = \text{const}$, т.е. момент импульса такого гироскопа остается постоянным как по величине, так и по направлению. Другими словами, свободный гироскоп сохраняет в пространстве неизменным направление оси вращения. Это свойство аналогично закону инерции: вращающееся твердое тело сохраняет свое вращение в отсутствии внешних сил сколь угодно долго. Для изменения направления оси требуются внешние силы, тем большие, чем больше собственный момент импульса гироскопа. На устойчивости направления оси вращения гироскопа основаны его

многочисленные применения в технике: нарезное оружие, навигационные приборы (гироскомпас, гиригоризонт), стабилизаторы положения тел в пространстве, гироскопические успокоители качки и т.п.

2. При действии внешних сил момент импульса изменяется, причем изменение момента импульса определяется как моментом внешних сил, так и длительностью их действия:

$$\Delta L = M\Delta t.$$

Здесь различают два случая:

а) если внешние силы действуют в течение короткого промежутка времени (как, например, при ударе или толчке) и произведение $M\Delta t$ невелико, то изменение момента импульса также будет малым $|\Delta L| \ll |L|$. При ударе направление оси гироскопа не уходит далеко от своего исходного положения, а слегка дрожит, оставаясь почти неизменным. Дрожание оси гироскопа около первоначального направления после кратковременного действия силы называется **нутацией**;

б) при длительном действии силы ось гироскопа поворачивается в пространстве. Однако поворот оси гироскопа происходит не в сторону действия силы, как это было бы при не вращающемся роторе, а в направлении, перпендикулярном этой оси. Вращение оси гироскопа вокруг направления постоянно действующей силы называется **вынужденной прецессией**. Разберем явление прецессии несколько подробнее.

Рассмотрим гироскоп, закрепленный в центре масс так, что он мог поворачиваться вокруг точки закрепления. Очевидно, сила тяжести уравновешена реакцией опоры, и в отсутствие других внешних сил гироскоп является свободным. Пусть на ось гироскопа действует еще постоянная сила F (рис. 1). Момент этой силы относительно точки закрепления O направлен перпендикулярно силе и оси гироскопа (рис. 2).

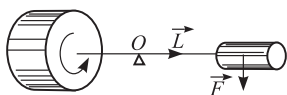


Рис. 1

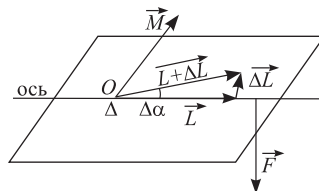


Рис. 2

Согласно уравнению моментов за время Δt момент импульса изменится на величину ΔL , причем

$$\Delta L = M \Delta t.$$

Здесь важно обратить внимание на то, что направление вектора ΔL совпадает с направлением вектора момента силы M , а не силы F . Другими словами, изменение вектора момента импульса будет перпендикулярно вектору момента импульса. Если учесть, что момент импульса гироскопа направлен вдоль оси вращения, то ось гироскопа повернется вокруг направления вектора F . Это вращение оси гироскопа и есть прецессия. При этом величина собственного момента импульса не изменяется.

Найдем угловую скорость прецессии. За время Δt ось гироскопа повернется на угол $\Delta\alpha$. Из рис. 2 видно, что

$$\Delta\alpha = \frac{\Delta L}{L}.$$

Угловая скорость прецессии

$$\omega_{\text{пр}} = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t} = \frac{\Delta L}{L \Delta t}.$$

Воспользовавшись уравнением моментов (1), можно получить

$$\omega_{\text{пр}} = \frac{M}{L}. \quad (3)$$

Эта формула показывает, что ось гироскопа поворачивается тем быстрее, чем больший момент внешней силы действует на гироскоп – этот результат очевиден с точки зрения общих законов динамики. С другой стороны, чем больше собственный момент импульса гироскопа $L = I\omega$, тем медленнее будет происходить прецессия. Собственный момент импульса является как бы «мерой инертности» гироскопа и определяет его устойчивость по отношению к внешнему воздействию.

Учитывая векторный характер величин $\omega_{\text{пр}}$, M и L , а также направление этих векторов (рис. 3), формулу (3) обычно записывают в векторном виде

$$M = [\omega_{\text{пр}} L],$$

где M – момент внешних сил, под действием которых ось гироскопа прецессирует с угловой скоростью $\omega_{\text{пр}}$; L – собственный момент импульса гироскопа.

Последующий анализ движения гироскопа проводится при учете третьего закона Ньютона. Если какое-либо тело действует на ось гироскопа, вызывая ее прецессию, то со стороны оси

на это тело действует такая же по величине, но противоположно направленная сила. Эта сила противодействия со стороны прецессирующей оси гироскопа называется гироскопической. Легко показать, что аналогичное соотношение должно быть справедливым и для моментов противодействующих сил

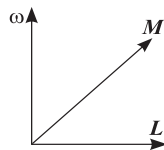


Рис. 3

$$M_{\text{гир}} = -M,$$

так что

$$M_{\text{гир}} = [L \omega_{\text{пр}}].$$

Таким образом, при повороте оси гироскопа возникают силы, препятствующие повороту. Именно гироскопические силы ответственны за устойчивость оси гироскопа в пространстве: любая попытка повернуть ось встречает противодействие, тем большее, чем больше собственный момент импульса гироскопа.

Здесь были рассмотрены элементы теории симметричного уравновешенного гироскопа. Общая теория гироскопа гораздо сложнее. Изложенное же позволяет понять наиболее важные свойства гироскопа.

Описание установки

Экспериментальная установка включает гироскоп с электромотором на оси и электрический блок управления и измерений. Блок позволяет изменять частоту вращения маховика и измерять ее, автоматически ввести отсчет угла поворота оси гироскопа при прецессии и измерять время.

Конструкция установки изображена на рис. 4.

Гироскоп представляет собой цилиндрический маховик (1), который быстро вращается вокруг собственной оси OO_1 . Конструкция предусматривает возможность поворота собственной оси OO_1 вокруг горизонтальной оси OO_2 и вращения вокруг вертикальной оси OO_3 . Такое устройство позволяет оси гироскопа менять направление в пространстве, поворачиваясь вокруг неподвижной точки O , которая является пересечением всех трех осей: OO_1 , OO_2 , OO_3 . Это обстоятельство позволяет применить теорию, изложенную ранее. Такая конструкция носит название **гироскопа Фесселя**.

На оси гироскопа закреплен противовес (2), который можно перемещать вдоль оси OO и тем самым регулировать суммарный

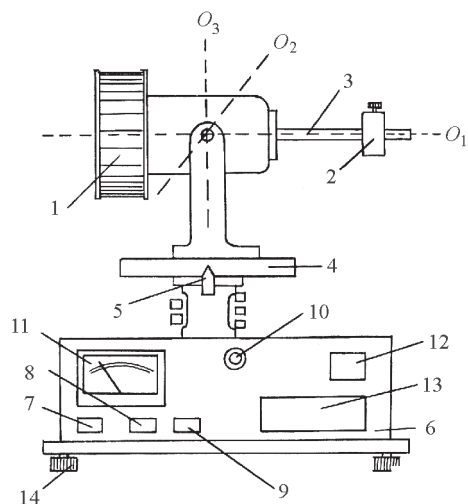


Рис. 4

момент внешних сил относительно точки O . На рейке (3), вдоль которой перемещается противовес, нанесена метрическая шкала.

Угол поворота гироскопа вокруг вертикальной оси OO_3 можно считывать визуально с диска (4) с нанесенной шкалой при помощи указателя (5). Кроме того, на боковой поверхности диска имеются отверстия через каждые 5° . При вращении диска отверстия регистрируются фотоэлектрическим датчиком. Таким образом информация об угле поворота передается в блок управления и измерений. Аналогичным образом с помощью другого фотоэлемента в блоке появляется информация о частоте вращения маховика.

Блок управления и измерений имеет на лицевой панели (6) следующие манипуляционные элементы: (7) — «СЕТЬ» — включатель сети; (8) — «СБРОС» — сброс измерителя. Нажатие этой кнопки вызывает сброс данных и посылает сигнал разрешения на измерение; (9) — «СТОП» — окончание измерений. Нажатие кнопки (9) вызывает генерирование сигнала, вызывающего окончание процесса автоматического счета; (10) — «РЕГ. СКОРОСТИ» — вращение этой ручки вызывает включение напряжения питания двигателя гироскопа и управление скоростью вращения. На лицевой панели блока имеются три шкалы: (11) — шкала стрелочного гальванометра для измерения частоты вращения маховика; (12) — цифровой индикатор угла поворота вок-

руг вертикальной оси; (13) – цифровой индикатор времени измерения.

Экспериментальная часть

При подготовке к измерениям необходимо проверить вертикальность установки оси OO_3 . Проверка осуществляется при помощи пузырькового указателя уровня, расположенного под электромотором гироскопа, в случае необходимости – с помощью регулировочных винтов-подставок (14) (см. рис. 4).

Нажать клавишу (7) «СЕТЬ» и убедиться в том, что индикаторы высвечивают цифру «0».

При помощи перемещения противовеса (2) установить горизонтально собственную ось гироскопа. Заметить по шкале и записать положение противовеса. Суммарный момент сил относительно точки O при этом равен нулю.

Упражнение 1

Наблюдение нутации

1. Двигатель гироскопа выключен. Убедиться в том, что при легком толчке пальцем по противовесу ось гироскопа поворачивается в направлении действия силы.

2. Включить ручкой (10) – «РЕГ. СКОРОСТИ» – питание двигателя. Плавно поворачивая ручку, отрегулировать частоту вращения двигателя около 6000 об./мин. Дать двигателю раскрутиться в течение 1–2 мин. Наблюдать нутацию при легком толчке пальцем по противовесу. Убедиться таким образом в устойчивости оси вращающегося гироскопа.

Упражнение 2

Наблюдение прецессии

Прикрепить к концу рейки (3) слабую пружину. Слегка потянув за конец пружинки, убедиться в том, что ось вращающегося гироскопа перемещается перпендикулярно направлению действия силы.

Упражнение 3

Измерение собственного момента импульса гироскопа и определение момента инерции

Момент импульса определяется из соотношения (3):

$$L = \frac{M}{\omega_{\text{пр}}}, \quad (5)$$

где $\omega_{\text{пр}}$ – угловая скорость прецессии; M – момент сил, вызывающий прецессию.

Порядок измерений

1. Переместить противовес (2) на несколько сантиметров вдоль оси OO_1 , измерив по шкале рейки величину смещения Δl . Величина момента силы, вызывающей прецессию, определяется по формуле

$$M = mg\Delta l,$$

где m – масса противовеса, значение которой указано на противовесе.

2. Для измерения угловой скорости прецессии нажать кнопку (8) «СБРОС». После поворота оси гироскопа на угол φ (не менее 30°) нажать кнопку (9) «СТОП». Записать показания индикаторов угла поворота φ и времени t .

Угловая скорость вычисляется по формуле

$$\omega_{\text{пр}} = \frac{\varphi}{t} \text{ [рад/с]},$$

где величина измеренного угла φ выражается в радианах.

Повторить измерения пять раз. Для записи результатов можно рекомендовать таблицу.

Частота вращения маховика

$$n = \dots \text{ об./мин.}$$

$t, \text{ с}$					
φ°					
$\omega_{\text{пр}}, \text{ рад/с}$					

Найти среднее значение $\omega_{\text{пр}}$, оценить абсолютную и относительную погрешности. Вычислить собственный момент импульса L по формуле (5) в $\text{кг}\cdot\text{м}^2/\text{с}$.

3. Повторить измерения, переместив противовес на несколько сантиметров в противоположную сторону от положения равновесия. Найти L_2 .

4. Прodelать измерения 1–3 для частот вращения маховика $n = 4000, 5000, 6000$ и 7000 об./мин. Результаты измерений занести в таблицу.

$n, \text{ об./мин}$	4000	5000	6000	7000
$L_1, \text{ кг}\cdot\text{м}^2/\text{с}$				
$L_2, \text{ кг}\cdot\text{м}^2/\text{с}$				

Построить график зависимости $L(n)$, нанося точки, соответствующие значениям L_1 , и L_2 . Какой вывод можно сделать из графика?

5. Пользуясь результатами всех опытов, вычислить значения собственного момента инерции маховика гироскопа по формуле

$$I = \frac{L}{\omega} = \frac{L}{2\pi n}.$$

Момент инерции выразить в кг·м². Для этого частоту вращения маховика необходимо выразить в об./с.

Найти среднее значение момента инерции I и оценить погрешность.

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 1. Механика. — 4-е изд., перераб. — М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 3. Законы сохранения.

§ 3.12. Закон сохранения момента импульса.

Глава 5. Механика твердого тела.

§ 5.3. Вращение тела вокруг неподвижной оси.

§ 5.9. Гироскопы.

РАЗДЕЛ 3

КОЛЕБАНИЯ

Задача № 12

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРИОДА КОЛЕБАНИЙ ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

Цель задачи: определение периода колебаний физического маятника простой геометрической формы и сравнение со значением, вычисленным по геометрическим размерам.

Приборы и принадлежности: диск, изготовленный из однородного вещества, подставка для диска, штангенциркуль, микрометр, секундомер, технические весы, набор разновеса.

Основные понятия и соотношения

Физическим маятником называется твердое тело произвольной формы, которое может вращаться вокруг горизонтальной оси, не проходящей через центр масс тела. Маятник находится в устойчивом равновесии, если его центр масс находится ниже оси на вертикальной прямой, проходящей через ось. Выведенный из положения равновесия маятник совершает колебания под действием момента силы тяжести. Если при колебаниях линия, проходящая через центр масс маятника и ось отклоняется от вертикали на угол, величина которого (выраженная в радианах) мала по сравнению с единицей, то зависимость этого угла от времени близка к гармонической. В этом случае зависимость периода колебаний T от величин, характеризующих маятник, имеет вид

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{Mgd}}, \quad (1)$$

где I – момент инерции маятника относительно оси вращения, d – расстояние от оси до центра масс маятника; M – его масса; g – ускорение свободного падения.

Момент инерции представляет собой физическую величину, характеризующую инертные свойства твердого тела при его вращении вокруг оси. Он зависит от распределения массы тела относительно оси. По определению он равен

$$I = \sum_i \Delta m_i r_i^2, \quad (2)$$

где Δm_i — масса элемента тела; r_i — расстояние от оси до этого элемента. Для сплошных тел момент инерции вычисляется по заданному распределению плотности тела путем интегрирования по объему тела. Эти вычисления сравнительно просты для однородных симметричных тел, если момент инерции вычисляется относительно оси симметрии. В данной работе в качестве физического маятника используется однородный диск, колеблющийся вокруг оси, перпендикулярной его плоскости. Момент инерции однородного диска с диаметром D и массой M относительно оси, проходящей перпендикулярно плоскости диска через его центр масс, равен

$$I_0 = \frac{1}{8} MD^2. \quad (3)$$

Однако ось, вокруг которой вращается физический маятник при колебаниях, не проходит через центр масс. В этом случае следует воспользоваться теоремой Гюйгенса—Штейнера: момент инерции I относительно оси вращения маятника

$$I = I_0 + Md^2, \quad (4)$$

где I_0 — момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс и параллельной оси вращения диска; M — масса тела; d — расстояние между этими осями.

Из формул (3) и (4) получим

$$I = \frac{1}{8} M(D^2 + 8d^2). \quad (5)$$

Подставив значение момента инерции (5) в формулу (1), найдем выражение для периода колебаний диска вокруг оси, перпендикулярной его плоскости:

$$T = \pi \sqrt{\frac{D^2 + 8d^2}{2gd}}. \quad (6)$$

Таким образом, период колебаний диска не зависит от его массы и определяется только геометрическими параметрами: диаметром диска D и расстоянием d между центром диска и осью вращения маятника.

Описание установки

Изучаемый в данной работе физический маятник представляет собой **сплошной однородный диск**, на каждой стороне которого нанесены **диаметр AB** и **хорда EF** (рис. 1). На пересечении

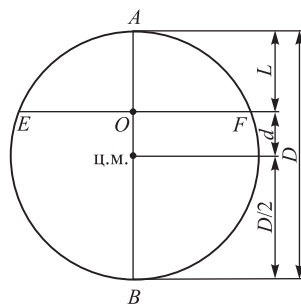


Рис. 1

диаметра и хорды в точке O на каждой из сторон диска имеются **конические углубления**, находящиеся друг против друга.

Подставка для закрепления маятника (рис. 2) имеет **два конуса: неподвижный (1) и подвижный (2)**. Вершины конусов располагаются на одной горизонтальной линии. **Винт (3)** служит для закрепления подвижного конуса.

Порядок измерений

1. Измерение геометрических параметров. Измеряют штангенциркулем не менее пяти раз в различных местах диаметр D диска. Если при этом каждый раз получается одно и то же значение, то за полную абсолютную погрешность измерения принимают приборную погрешность штангенциркуля. Результаты измерений заносят в таблицу.

Не менее трех раз измеряют штангенциркулем длину L отрезка AO (см. рис. 1) с одной стороны диска и столько же раз — с другой. Результаты измерений заносят в таблицу.

2. Измерение периода колебаний маятника. Закрепляют диск на подставке. Для этого освобождают винт (3) и отодвигают подвижный конус от неподвижного на расстояние, несколько превышающее толщину диска. Диск вставляют в промежуток между конусами так, чтобы острие неподвижного конуса вошло в углубление на обращенной к нему стороне диска. Затем острие подвижного конуса вдвигают в углубление на другой стороне диска до упора и подвижный конус закрепляют винтом (3).

Выводят диск из положения равновесия так, чтобы нижняя точка диска отклонялась на 2–3 см от вертикальной линии, и проверяют, достаточно ли свободно происходят его колебания. Если диск до полной остановки совершает менее 15 колебаний, то, освободив винт (3), чуть-чуть выдвигают подвижный конус

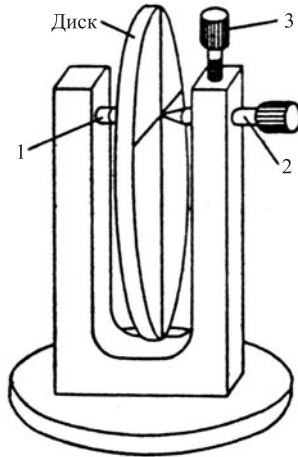


Рис. 2

и снова вдвигают его до упора в углубление на диске, но уже с меньшим нажимом, чем это делалось ранее. Конус снова закрепляют винтом (3). При этом диск следует придерживать рукой, оберегая от падения и повреждения остриями конусов. Снова проверяют, достаточно ли свободно качается диск. При необходимости затяжку подвижного конуса проводят еще раз.

Приводят диск в колебания и измеряют секундомером время t десяти колебаний. Такие измерения проделывают n раз ($n = 5 \div 10$ по указанию преподавателя), занося значение t в таблицу, имеющую вид табл. 1 **Рекомендуемой формы отчета** (см. описание к задаче № 1).

Для получения значения периода T и его погрешности время t и его полную абсолютную погрешность Δt делят на n .

3. Вычисление периода колебаний маятника по измеренным геометрическим размерам. Пользуясь рис. 1, легко найти, что расстояние между осью вращения маятника и его центром масс равно

$$d = \frac{D}{2} - L. \quad (7)$$

Подставив d в формулу (6), получим для измерения периода колебаний диска по измеренным параметрам выражение

$$T = \pi \sqrt{\frac{D^2 + 2(D - 2L)}{(D - 2L)g}}. \quad (8)$$

Целесообразно ввести обозначения:

$$A = D - 2L, \quad (9)$$

$$B = D^2 + 2(D - 2L)^2 = D^2 + 2A^2. \quad (10)$$

Сначала вычисляют значения A и B . Затем по формуле

$$T = \pi \sqrt{\frac{B}{Ag}} \quad (11)$$

рассчитывают искомое значение периода T . При расчете ускорение свободного падения на широте Москвы принимается равным

$$g = (9,816 \pm 0,006), \text{ [м/с}^2\text{]}.$$

В заключение производится вычисление абсолютных погрешностей непосредственных и косвенных измерений периода колебаний физического маятника. Если измерения проведены корректно, то определяемые погрешностями интервалы должны перекрываться.

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 1. Механика. — 4-е изд., перераб. — М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 5. Механика твердого тела.

§ 5.4. Момент инерции.

Глава 8. Колебательное движение.

§ 8.5. Маятник.

Задача № 13

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

Цель задачи: вычисление ускорения свободного падения тел на основе анализа колебаний физического маятника.

Основные понятия и соотношения

Колебаниями называются движения или процессы, которые характеризуются определенной повторяемостью во времени. Простейшим типом колебаний являются гармонические колебания, при которых колеблющаяся величина X изменяется со временем по закону синуса (косинуса)

$$X = A \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (1)$$

где A – максимальное значение колеблющейся величины, называемое амплитудой колебаний; ω – круговая (циклическая) частота, связанная с периодом колебаний T (временем одного полного колебания) соотношением $\omega = 2\pi/T$; $(\omega t + \varphi_0)$ – фаза колебаний в момент времени, φ_0 – начальная фаза колебаний в момент времени $t = 0$ с.

Физический маятник – это твердое тело, совершающее под действием силы тяжести колебания вокруг неподвижной горизонтальной оси (точка O), не проходящей через центр масс тела (точка C , рис. 1).

Движение твердого тела в общем случае определяется двумя векторными уравнениями. Одно из них – уравнение, описывающее поступательное движение центра масс $ma_{\text{цм}} = \sum F$, где m – масса тела; $a_{\text{цм}}$ – ускорение центра масс; $\sum F$ – равнодействующая всех сил, действующих на тело; другое – уравнение моментов $I_z \beta = M_z$, где M_z – результирующий момент всех сил, действующих на тело относительно оси z ; I_z – момент инерции твердого тела относительно оси z ; β – угловое ускорение. В случае физического маятника поступательное движение отсутствует и рассматривается только вращательное (колебательное) движение вокруг неподвижной оси. Уравнение моментов в этом случае примет вид (в проекции на ось вращения):

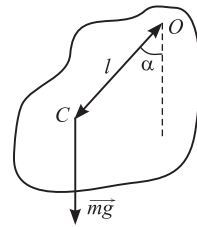


Рис. 1

$$I \frac{d^2\alpha}{dt^2} = -mgl \sin \alpha \approx -mgl\alpha, \quad (2)$$

где I – момент инерции маятника относительно оси, проходящей через точку O (точка подвеса); $\frac{d^2\alpha}{dt^2} = \beta$ – угловое ускорение; l – расстояние между точкой подвеса O и центром масс маятника C ; $\sin\alpha \approx \alpha$, так как рассматриваются только малые колебания; знак $(-)$ обусловлен тем, что направление момента силы тяжести противоположно направлению возрастания угла α , т.е. ускорению.

Решением дифференциального уравнения (2) является функция

$$\alpha = \alpha \sin(\omega t + \varphi). \quad (3)$$

Подставляя это решение в уравнение (2), находим

$$\omega = \sqrt{mgl/I}. \quad (4)$$

Следовательно, при малых колебаниях физический маятник совершает гармонические колебания с круговой частотой ω и периодом

$$T = 2\pi\sqrt{I/mgl}. \quad (5)$$

Описание установки и вывод расчетной формулы

В настоящей задаче физический маятник (рис. 2) состоит из диска (1), круглого легкого стержня (2) и груза (3) массой m , укрепленного на стержне на расстоянии l от оси вращения маятника.

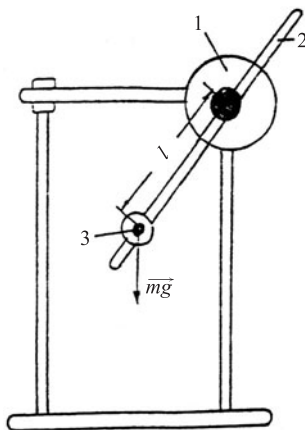


Рис. 2

При проведении эксперимента центр масс стержня (2) должен совпадать с точкой закрепления оси вращения, поэтому при установке стержня добиваются его равновесия в горизонтальном положении.

Для получения расчетных формул, используемых в задаче, делается допущение, что размеры груза (3) малы по сравнению с расстоянием l и груз можно принять за материальную точку массы m . Для расчета периода колебаний маятника можно использовать формулу (5), подставив в нее значение момента инерции системы

$$T = 2\pi\sqrt{(I_0 + ml^2)/mgl}, \quad (6)$$

где I_0 – момент инерции стержня с блоком.

Если изменить массу груза и его расстояние до оси вращения маятника, то новый период колебаний запишется следующим образом:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{(I_0 + m_1l_1^2)/m_1gl_1}. \quad (7)$$

Совместно решая уравнения (6) и (7) относительно ускорения свободного падения g , получаем

$$g = 4\pi^2 (m_1l_1^2 - ml^2)/(m_1l_1T_1^2 - mT^2). \quad (8)$$

Упражнение 1

Определение ускорения свободного падения при постоянном расстоянии между грузом и осью вращения

При постоянном значении l ($l = l_1$) расчетная формула (8) принимает вид:

$$g = 4\pi^2l(m_1 - m)/(m_1T_1^2 - mT^2). \quad (9)$$

Для выполнения упражнения проделываются следующие операции: при помощи линейки измеряется расстояние l между грузом массой m и осью вращения. Отклонив маятник на угол $\sim 10^\circ$, включается секундомер и определяется время десяти полных колебаний t_{10} . Указанные измерения производятся пять раз. По результатам этих измерений определяется период колебаний маятника T . Данные измерений заносятся в табл. 1. Затем вся эта процедура повторяется для груза с другой массой m_1 .

Подставляя найденные значения периодов колебаний T и T_1 в формулу (9), можно вычислить значения ускорения свободного падения:

$$g = (\dots \pm \dots) \text{ м/с}^2; \quad \Delta g/g = \dots \%$$

Таблица 1

$l = \dots, \text{М}$			$m = \dots, \text{КГ}$		
$l = \dots, \text{М}$	$m = \dots, \text{КГ}$		$l = \dots, \text{М}$	$m = \dots, \text{КГ}$	
№ п/п	$t_{\text{cp}} = \dots, \text{с}$		№ п/п	$t_{\text{cp}} = \dots, \text{с}$	
1			1		
2	$T = t_{\text{cp}}/10, \text{с}$		2	$T_1 = t_{\text{cp}}/10, \text{с}$	
.			.		
.			.		
5			5		

Упражнение 2

Определение ускорения свободного падения при постоянной массе груза

В данном упражнении основная расчетная формула (8) при учете, что $m_1 = m$ сводится к виду

$$g = 4\pi^2 (l_1^2 - l^2) / (l_1 T_1^2 - l T^2). \quad (10)$$

Порядок выполнения упражнения 2 полностью аналогичен описанному в упражнении 1, отличие состоит только в том, что здесь не изменяется масса груза, а меняется положение груза относительно оси вращения физического маятника (точки O).

Результаты измерений заносятся в табл. 2.

Таблица 2

$m = \dots, \text{КГ}$			$l = \dots, \text{М}$		
$l = \dots, \text{М}$	$m = \dots, \text{КГ}$		$l = \dots, \text{М}$	$m = \dots, \text{КГ}$	
№ п/п	$t_{\text{cp}} = \dots, \text{с}$		№ п/п	$t_{\text{cp}} = \dots, \text{с}$	
1			1		
2	$T = t_{\text{cp}}/10, \text{с}$		2	$T_1 = t_{\text{cp}}/10, \text{с}$	
.			.		
.			.		
5			5		

Подстановка в формулу (10) найденных из измерений значений периодов колебаний T и T_1 позволяет вычислить значение ускорения свободного падения

$$g = (\dots \pm \dots) \text{ м/с}^2; \Delta g/g = \dots \%$$

Упражнение 3

Определение ускорения свободного падения при одинаковом периоде колебаний и одинаковой массе груза

В данном упражнении для вычисления ускорения свободного падения используется формула

$$g = 4\pi^2 (l_1 + l) / T^2, \quad (11)$$

которая получается из уравнения (8), если учесть, что $m = m_1$ и $T = T_1$. Экспериментально изучается зависимость периода колебаний физического маятника от расстояния груза массы m относительно оси вращения (измерения производятся для десяти значений расстояния l). Как и в предыдущих упражнениях, маятник отклоняется от вертикали на угол $\sim 10^\circ$ и с помощью секундомера фиксируется время десяти полных колебаний. Результаты измерений и вычисления заносятся в табл. 3.

Таблица 3

$m = \dots, \text{ кг}$			
№ п/п	$l, \text{ м}$	$t_{10}, \text{ с}$	$T = t/10, \text{ с}$
1	l_1	$t_{10,1}$	T_1
2	l_2	$t_{10,2}$	T_2
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
10	l_{10}	$t_{10,10}$	T_{10}

По данным табл. 3 на миллиметровой бумаге строится график зависимости периода колебаний физического маятника T от расстояния l , $T = f(l)$ (рис. 3).

Если на этом графике провести прямую, параллельную горизонтальной оси, то точки пересечения с экспериментальной кривой дадут два значения l_1 и l_2 , при которых периоды колебаний совпадают. Подставив значения l_1 , l_2 и T в формулу (11), находим значение ускорения свободного падения g .

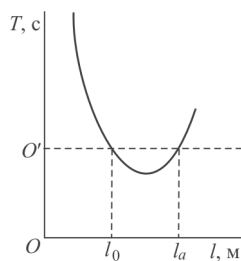


Рис. 3

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 1. Механика. — 4-е изд., перераб. — М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 5. Механика твердого тела.

§ 5.3. Вращение тела вокруг неподвижной оси.

Глава 8. Колебательное движение.

§ 8.1. Общие сведения о колебаниях.

§ 8.4. Гармонические колебания.

§ 8.5. Маятник.

Задача № 14

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ С ПОМОЩЬЮ УНИВЕРСАЛЬНОГО МАЯТНИКА

Цель задачи: изучение колебательного движения математического и физического маятников, а также определение значения ускорения свободного падения (ускорения силы тяжести).

Основные понятия и соотношения

Математическим маятником называют колеблющееся в поле сил тяжести тело, подвешенное на столь длинной нити, что размерами тела по сравнению с длиной нити можно пренебречь. Время полного колебания маятника – период маятника при малых углах отклонения от вертикали равен

$$T = 2\pi\sqrt{l/g}, \quad (1)$$

где l – длина нити; g – ускорение свободного падения.

Угол α отклонения маятника от вертикали меняется со временем по гармоническому закону (при малых отклонениях)

$$\alpha = \alpha_0 \cos(2\pi\nu t), \quad (2)$$

где α_0 – амплитуда колебаний; ν – частота колебаний. Амплитуда колебаний маятника α_0 определяется начальными условиями. Из формулы (1) следует, что период колебаний маятника зависит от его длины l и ускорения силы тяжести g , но не зависит от амплитуды. Свойство, заключающееся в сохранении периода колебаний при любых амплитудах, называют **изохронностью колебаний маятника**. Свойство изохронности справедливо только при малых отклонениях. Формулы (1) и (2) выполняются при условии, что действие на маятник сил трения и сопротивления среды пренебрежимо мало. Действие этих сил приводит к постепенному затуханию колебаний маятника. Если их действие невелико, то период маятника будет оставаться практически постоянным. **Физическим маятником** называют колеблющееся в поле сил тяжести тело, закрепленное на оси, не проходящей через центр тяжести. В этом случае размерами тела пренебречь нельзя. Выведенный из равновесия физический маятник совершает колебания с периодом

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}, \quad (3)$$

где m — масса тела; I — момент инерции физического маятника относительно оси вращения; d — расстояние от оси вращения (точка O) до центра тяжести тела (точка O^*) (рис. 1).

Сравнивая уравнения (1) и (3), видим, что в уравнении (3) там, где для математического маятника стоит множитель l , для физического маятника входит множитель $l_0 = \frac{I}{md}$.

Величину l_0 называют **приведенной длиной** физического маятника. Физический маятник совершает колебания с тем же периодом, что и математический маятник длиной l_0 . Точка O' , лежащая на линии, проходящей через ось вращения и центр тяжести на расстоянии приведенной длины от оси вращения, называется **центром качания** физического маятника (рис. 1). Если к оси вращения физического маятника подвесить математический маятник на нити длиной, равной приведенной длине данного физического маятника, то отклоненные на одинаковый угол α физический и математический маятник колеблются вместе с одним периодом и так, что тело, подвешенное на нити, находится постоянно в центре качания физического маятника.

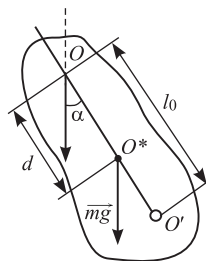


Рис. 1

Рассмотрим, чему равны периоды колебаний физического маятника при различном положении осей вращения (рис. 2).

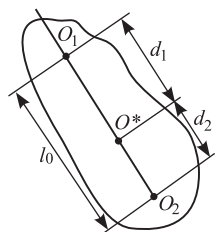


Рис. 2

Пусть в первом случае расстояние от оси вращения O_1 до центра тяжести равно d_1 .

Момент инерции относительно оси O_1 по теореме Штейнера равен

$$I_1 = I_0 + md_1^2, \quad (4)$$

где I_0 — момент инерции относительно оси O^* , проходящей через центр тяжести и параллельной оси вращения O_1 .

Согласно формуле (3) период колебания физического маятника в этом случае

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + md_1^2}{mgd_1}}. \quad (5)$$

На линии, соединяющей точку O_1 и центр тяжести O^* , выберем ниже центра тяжести новое положение оси вращения (точ-

ка O_2). Ось O_2 будет находиться на расстоянии d_2 от центра тяжести. По аналогии с предыдущим случаем период колебаний данного физического маятника с осью вращения O_2 будет равен

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{I_0 + md_2^2}{mgd_2}}, \quad (6)$$

где d_2 – расстояние от оси вращения O_2 до центра тяжести.

Изменяя расстояния d_1 и d_2 , подберем их величину так, чтобы периоды колебаний данного физического маятника с осями вращения O_1 и O_2 совпадали. Из условия $T = T_1 = T_2$ и уравнений (5) и (6) получим

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{d_1 + d_2}{g}}. \quad (7)$$

С другой стороны, период колебаний математического маятника равен

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l_0}{g}}. \quad (8)$$

Сравнивая эти уравнения, заключаем, что периоды T_1 и T_2 совпадают в том случае, когда сумма расстояний от осей вращения O_1 и O_2 до центра тяжести $d_1 + d_2$ равна приведенной длине физического маятника: $l_0 = d_1 + d_2$.

Таким образом, центр качания и ось вращения (точка подвеса) являются обратимыми. Если перенести ось вращения (точку подвеса) физического маятника в центр качаний, то прежняя ось вращения окажется новым центром качания, при этом период колебаний физического маятника останется прежним.

Поскольку ось вращения – точка O_1 и центр качания – точка O_2 обратимы, то можно экспериментально определить положение центра качания. Для этого надо найти ось вращения (точку подвеса), в которой он колеблется с тем же периодом, что и прежде. Расстояние между этими двумя осями вращения и дает приведенную длину. Измерения приведенной длины осуществляются с гораздо большей точностью, чем определение момента инерции. Измерив приведенную длину l_0 и период физического маятника T , можно найти ускорение свободного падения g , используя формулу (8).

Для измерения ускорения свободного падения используют универсальный маятник, описание которого будет дано ниже.

Описание установки

Общий вид универсального маятника представлен на рис. 3.

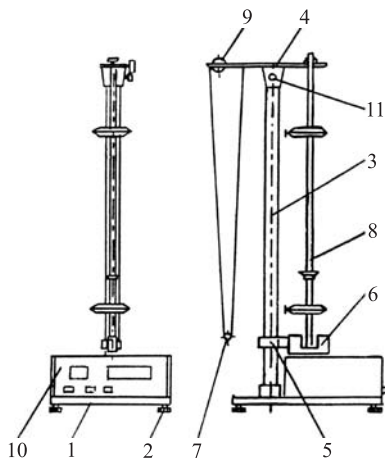


Рис. 3

Основание (1) оснащено регулируемыми ножками (2), которые позволяют произвести выравнивание прибора. В основании закреплена колонка (3), на которой зафиксирован верхний кронштейн (4) и нижний кронштейн (5) с фотоэлектрическим датчиком (6). После отвинчивания воротка (11) верхний кронштейн можно поворачивать вокруг колонки. Закручивание воротка (11) фиксирует кронштейн в любом, произвольно выбранном положении. С одной стороны кронштейна (4) находится математический маятник (7), с другой – на вмонтированных вкладышах оборотный маятник (8).

Длину математического маятника можно регулировать при помощи воротка (9), а ее величину можно определить при помощи шкалы на колонке (3).

Оборотный маятник выполнен в виде стального стержня, на котором фиксированы два ножа, повернутые друг к другу лезвиями, и два ролика. На стержне через 10 мм нанесены кольцевые деления, служащие для точного определения длины оборотного маятника (расстояния между ножами). Ножи и ролики можно перемещать вдоль оси стержня и фиксировать в любом положении. Эти элементы выполнены таким образом, что их размер вдоль стержня кратен 10 мм.

Нижний кронштейн вместе с фотоэлектрическим датчиком можно перемещать вдоль колонки и фиксировать в произвольно избранном положении.

Фотоэлектрический датчик соединен с привинченным к основанию универсальным миллисекундомером (10). Вид лицевой панели миллисекундомера также показан на рис. 3.

На лицевой панели миллисекундомера находятся следующие элементы регулировки:

«СЕТЬ» – включатель сети. Нажатие этой клавиши включает питающее напряжение. Визуально включение показывается свечением цифровых индикаторов (высвечивающих цифру «0») и свечением фотоэлектрического датчика.

«СБРОС» – установка нуля измерителя. Нажатие этой клавиши вызывает сброс схем миллисекундомера и генерирование сигнала разрешения на измерение.

«СТОП» – окончание измерения. Нажатие клавиши вызывает генерирование сигнала на окончание процесса подсчета.

Упражнение 1

Определение ускорения свободного падения при помощи математического маятника

Нижний кронштейн вместе с фотоэлектрическим датчиком установить в нижней части колонки, обращая внимание на то, чтобы верхняя грань кронштейна показывала на шкале длину 50 см. Затянуть вороток, фиксируя фотоэлектрический датчик в избранном положении. Поворачивая верхний кронштейн, поместить над датчиком математический маятник.

Вращая вороток на верхнем кронштейне, установить длину математического маятника. Обратить внимание на то, чтобы черта на шарике была продолжением черты на корпусе фотоэлектрического датчика.

Привести математический маятник в движение, отклоняя шарик на $4-5^\circ$ от положения равновесия.

Нажать переключатель «СЕТЬ», проверить, все ли индикаторы измерителя показывают цифру «0» и горит ли лампочка фотоэлектрического датчика.

Нажать кнопку «СБРОС».

После подсчета измерителем десяти колебаний нажать клавишу «СТОП».

По шкале прибора измерить длину l математического маятника.

Величина периода колебаний T маятника определяется на основании измерения времени t продолжительности n полных колебаний по формуле

$$T = \frac{t}{n}. \quad (9)$$

Вычисление ускорения свободного падения производится на основании результатов эксперимента по формуле, следующей из соотношения (1):

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}, \quad (10)$$

где g – ускорение свободного падения в м/с²; l – длина математического маятника; T – период математического маятника.

Ускорение g определяется для десяти значений длины математического маятника и его периода. Результаты измерений записываются в табл. 1.

Таблица 1

Номер измерения	Длина l математического маятника, м	Время t продолжительности n колебаний, с	Число n колебаний	Период колебаний T_0 , с	Ускорение свободного падения g , м/с ²
1					
·					
·					
·					
10					

Упражнение 2

Определение ускорения свободного падения при помощи обратного маятника

Повернуть верхний кронштейн на 180°.

Фиксировать ролики на стержне несимметрично таким образом, чтобы один из них находился около конца стержня, а другой – около его середины.

Ножи маятника закрепить по обеим сторонам центра тяжести, полученной по вышеуказанному способу системы таким образом, чтобы они были обращены друг к другу лезвиями. Один из них поместить около свободного конца стержня, а другой – на половине расстояния между роликами.

Проверить, соответствуют ли положение граней лезвий ножей кольцевым делениям на стержне.

Закрепить маятник на вкладыше верхнего кронштейна на ноже, находящемся около конца стержня.

Нижний кронштейн вместе с фотоэлектрическим датчиком расположить таким образом, чтобы стержень маятника пересекал оптическую ось.

Отклонить маятник на $4-5^\circ$ от положения равновесия и отпустить его.

Нажать клавишу «СБРОС».

После подсчета измерителем десяти полных колебаний нажать клавишу «СТОП».

По формуле (9) определить период оборотного маятника T_0 .

Снять маятник и закрепить его на втором ноже.

Нижний кронштейн с фотоэлектрическим датчиком переместить таким образом, чтобы маятник пересекал оптическую ось.

Отклонить маятник на $4-5^\circ$ от положения равновесия, измерить период T_1 и сравнить результат с полученной ранее величиной T_0 .

Если $T_1 < T_0$, то второй нож переместить в направлении ролика, находящегося в конце стержня.

Если $T_1 > T_0$, то второй нож переместить в направлении середины стержня.

Размещения роликов и первого ножа не менять.

Повторно измерить период (период T_2) и сравнить с величиной T_0 .

Положение второго ножа до момента получения равновесия $T = T_0$ изменять с точностью до 0,5%.

Определить приведенную длину оборотного маятника l_0 , подсчитывая количество делений на стержне между ножами (деления нанесены через каждые 10 мм).

Ускорение свободного падения g вычисляется по формуле, следующей из соотношения (8):

$$g = \frac{4\pi^2 l_0}{T_0^2}, \quad (11)$$

где l_0 — выраженная в метрах длина оборотного маятника, определяемая как расстояние между ножами, которому соответствует равенство периодов при прямом и перевернутом положении оборотного маятника; T_0 — период оборотного маятника в секундах, вычисленный из экспериментальных данных по формуле (9). Ускорение g определяется для десяти значений приведенной длины и периода.

Результаты измерений записывают в табл. 2.

Таблица 2

Номер измерения	Длина l обратного маятника, м	Время t продолжительности n колебаний, с	Число n колебаний	Период колебаний обратного маятника T_0 , с	Ускорение свободного падения g , м/с ²
1					
.					
.					
.					
10					

Находят по данным табл. 1 и 2 средние значения ускорения свободного падения, вычисляют погрешность измерения и результаты записывают с учетом погрешности.

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 1. Механика. — 4-е изд., перераб. — М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 5. Механика твердого тела.

§ 5.4. Момент инерции.

Глава 8. Колебательное движение.

§ 8.1. Общие сведения о колебаниях.

§ 8.4. Гармонические колебания.

§ 8.5. Маятник.

Задача № 15

ИЗУЧЕНИЕ УПРУГИХ КОЛЕБАНИЙ

Цель работы: изучение собственных гармонических колебаний системы. В задаче определяется собственная частота колебаний пружинного маятника. При изучении затухающих колебаний вычисляются декремент затухания и коэффициент силы трения.

Описание установки

Прибор представляет собой штатив, на котором поочередно подвешиваются на двух различных пружинах два груза с разными массами m_1 и m_2 (рис. 1).

Штатив (1) снабжен миллиметровой шкалой (7), которую можно перемещать вращением головки (8). Кронштейн (2) перемещается вдоль штатива с помощью маховичка (3). Для удобства отсчета между пружиной (4) и грузом (2) следует прикрепить указательный диск (5) массой m_0 . При изучении затухающих колебаний к указательному диску прикрепляется груз с

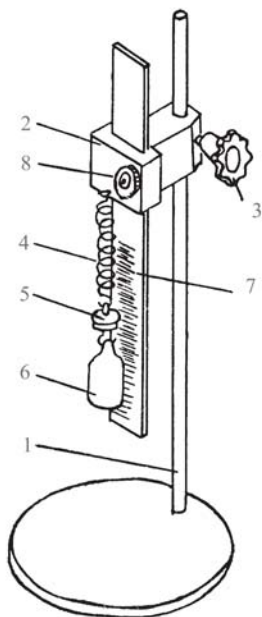


Рис. 1

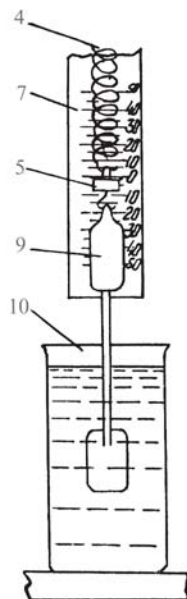


Рис. 2

лопаткой (9) массой m (рис. 2). Для создания силы трения груз с лопаткой помещается в сосуд с водой (10).

Упражнение 1

Изучение собственных незатухающих колебаний

а) **Измерение собственных частот колебаний грузов.** Для измерения собственной частоты колебаний ν_0 подвешенный на пружине груз (вместе с указательным диском) выводят из положения равновесия, опуская его вниз на 3–4 см и отпускают. При колебаниях груз или указательный диск не должны задевать за шкалу. Затем секундомером измеряют промежуток времени t , в течение которого груз совершает $n = 20$ полных колебаний. Для увеличения точности следует сделать пять таких измерений и найти среднее значение времени $t_{\text{ср}}$. Затем по формуле

$$T_0 = \frac{t_{\text{ср}}}{n} \quad (1)$$

находят период T_0 колебаний системы и далее вычисляют собственную частоту системы

$$\nu_0 = \frac{1}{T_0}. \quad (2)$$

Измерение частот колебаний нужно проделать для каждой из пружин с каждым грузом. Результаты измерений следует записать в табл. 1.

Таблица 1

№ п/п	Первая пружина				Вторая пружина			
	1-й груз		2-й груз		1-й груз		2-й груз	
	время t , с	Δt , с	время t , с	Δt , с	время t , с	Δt , с	время t , с	Δt , с
1								
2								
3								
4								
5								
Среднее время, $t_{\text{ср}}$								
Период T_0 , с								
Частота ν_0 , с ⁻¹								

б) **Нахождение коэффициентов жесткости пружин.** Для нахождения коэффициента жесткости K_1 пружину подвешивают к

кронштейну и на ее конец вешают указательный диск. Шкалу перемещают в вертикальном направлении так, чтобы нулевое деление в верхней части шкалы стало против указательного диска. Затем к указательному диску прицепляют один из грузов и замечают деление шкалы, стоящее против указательного диска. Результаты измерений записываются в табл. 2.

Таблица 2

	m , кг	mg , Н	Первая пружина			Вторая пружина		
			x , м	K_1 , Н/м	K_{1cp} , Н/м	x , м	K_2 , Н/м	K_{2cp} , Н/м
1-й груз								
2-й груз								

В формулу для вычисления жесткости пружины

$$K_1 = \frac{m_1 g}{x} \quad (3)$$

подставить массу груза m_1 (без указательного диска) в килограммах, ускорение свободного падения $g = 9,8$ м/с² и величину растяжения пружины x , выраженную в метрах.

Для этой же пружины коэффициент жесткости находится и с помощью второго груза массой m_2 . Затем также с помощью первого и второго грузов определяется коэффициент жесткости K_2 второй пружины.

в) **Вычисление собственных частот колебаний грузов.** Собственная частота колебаний груза, подвешенного на пружине, вычисляется по формуле

$$\nu_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m_1 + m_0}}, \quad (4)$$

где ω_0 — собственная круговая частота колебаний; m_1 — масса груза; m_0 — масса указательного диска.

Значения собственных частот колебаний грузов нужно вычислить для каждой из пружин с каждым из грузов, используя полученные в пункте (б) значения жесткости пружин K . Результаты вычислений следует записать в табл. 3.

Таблица 3

	Масса вместе с указательным диском $m_{1,2} + m_0$, кг	Собственная частота ν_0 , с ⁻¹	
		1-я пружина	2-я пружина
1-й груз			
2-й груз			

Результаты вычислений нужно сравнить со значениями частот, измеренными в пункте (а) и записанными в табл. 1.

Упражнение 2

Изучение затухающих колебаний

Декремент затухания Δ вычисляется по формуле

$$\Delta = \frac{A_n}{A_{n+1}}, \quad (5)$$

где A_n – амплитуда предыдущего колебания; A_{n+1} – последующего колебания.

Часто употребляется логарифмический декремент затухания

$$\delta = \ln \Delta. \quad (6)$$

На практике обычно измеряют не две последовательные амплитуды A_n и A_{n+1} , а начальную амплитуду A_0 и конечную амплитуду A_n через некоторое число колебаний n . В этом случае, поскольку отношение каждой предыдущей амплитуды к последующей в промежутке от A_0 до A_n равно

$$\frac{A_0}{A_1} = \Delta, \frac{A_1}{A_2} = \Delta, \dots, \frac{A_{n-1}}{A_n} = \Delta,$$

то

$$\frac{A_0}{A_n} = \frac{A_0}{A_1} \cdot \frac{A_1}{A_2} \cdot \dots \cdot \frac{A_{n-2}}{A_{n-1}} \cdot \frac{A_{n-1}}{A_n} = \Delta^n.$$

Следовательно,

$$\ln \frac{A_0}{A_n} = \ln \Delta^n = n \ln \Delta.$$

Отсюда, учитывая, что $n = t/T$ и формулу (6), окончательно найдем

$$\delta = \ln \Delta = \frac{1}{n} \cdot \ln \frac{A_0}{A_n} = \frac{T}{t} \cdot \ln \frac{A_0}{A_n}, \quad (7)$$

где A_0 – амплитуда начального колебания; A_n – амплитуда n -го колебания через время t ; T – период затухающих колебаний.

а) **Подготовка установки.** К указательному диску, висящему на пружине, прицепляют груз с лопаткой и подставляют под груз сосуд с водой так, чтобы лопатка оказалась в воде. Уровень воды в сосуде должен быть таким, чтобы при погружении лопатки целиком в воду (груз при этом касается поверхности воды) лопат-

ка не доходила до дна сосуда не менее чем на 2–3 см. Перемещая вращением маховичка кронштейн (рис. 2), добиваются, чтобы при спокойно висящем грузе поверхность воды пересекала середину стержня, соединяющую лопатку с грузом.

б) **Определение логарифмического декремента затухания и коэффициента трения.** Период затухающих колебаний T определяется аналогично периоду собственных колебаний T_0 , найденному в упражнении 1 пункта а. Здесь также t – среднее время, $n = 20$ колебаний груза.

Для найденных значений $t_{\text{ср}}$ и T составляют табл. 4, в которую последовательно заносят амплитуду начального колебания A_0 и амплитуду n -го колебания A_n для пяти отдельных измерений. Для каждого измерения по формуле (7) рассчитывают логарифмический декремент затухания δ . Затем находят его среднюю величину $\delta_{\text{ср}}$.

Такие измерения проделывают для обеих пружин с обоими грузами.

Логарифмический декремент затухания δ связан с коэффициентом b силы трения, действующей на колеблющееся тело, соотношением

$$b = \frac{2(m + m_0)\delta}{T}. \quad (8)$$

По формуле (8) вычисляют коэффициент b силы трения для каждой пружины.

В ходе выполнения данного упражнения полезно сравнить величину периода затухающих колебаний T с величиной периода собственных колебаний T_0 (табл. 1) для каждой пружины и каждого груза соответственно.

Таблица 4

	Первая пружина					Вторая пружина				
		A_0	A_n	δ	$\delta_{\text{ср}}$		A_0	A_n	δ	$\delta_{\text{ср}}$
1-й груз	1					1				
	2					2				
	3					3				
	4					4				
	5					5				
2-й груз	1					1				
	2					2				
	3					3				
	4					4				
	5					5				

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 1. Механика. – 4-е изд., перераб. – М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 8. Колебательное движение.

§ 8.1. Общие сведения о колебаниях.

§ 8.2. Комплексные числа.

§ 8.3. Линейные дифференциальные уравнения.

§ 8.4. Гармонические колебания.

§ 8.9. Затухающие колебания.

Задача № 16

ИЗУЧЕНИЕ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ

Цель задачи: изучение колебаний крутильного маятника (диска, подвешенного на упругой проволоке) с регулируемым затуханием. Определяются частота и декремент затухания собственных колебаний маятника. Снимаются амплитудные и фазовые резонансные кривые вынужденных колебаний маятника, вызываемых силой, изменяющейся в зависимости от времени по гармоническому закону.

Пояснения к расчетной формуле

В рекомендованной к задаче литературе рассматриваются вынужденные колебания груза, подвешенного на пружине. Однако все полученные в них результаты пригодны и для крутильных колебаний. Нужно только заменить в формулах силу на момент силы, массу груза на момент инерции системы, жесткость пружины – на модуль кручения проволоки подвеса, а координату груза – на угол поворота. В частности, под амплитудой A здесь подразумевают наибольший угол поворота колеблющегося диска.

Для определения опытным путем величины угла φ сдвига фаз между колебаниями вынуждающей силы (здесь вынуждающего момента силы) и вынужденными колебаниями диска удобно выразить синус этого угла через величины, непосредственно измеряемые на опыте. При этом нужно воспользоваться известной из тригонометрии формулой

$$\sin^2 \varphi = \frac{\operatorname{tg}^2 \varphi}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}$$

и формулой для тангенса этого угла, следующей из теории вынужденных колебаний. После ряда преобразований получают

$$\sin \varphi = \frac{\omega}{\omega_0} \cdot \frac{A}{A_{\text{рез}}},$$

где ω_0 – собственная (круговая) частота колебаний; ω – частота колебаний вынуждающей силы; A – амплитуда колебаний диска при данной частоте вынуждающей силы; $A_{\text{рез}}$ – амплитуда колебаний диска при резонансе.

Описание установки

В лаборатории имеется два прибора А и В для изучения вынужденных колебаний (рис. 1 и 2), которые, несмотря на внеш-

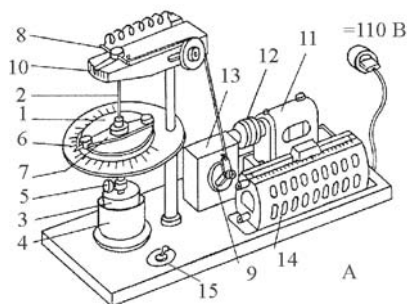


Рис. 1

нее различие, имеют одинаковые основные детали. В дальнейшем принцип работы этих приборов будет объясняться на примере прибора А и в случае необходимости будут даваться указания на отличительные особенности прибора В.

Основной частью прибора является диск (1), подвешенный на упругой проволоке (2). Снизу к диску прикреплен стержень, на котором расположен перевернутый конический стакан (3). Этот стакан, в свою очередь, находится в стакане (4), внутренняя поверхность которого также коническая, между стенками стаканов имеется узкий зазор. В стакан (4) налита вязкая жидкость — касторовое или вазелиновое масло. Стакан (3) можно перемещать по стержню вверх и вниз, закрепляя его в нужном положении винтом (5).

Если диск повернуть на некоторый угол вокруг вертикальной оси, а затем отпустить, то он будет совершать вокруг этой оси

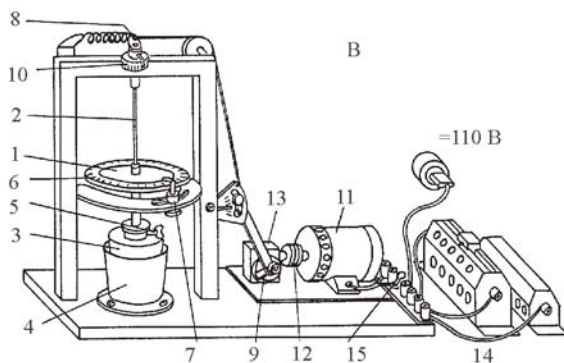


Рис. 2

крутильные колебания с собственной частотой, которая зависит от момента инерции диска (вместе со стаканом (3)) и модуля кручения проволоки. Наличие внутреннего трения в слое жидкости между стаканами приводит к возникновению действующего на стакан (3) момента сил трения, пропорционального угловой скорости диска и вызывающего затухание колебаний. Затухание увеличивается при опускании стакана (3), так как при этом зазор между стенками стаканов уменьшается и одновременно увеличивается глубина погружения в масло стакана (3). Амплитуду колебаний диска можно измерять при помощи шкалы (6) и указателя (7), расположенного на диске. У прибора В шкала расположена на диске, а указатель — на стойке рядом с ним.

Верхний конец проволоки закреплен на втулке, на которой имеется рычаг (8). К рычагу привязана нить, перекинутая через блок. Другой конец нити привязан к ушку эксцентрика (9). В случае прибора В нить связана с эксцентриком через шатун и качающийся сектор. Вращение эксцентрика вызывает крутильные колебания верхнего конца проволоки, близкие к гармоническим, частота которых равна частоте вращения эксцентрика. За углом поворота верхнего конца проволоки можно следить при помощи стрелки, движущейся вдоль шкалы (10). Проволока при закручивании действует на диск. В результате диск совершает вынужденные колебания с той частотой, с которой происходит вращение эксцентрика.

Вращение эксцентрика осуществляется электрическим мотором (11) через муфту (12) и редуктор (13). Редуктор уменьшает скорость вращения мотора в 120 раз. Мотор включается в сеть постоянного тока с напряжением 110 В (по шунтовой схеме). Скорость вращения мотора регулируется изменением силы тока в якоре мотора при помощи реостата (14). Для удобства регулирования скорости вращения мотора реостат снабжен шкалой, по которой отмечается положение движка реостата. При увеличении отсчета по этой шкале скорость вращения мотора увеличивается. Пуск и остановка мотора производится выключателем (15).

Включение и проверка установки

1. Поставить выключатель (15) в положение «ВЫКЛ», а движок реостата (14) — на наименьшее деление шкалы.

2. Вставить вилку в розетку с напряжением 110 В постоянного тока.

3. Включить выключатель (15) и убедиться, что мотор вращается (если мотор не вращается, следует немного сдвинуть движок реостата до начала работы мотора, а затем вернуть движок обратно). Проследить за движением стрелки по шкале (10). Отклонения стрелки должны быть одинаковыми в обе стороны и составлять по 5–6 делений. Если отклонения отличаются от указанных, следует обратиться к лаборанту.

4. Остановить мотор в тот момент, когда стрелка проходит вблизи нуля шкалы (10). Вращая рукой муфту (12), установить стрелку на нуль. Дать диску успокоиться. Стрелка указателя (7) должна стоять против нуля шкалы (6). Если это не выполняется, то следует, придерживая диск рукой, повернуть указатель относительно диска за одну из его головок (не за стрелку!) так, чтобы стрелка указывала на нуль. В случае прибора В освободить гайку, крепящую указатель (она находится снизу), подвинуть указатель так, чтобы его стрелка показывала на нуль и закрепить его снова. Дать диску успокоиться и снова проверить положение стрелки указателя. При необходимости повторить регулировку.

ВНИМАНИЕ! При дальнейшей работе не дотрагиваться до указателя, чтобы не изменить его положения.

Упражнение 1

Изучение собственных затухающих колебаний

При изучении собственных колебаний мотор **не включается**.

1. **Измерение периода и частоты собственных колебаний.** Отпустить винт (5), поднять стакан (3) насколько возможно вверх и закрепить его в этом положении винтом (5).

Отклонить диск двумя руками по возможности горизонтально примерно на 100 делений шкалы (6) и отпустить его без толчка. Измерить секундомером время полных десяти колебаний диска **три раза** (останавливать диск перед каждым измерением не нужно). Найти среднее время 10 колебаний и вычислить период T_0 , а затем частоту $\nu_0 = 1/T$ собственных колебаний. Вычислить полную абсолютную погрешность значения частоты.

2. **Регулировка декремента затухания.** Опустить стакан (3) в стакан (4) приблизительно до половины стакана и закрепить его в этом положении. Повернуть диск руками так, чтобы указатель показывал деление $A_1 = 100$, стараясь не перекосить при этом диск. Затем отпустить диск без толчка. Заметить деление A_2 , до которого отклонился указатель положения диска при его возвращении в ту сторону, на которой он находился в начальный мо-

мент. Для последующего изучения вынужденных колебаний необходимо, чтобы значение A_2 лежало между 60 и 70. Если для A_2 получилось значение, выходящее за эти пределы, нужно стакан (3) поднять (при $A_2 < 60$) или опустить (при $A_2 > 70$). Закрепив стакан в новом положении, найти новое значение A_2 . Повторять указанные выше действия до тех пор, пока A_2 не окажется в заданных пределах.

3. Нахождение декремента затухания. Повернуть диск на 100 делений и отпустить его без толчка. Заметить и записать ряд последовательных наибольших отклонений (амплитуд колебаний) диска в одну сторону $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$. В качестве A_1 принять начальное отклонение, равное 100 делениям. Отклонения, величина которых менее 10 делений, учитывать не нужно. Если какие-либо из отклонений запомнить и записать не удалось, то измерения следует повторить, обращая внимание на пропущенные значения. По формуле

$$\Delta = A_k / A_{k+1}$$

вычислить декремент затухания Δ для каждой пары последовательных отклонений. Результаты измерений удобно записывать в табл. 1.

Таблица 1

Номер отклонения, k	1	2	3	4
Амплитуда, A_k	100			
Декремент затухания $\Delta = A_k / A_{k+1}$				

Далее следует найти среднее значение декремента затухания Δ_{cp} и вычислить логарифмический декремент затухания

$$\delta = \ln \Delta_{cp}.$$

Упражнение 2

Изучение вынужденных колебаний

1. Снятие резонансных кривых при малом затухании. Кривые снимаются при затухании, установленном в предыдущем упражнении. В начале работы, не включая мотор и не касаясь диска, вращением вручную муфты (12) устанавливают стрелку шкалы (10) на наибольшее отклонение в какую-либо сторону. При этом указатель отклонения диска должен показать по шкале (6) также наибольшее отклонение. Это отклонение представляет собой амплитуду статического отклонения, соответствующего нуле-

вой частоте (бесконечному периоду) вынуждающей силы. Статическое отклонение нужно измерить и для отклонения диска в другую сторону. Для этого, включив мотор на короткое время, можно выключить его в тот момент, когда стрелка на шкале (10) будет подходить к крайнему положению, а затем установить стрелку на наибольшее отклонение, вращая муфту (12) вручную. Среднее значение этих двух статических отклонений заносится в первую строку колонки значений амплитуд табл. 2. При подготовке этой таблицы нужно иметь в виду, что в ней должно быть не менее двадцати строк.

Поставить движок реостата в первое положение, указанное в таблице, помещенной на столе возле прибора. Включить мотор и выждать минуту для установления скорости его вращения. При помощи секундомера измерить три раза время пяти колебаний вынуждающей силы, следя за колебаниями стрелки по шкале (10). Полученные значения записать в табл. 2.

Таблица 2

№ п/п	Положение движка реостата	Время пяти колебаний t , с				Амплитуда A , град	Период $T = t/5$, с
		1	2	3	ср		
1	-	-	-	-	-		
·							
·							
·							
20							

За время, пока проводятся эти измерения, колебания диска обычно успевают установиться. Это нужно проверить, наблюдая в течение некоторого времени за колебаниями диска по шкале (6). Если в продолжении 5–6 колебаний амплитуда меняется меньше, чем на пять делений, то колебания можно считать установившимися. Иначе нужно выждать еще 0,5–1 мин и снова проверить установление колебаний. После установления колебаний произвести отсчет амплитуды вправо и влево и, взяв среднее значение, записать в табл. 2.

Ставя движок реостата в последующие положения, указанные в таблице, помещенной на столе возле прибора, проделать подобные измерения для всех положений движка. Полученные значения занести в соответствующие колонки табл. 2.

ВНИМАНИЕ! В промежутках между измерениями при передвижении движка реостата **мотор не включать!** Если при приближении к резонансу амплитуда колебаний диска превысит 120

делений, то во избежание поломки прибора следует немедленно **выключить мотор** и обратиться к лаборанту.

Следует учесть, что в начале измерений при малых частотах колебаний вынуждающей силы (до резонанса) направления колебаний вынуждающей силы и диска совпадают: стрелки по шкалам (6) и (10) движутся одновременно в одну и ту же сторону. Наоборот, в конце измерений при больших частотах (после резонанса) направления колебаний вынуждающей силы и диска противоположны: колебания диска отстают по фазе от колебаний вынуждающей силы почти на 180° , и стрелки по шкалам (6) и (10) движутся навстречу друг другу.

2. Снятие резонансных кривых при большом затухании. (Выполняется по указанию преподавателя.) Производят установление на нуль шкалы (10) (см. пункт 4 раздела «Включение и проверка установки»). Опуская стакан (3), добиваются такого затухания колебаний диска, при котором значение амплитуды A_2 второго отклонения (при начальном отклонении $A_1 = 100$ делений) лежит в пределах между 45 и 50 делениями. Измеряют декремент затухания, занося результаты в табл. 3, аналогичную табл. 1 (см. пункты 2 и 3 упражнения 1).

Проводят измерения в том же порядке, что и в случае малого затухания, устанавливая диск реостата в положения, указанные в таблице, прилагаемой к установке, для большого затухания. Результаты измерений заносят в таблицу, аналогичную табл. 2.

Построение резонансных кривых

На основании результатов измерений, занесенных в табл. 2 и аналогичную ей таблицу, для каждой строки этих таблиц вычисляют частоту колебаний $\nu = 1/T$ вынуждающей силы и ее отношение к собственной частоте ν_0 , найденной в упражнении 1, т.е. величину $\nu/\nu_0 = \omega/\omega_0$. Полученные значения заносят в табл. 3 для малого затухания и в аналогичную ей таблицу для большого затухания.

Таблица 3

№ п/п	Частота ν , с^{-1}	$\nu/\nu_0 = \omega/\omega_0$	$A/A_{\text{рез}}$	$ \sin \varphi = \frac{\omega}{\omega_0} \frac{A}{A_0}$	φ , град
1	0	0			0

Пользуясь данными табл. 2 и 3, а также аналогичных им таблиц, строят на миллиметровой бумаге амплитудные резонанс-

ные кривые, откладывая по оси абсцисс значения ω/ω_0 , а по оси ординат соответствующие значения амплитуды A колебаний диска (кривые для малого и большого затухания строят на одном графике).

Найдя на графике максимальные (резонансные) значения амплитуд $A_{\text{рез}}$, вычисляют отношения $A/A_{\text{рез}}$ и значения величины $|\sin\varphi|$; заносят эти значения в табл. 3 и аналогичную ей таблицу. Далее вычисляют значения угла φ сдвига фаз между колебаниями вынуждающей силы и вынужденными колебаниями диска. Для этого находят значения \arcsin величины $|\sin\varphi|$. При этом следует учитывать, что колебания диска все время отстают по фазе от колебаний вынуждающей силы, т.е. значения φ могут быть только отрицательными. После резонанса значения φ получаются путем вычитания 180° из найденных без учета знака значений угла φ .

Заполнив таким образом три последних столбца табл. 3 и аналогичной ей, на миллиметровой бумаге строят на одном графике фазовые резонансные кривые для малого и большого затухания. При этом по оси абсцисс снова откладывают значения ω/ω_0 , а по оси ординат (вниз) значения угла φ .

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 1. Механика. — 4-е изд., перераб. — М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 8. Колебательное движение.

§ 8.1. Общие сведения о колебаниях.

§ 8.2. Комплексные числа.

§ 8.3. Линейные дифференциальные уравнения.

§ 8.4. Гармонические колебания.

§ 8.6. Векторная диаграмма.

§ 8.11. Вынужденные колебания.

Задача № 17

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ МАЯТНИКА С ДВИЖУЩЕЙСЯ ТОЧКОЙ ПОДВЕСА

Цель задачи: изучение вынужденных колебаний маятника, точка подвеса которого совершает колебания по горизонтали. Колебания маятника рассматриваются в неинерциальной системе координат, связанной с точкой подвеса.

Основные понятия и соотношения

Математическим маятником называется идеализированная система, состоящая из невесомой нити, на которой подвешена масса, сосредоточенная в одной точке. Если колеблющееся тело нельзя представить как материальную точку, маятник называется **физическим**. При отклонении маятника от положения равновесия на угол α возникает вращательный момент, стремящийся вернуть маятник в положение равновесия. Этот момент равен

$$M = -mgl \sin \alpha, \quad (1)$$

где m — масса маятника, а l — расстояние между точкой O подвеса и центром масс C маятника (рис. 1).

Вращательный момент M имеет такое направление, которое стремится вернуть маятник в положение равновесия.

Уравнение динамики вращательного движения для маятника записывается в виде

$$I \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = -mgl \sin \alpha, \quad (2)$$

где $\frac{d^2 \alpha}{dt^2}$ — угловое ускорение; I — момент инерции маятника относительно оси, проходящей через точку подвеса.

Ограничимся рассмотрением малых колебаний. В этом случае можно положить $\sin \alpha \sim \alpha$. Тогда уравнение (2) примет вид

$$I \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = -mgl \alpha \quad (3)$$

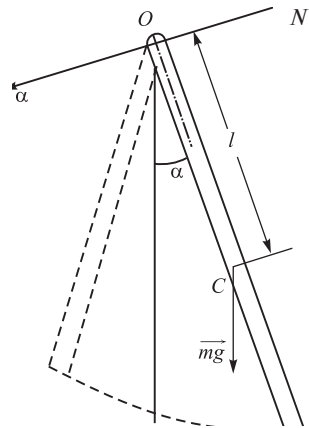


Рис. 1

или

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \omega_0^2 a = 0, \quad (4)$$

где $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgl}{I}}$ – собственная частота колеблющегося тела. Решением уравнения (4) будет функция

$$\alpha = A_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (5)$$

где A_0 – амплитуда; φ_0 – начальная фаза колебаний.

Отметим, что ω_0 представляет собой ту частоту, с которой совершались бы свободные колебания системы в отсутствие сопротивления среды. Однако во всякой колебательной системе имеются силы сопротивления, действие которых приводит к уменьшению энергии системы. Если убыль энергии не восполняется за счет работы внешних сил, колебания будут затухающими. В случае вращательного движения твердого тела при учете жидкого трения момент сил сопротивления N^* пропорционален величине угловой скорости $\frac{d\alpha}{dt}$:

$$N^* = -h \frac{d\alpha}{dt}, \quad (6)$$

где h – коэффициент момента сил трения.

Уравнение второго закона Ньютона для вращательного движения при наличии сил сопротивления имеет вид

$$I \frac{d^2\alpha}{dt^2} = -k\alpha - h \frac{d\alpha}{dt}, \quad (7)$$

где k – коэффициент момента возвращающих сил.

Уравнение (7) можно переписать в виде

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + 2\beta \frac{d\alpha}{dt} + \omega_0^2 = 0, \quad (8)$$

где $\beta = \frac{h}{2I}$ – коэффициент затухания. Решение этого уравнения имеет вид

$$\alpha = A_0 e^{-\beta t} \sin(\omega_1 t + \varphi_0), \quad (9)$$

где ω_1 – частота колебательной системы при наличии в ней сил сопротивления.

Собственная частота ω_0 и ω_1 связаны следующим соотношением:

$$\omega_1^2 = \omega_0^2 - \beta^2 = \frac{k}{I} - \frac{h}{4I^2}. \quad (10)$$

Вынужденные колебания возникают при внешнем периодическом воздействии на колебательную систему. В случае вращательного движения тела уравнение его движения при малых колебаниях с учетом силы трения в инерциальной системе отсчета имеет вид

$$I \frac{d^2\alpha}{dt^2} = -k\alpha - h \frac{d\alpha}{dt} + M_0 \sin pt, \quad (11)$$

где M_0 — амплитуда момента внешнего воздействия; p — частота вынуждающей силы; t — время.

Перепишем уравнение (11):

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + 2\beta \frac{d\alpha}{dt} + \omega_0^2\alpha = \frac{M_0}{I} \sin pt. \quad (12)$$

Общее решение этого уравнения может быть записано в виде

$$\alpha = A_0 e^{-\beta t} \sin(\omega_1 t + \omega_0) + \alpha_0 \sin(pt + \varphi). \quad (13)$$

Первый член выражения (13) дает собственные затухающие колебания, второй — вынужденные, незатухающие. С течением времени собственные колебания (с амплитудой A_0 и начальной фазой φ_0 , определяемыми начальными условиями) затухнут и останутся только вынужденные

$$\alpha = \alpha_0 \sin(pt + \varphi) \quad (14)$$

с амплитудой

$$\alpha_0 = \frac{M_0}{I \sqrt{(\omega_0^2 - p^2)^2 + 4p^2\beta^2}} \quad (15)$$

и сдвигом фаз

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{2p\beta}{\omega^2 - p^2}. \quad (16)$$

Амплитуда α_0 возрастает с увеличением частоты p , достигает максимума (резонанс), после чего начинает уменьшаться. Сдвиг фаз φ между колебаниями внешней силы и вынужденными колебаниями изменяется с увеличением частоты p (от 0 до $-\pi$). При резонансе его величина равна $\varphi = -\pi/2$.

Второй закон Ньютона:

$$m \mathbf{a}_{\text{абс}} = \mathbf{F} \quad (17)$$

выполняется только в инерциальных системах отсчета. Здесь m – масса тела; F – действующая на него сила; $a_{\text{абс}}$ – ускорение тела относительно инерциальной или неподвижной системы отсчета O .

Пусть имеется неинерциальная система отсчета O' , которая движется поступательно с ускорением a_0 относительно инерциальной (неподвижной) системы отсчета. Ускорение тела относительно неинерциальной системы отсчета O' обозначим $a_{\text{отн}}$. Тогда относительно неподвижной системы отсчета O ускорение $a_{\text{абс}}$ тела запишется

$$a_{\text{абс}} = a_{\text{отн}} + a_0. \quad (18)$$

Умножив полученное выражение на m , получим

$$ma_{\text{отн}} = ma_{\text{абс}} - ma_0.$$

Учитывая (17), перепишем это выражение так

$$ma_{\text{отн}} = F - ma_0. \quad (19)$$

Таким образом, получено уравнение движения тела относительно неинерциальной (подвижной) системы отсчета O' . «Сила» ($F = ma_{\text{отн}}$) складывается из двух существенно различных составляющих. Составляющая F есть «настоящая» сила в том смысле, что она является результатом взаимодействия тел. Составляющая $-ma_0$ возникает в результате ускоренного движения системы отсчета O' . Она называется поступательной силой инерции и обозначается $F_{\text{ин}} = -ma_0$. Соответственно, уравнение второго закона Ньютона в неинерциальной (подвижной) системе отсчета можно записать

$$ma_{\text{отн}} = F + F_{\text{ин}}. \quad (20)$$

В настоящей работе рассматриваются малые колебания маятника, точка подвеса которого сама совершает колебания по горизонтали. Уравнение движения такого маятника может быть сведено к уравнению (11), если рассматривать его движение в неинерциальной системе координат, связанной с точкой подвеса.

Пусть точка подвеса движется по закону $x = b \sin pt$, где b – амплитуда смещения точки подвеса; p – частота смещения; t – время. Тогда ускорение движения точки подвеса (ускорение неинерциальной системы отсчета относительно инерциальной) будет

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -bp^2 \sin pt.$$

Следовательно, в неинерциальной системе отсчета, кроме обычных моментов сил, необходимо учесть момент силы инер-

ции $-ml \frac{d^2x}{dt^2} = mlbp^2 \sin pt$, где m — масса маятника; l — расстояние от точки подвеса маятника до его центра масс.

Учитывая это, для уравнения движения маятника имеем

$$I \frac{d^2\alpha}{dt^2} = -ka - h \frac{d\alpha}{dt} + mlbp^2 \sin pt. \quad (21)$$

Это уравнение отличается от уравнения (11) тем, что амплитуда момента внешнего воздействия зависит от частоты. Закон движения маятника после затухания его собственных колебаний приводит к вынужденным колебаниям, совершающимся по закону

$$\alpha = \alpha_0 \sin(pt + \varphi) \quad (22)$$

с амплитудой

$$\alpha_0 = \frac{mlbp^2}{I \sqrt{(\omega_0^2 - p^2)^2 + 4p^2\beta^2}} \quad (23)$$

и сдвигом фаз

$$\operatorname{tg}\varphi = -\frac{2p\beta}{\omega_0^2 - p^2}. \quad (24)$$

Описание установки

В настоящей работе для получения вынужденных колебаний используется большой физический маятник (рис. 2).

Он состоит из стержня AB , укрепленного на стальной призме, и двух массивных чечевиц C , закрепляемых на нем. Опираясь призмой в точке O на подставку, маятник может совершать колебания в вертикальной плоскости. Перемещение чечевиц по стержню позволяет получать различные периоды колебаний. Угол γ отклонения продольной оси стержня от вертикали определяется по шкале M . Шарик P на стальной спице (малый маятник) подвешен в точке E на расстоянии d от оси вращения большого маятника. При колебаниях последнего малый маятник с движущейся точкой подвеса совершает вынужденные колебания. Если угол отклонения большого маятника незначителен, то точку подвеса можно считать движущейся по горизонтальной прямой с амплитудой $b = \gamma d$, полагая при этом, что движения малого маятника описываются уравнением (21). Учет вращательного движения точки подвеса малого маятника (точка E) приводит к усложнению уравнения (21) и незначительному сдвигу фаз, что в данной задаче не учитывается.

Затухание колебаний большого маятника очень мало. Это позволяет считать его колебания за время установления вынужденных колебаний малого маятника незатухающими с амплитудой, равной начальному отклонению. Спустя некоторое время после исчезновения собственных колебаний малого маятника (устанавливаемое экспериментально) по шкале N производится отсчет угловой амплитуды α установившихся вынужденных колебаний малого маятника.

Следует отметить, что экспериментально невозможно произвести отсчет амплитуды α_0 колебаний малого маятника от вертикальной оси. Кроме того, если до резонанса при $p \ll \omega_1$ (рис. 3а) выполняется соотношение $\alpha = \alpha_0 + \gamma$ (где α – угловая амплитуда, измеряемая по шкале N ; α_0 – угловая амплитуда, измеряемая от вертикали; γ – угол отклонения продольной оси большого маятника от вертикали, измеряемый по шкале M), то после резонанса при $p \gg \omega_1$ (рис. 3б) эти величины связаны следующим соотношением: $\alpha = \alpha_0 - \gamma$.

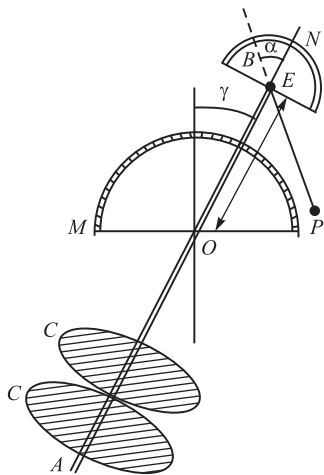


Рис. 2

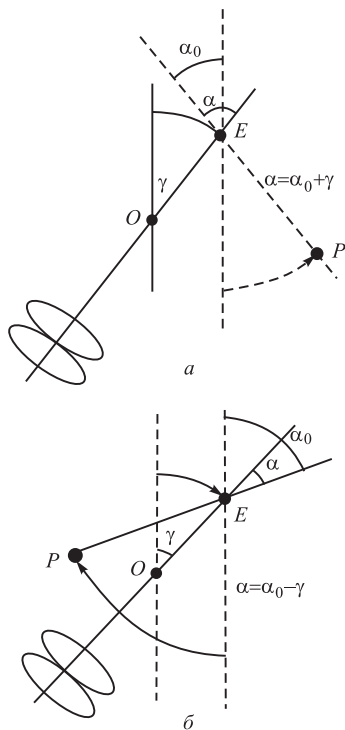


Рис. 3

Так как угол отклонения большого маятника невелик ($\gamma \sim 5^\circ$), то в дальнейшем будем считать, что в районе резонанса $\alpha \sim \alpha_0$, и амплитуду вынужденных колебаний малого маятника α_0 будем измерять по шкале N .

Начальное отклонение большого маятника от положения равновесия при всех частотах его колебаний должно быть строго постоянным. Во избежание порчи лезвия призмы освобождение и закрепление чечевиц на стержне следует производить только тогда, когда маятник повернут на 90° вокруг своей продольной оси и плоскости его призмы опираются на подставку.

Каждый раз, возвращая маятник в рабочее положение, необходимо убедиться, что он установлен в нужной плоскости, а лезвие призмы заняло правильное (нижнее) положение на опорной площадке.

Чечевицы лучше перемещать отдельно друг от друга. Закрепляется нижняя, потом верхняя опускается на нее.

Упражнение 1

Получение амплитудной характеристики $\alpha_0 = f_1(p)$

Предварительно необходимо определить циклическую частоту ω_1 и коэффициент затухания β собственных колебаний малого маятника, а также измерить время t_0 , за которое они полностью затухнут. Для этого при покоящемся большом маятнике отклоняют малый на угол $10\text{--}15^\circ$. Маятник отпускают, включая одновременно секундомер. Секундомер останавливают, когда останавливается маятник. Измерение времени t производят не менее трех раз. Вычисляют среднее арифметическое значение $(t_0)_{\text{cp}}$, которым пользуются в дальнейшем:

$$(t_0)_{\text{cp}} = \frac{t_{01} + t_{02} + t_{03}}{3} = \dots$$

Определяют период T_1 собственных колебаний малого маятника. Период определяется из трех полных колебаний маятника. Время t' , затраченное на эти колебания, измеряется секундомером не менее десяти раз:

$$t'_{\text{cp}} = \frac{t'_1 + t'_2 + \dots + t'_{10}}{10} = \dots; T_1 = \frac{t'_{\text{cp}}}{3} = \dots$$

Далее вычисляют среднее значение циклической частоты ω_1 собственных колебаний малого маятника:

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1} = \dots \quad (25)$$

Для определения коэффициента затухания β малого маятника можно использовать найденное время $t'_{\text{ср}} = \tau$ целого числа $n_1 = 3$ его полных периодов, за которое амплитуда колебаний уменьшится от α_1 до α_τ . Величины α_1 и α_τ отсчитываются по шкале N . Коэффициент затухания β вычисляют по формуле

$$\beta = \frac{1}{\tau} \ln \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{1}{\tau} \cdot 2,30 \log \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \dots \quad (26)$$

Измерения величин α_1 и α_τ производят не менее трех раз. По ним вычисляют значение коэффициента затухания. Окончательно среднее значение коэффициента затухания будет

$$\beta_{\text{ср}} = \frac{\beta_1 + \beta_2 + \beta_3}{3} = \dots$$

Последовательность измерений α_0 и p следующая. Укрепляют нижнюю чечевицу в самой нижней точке стержня. Потом верхнюю опускают на нижнюю. Проверяют правильность положения призмы большого маятника на подставке. Устраняют колебания малого маятника. Большой маятник отклоняют на 5° и, отпуская его, включают секундомер. Для определения периода T колебаний большого маятника отсчитывают целое число ($n = 20$) полных периодов за время $t > (t_0)_{\text{ср}}$ и выключают секундомер.

За это время затухнут собственные колебания малого маятника, а амплитуда колебаний большого практически не изменится. По шкале N измеряют амплитуду установившихся колебаний α_0 малого маятника. Все измерения следует проделать не менее пяти раз и занести в таблицу.

						$t_{\text{ср}}, \text{с}$	$T_{\text{ср}} = t_{\text{ср}}/N, \text{с}$	$p_{\text{ср}} = 2\pi/T_{\text{ср}}, \text{с}^{-1}$	$(\alpha_0)_{\text{ср}}, \text{град}$
1	τ								
	α_0								
2	τ								
	α_0								
3	τ								
	α_0								

Вычисляют среднее значение циклической частоты $p = 2\pi/T_{\text{ср}}$ колебаний большого маятника (частоты внешнего воздействия

на малый маятник), а также среднее значение амплитуды $(\alpha_0)_{\text{ср}}$ вынужденных колебаний малого маятника.

Аналогичным способом измеряют величины α_0 и p , помещая чечевицы последовательно на деления: 5, 10, 15, 20, 25, 30; на этих делениях закрепляется стопор нижней чечевицы. В районе резонанса необходимо произвести дополнительные измерения и получить еще 3–4 точки для нужных частот. Полученный экспериментальный материал необходимо представить в виде графика на миллиметровой бумаге, откладывая по оси абсцисс частоту $p_{\text{ср}}$, а по оси ординат – амплитуду $(\alpha_0)_{\text{ср}}$.

Следует отметить, что при $p_{\text{ср}} \approx \omega_{1\text{ср}}$ (резонанс) колебания точки подвеса малого маятника перестают быть линейными ($\sin \alpha \neq \alpha$). Уравнение движения (21) малого маятника для верхней части амплитудной кривой неприменимо.

Упражнение 2

Получение фазовой характеристики $\varphi = f_2(p)$

Сдвиг фаз φ между смещением малого маятника и смещением его точки подвеса можно определить по формуле (24):

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{2p\beta}{\omega_0^2 - p^2} = -\frac{2p\beta}{\omega_1^2 + \beta^2 - p^2}.$$

Наблюдая колебания малого маятника, необходимо убедиться, что:

1) при малых частотах ($p \ll \omega_0$) $\operatorname{tg} \varphi \approx -2p\beta/\omega_0^2$ и смещение малого маятника находится практически в фазе со смещением точки подвеса. Фаза вынужденных колебаний примерно совпадает с фазой внешней силы. Сдвиг фаз в этом случае близок к нулю $\varphi \rightarrow 0$;

2) вблизи резонанса ($p \approx \omega_0$) $\operatorname{tg} \varphi \rightarrow \infty$ и сдвиг фаз $\varphi \rightarrow -\pi/2$, т.е. фаза вынужденных колебаний на $\pi/2$ отстает от фазы внешней силы;

3) при больших частотах ($p \gg \omega_0$) $\operatorname{tg} \varphi \approx 2\beta/p$; смещение малого маятника находится практически в противофазе со смещением точки подвеса. Фаза вынужденных колебаний почти противоположна фазе внешнего воздействия. В этом случае сдвиг фаз $\varphi \rightarrow -\pi$.

Направления смещений малого маятника и точки подвеса до резонанса и после него указаны пунктирными стрелками на рис. 3а и 3б соответственно.

Зная величины ω_1 и β , пользуясь формулой (24), рассчитывают значения угла сдвига фаз для всех измеренных частот p_i колебаний большого маятника. Вычисленные величины угла сдвига фаз необходимо представить в виде графика на миллиметровой бумаге, откладывая по оси абсцисс частоту p , по оси ординат – угол сдвига фаз φ .

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 1. Механика. – 4-е изд., перераб. – М.: Наука. Физматлит. 1998.

Глава 8. Колебательное движение.

§ 8.1. Общие сведения о колебаниях.

§ 8.2. Комплексные числа.

§ 8.3. Линейные дифференциальные уравнения.

§ 8.6. Векторная диаграмма.

§ 8.11. Вынужденные колебания.

§ 8.12. Параметрический резонанс.

Задача № 18

ИЗУЧЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ СВЯЗАННЫХ СИСТЕМ

Цель задачи: изучение собственных и вынужденных колебаний системы из двух одинаковых связанных маятников. Определяются значения нормальных и парциальных частот. Наблюдаются явления биений и резонанса связанных маятников.

Основные понятия и соотношения

Собственные колебания системы из двух связанных маятников. Простейшим примером связанной системы являются два одинаковых математических маятника, связанных между собой легкой пружиной (рис. 1). Любую сложную связанную систему можно рассматривать как состоящую из более простых систем, называемых парциальными системами.

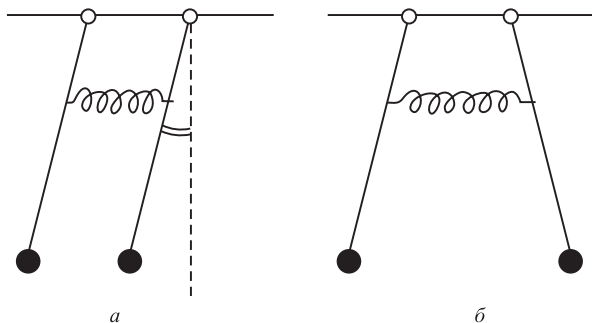


Рис. 1

В случае системы, представленной на рис. 1, можно выделить две парциальные системы. Каждую из них получают, закрепив один из маятников в положении равновесия. «Остаток» системы, включающий незакрепленный маятник и пружину, соединяющую маятники, и представит собой парциальную систему. Закрепив второй маятник, получают вторую парциальную систему. Очевидно, при одинаковой длине маятников частоты обеих парциальных систем совпадают.

Парциальная частота отличается от частоты колебаний свободного маятника.

Нормальные частоты и нормальные колебания. Рассмотрим случай, когда оба маятника не закреплены. Чтобы возбудить собственные колебания в системе из двух связанных маятников, нужно вывести из положения равновесия оба маятника и затем

отпустить. Как показывает опыт, возникающие в системе колебания, как правило, оказываются негармоническими (амплитуды колебаний обоих маятников будут непостоянными).

Лишь в двух специальных случаях начальных отклонений в системе наблюдаются колебания с постоянной амплитудой – гармонические колебания:

1) обоим маятникам сообщены одинаковые отклонения в одну и ту же сторону (рис. 1а);

2) обоим маятникам сообщены одинаковые отклонения в противоположные стороны (рис. 1б).

Легко видеть, что в первом случае пружина, связывающая маятники, в процессе колебаний остается недеформированной (она не сжата и не растянута) и не создает сил, действующих на маятники. Следовательно, маятники будут колебаться так, как будто пружина отсутствует, т.е. с частотой, равной собственной частоте свободного маятника. При этом колебания обоих маятников будут синфазными, т.е. совпадать по фазе. Во втором случае оба маятника будут совершать также гармонические колебания (т.е. колебания с постоянной амплитудой), но уже в противофазе.

Гармонические колебания, которые совершают каждый из связанных маятников при специальном выборе начальных условий, называются нормальными колебаниями связанной системы, а соответствующие частоты – нормальными частотами. Будем обозначать первую нормальную частоту (синфазные колебания) через $\omega_{\text{сф}}$, вторую нормальную частоту (противофазные колебания) через $\omega_{\text{пф}}$.

Расчет парциальных и нормальных частот. Для решения этой задачи удобно положить в основу выводов уравнение моментов (второй закон Ньютона для вращательного движения):

$$I \frac{d^2\alpha}{dt^2} = \sum M_i, \quad (1)$$

где $I = ml^2$ – момент инерции маятника; $\frac{d^2\alpha}{dt^2}$ – угловое ускорение (α – угол отклонения маятника); $\sum M_i$ – сумма моментов действующих сил.

В дальнейшем будем опираться на рис. 2. При малых углах отклонения можно положить: а) $\sin\alpha \cong \alpha$; б) отрезок x на рисунке перпендикулярен отвесу, тогда $x \cong d \sin\alpha \cong d\alpha$; в) плечо упругой силы равно отрезку d . Для свободного маятника (без пружины) величина момента, создаваемого силой тяжести, равна

$$M = -mgl \sin \alpha = -mgl \alpha,$$

момент инерции

$$I = ml^2.$$

Подставив эти выражения в уравнение (1), находим уравнение гармонического осциллятора

$$\frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \omega^2 \alpha = 0, \quad (2)$$

где $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$ – круговая частота колебаний свободного маятника и равная ей первая нормальная частота колебаний системы связанных маятников (частота синфазных колебаний $\omega_{\text{сф}}$).

При расчете второй нормальной частоты (противофазные колебания) и парциальных частот необходимо ввести в уравнение моментов момент упругой силы, действующей на маятники со стороны пружины и равной, согласно закону Гука, $f_{\text{упр}} = -kx$ (где k – коэффициент жесткости пружины; x – растяжение). Отрезок, обозначенный на рис. 2 через x , равен растяжению пружины в случае, когда левый маятник (не показан на рисунке) зафиксирован в положении равновесия, и только половине ра-

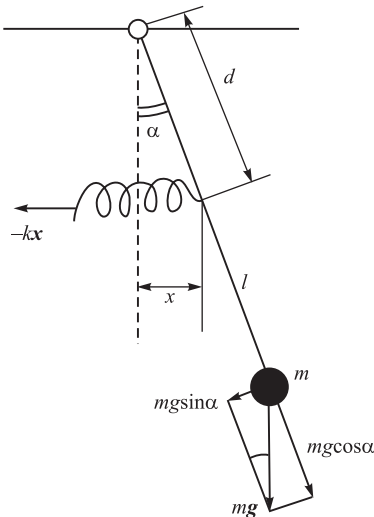


Рис. 2

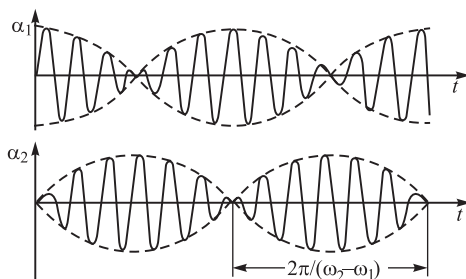


Рис. 3

стяжения в случае, когда оба маятника отклонены на угол α в противоположные стороны.

С учетом принятых выше допущений получают для парциальных колебаний

$$f_{\text{упр}} = -kx - kd\alpha, \quad M_{\text{упр}} = -kd^2\alpha,$$

для нормальных колебаний

$$f_{\text{упр}} = -k2x - 2kd\alpha, \quad M_{\text{упр}} = -2kd^2\alpha. \quad (3)$$

Введя полученные величины моментов упругих сил в уравнение моментов (1) и проведя несложные преобразования, приходим в том и другом случае к уравнению гармонических колебаний (2), но с различными значениями круговых частот: парциальная частота

$$\omega_{\text{п}} = \sqrt{\frac{g}{l} + \frac{kd^2}{ml^2}}, \quad (4)$$

вторая нормальная частота

$$\omega_{\text{нф}} = \sqrt{\frac{g}{l} + \frac{2kd^2}{ml^2}}. \quad (5)$$

При любом другом выборе начальных отклонений в каждом из маятников возникают сразу оба нормальных колебания, другими словами, возникающие колебания представляют собой суперпозицию двух нормальных колебаний. Это следует из того, что любые начальные отклонение двух маятников можно представить как сумму двух начальных отклонений: одного, при котором оба маятника отклонены одинаково в одну сторону, и другого, при котором оба маятника одинаково отклонены в противоположные стороны. Чем слабее пружина, связывающая ма-

ятники, тем, очевидно, ближе друг к другу будут обе нормальные частоты.

Из общей теории колебаний известно, что при наложении двух гармонических колебаний с близкими частотами результирующие колебания носят характер «биений». Амплитуды колебаний каждого из маятников периодически изменяются со сдвигом по фазе на $\pi/2$: когда одна из них достигает максимума, другая обращается в нуль, и наоборот (рис. 3). Период биений (время между двумя обращениями в нуль амплитуды одного из маятников) равен

$$\tau_{\sigma} = \frac{2\pi}{\omega_{\text{пф}} - \omega_{\text{сф}}}. \quad (6)$$

Вынужденные колебания в связанных системах. Резонанс. Под действием приложенной к одному из связанных маятников внешней гармонической силы какой-либо частоты $\omega_{\text{в}}$ оба маятника будут совершать гармонические вынужденные колебания с частотой внешней силы. Амплитуды колебаний каждого из маятников будут зависеть от частоты внешней силы. Когда частота гармонической внешней силы приближается к частоте собственных гармонических колебаний, которые способна совершать система, наступает резонанс — явление резкого возрастания амплитуды колебаний. Поскольку такими гармоническими колебаниями для системы двух связанных маятников являются нормальные колебания, т.е. колебания с одной из двух нормальных частот (синфазные или антифазные), резонанс наступает, когда частота внешнего воздействия приближается к одной из двух нормальных частот $\omega_{\text{сф}}$ и $\omega_{\text{пф}}$ системы. Если резонанс в системе достаточно острый (потери на трение малы), то при достаточно медленном изменении частоты внешней силы резонанс можно наблюдать дважды — резонансная кривая будет иметь двугорбый характер (рис. 4).

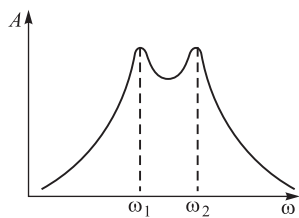


Рис. 4

Экспериментальная часть

Установка. Общий вид прибора представлен на рис. 5 и 6. Основание (1) снабжено регулировочными винтами-ножками для выравнивания прибора. На основании закреплена колонна (2), в верхней части которой находится втулка (3), а внизу — кронштейн (4). На стержне (5) втулки прикреплены три подвес-

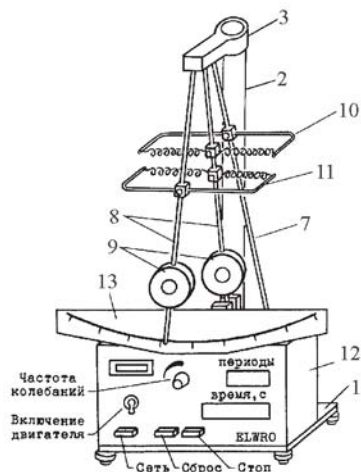


Рис. 5

ки (6), в которых с использованием шарикоподшипников подвешены два маятника и стержень (7) для создания вынужденных колебаний. Каждый маятник состоит из легкого стержня (8) с делениями через каждые 5 см, считая от оси вращения, и перемещаемого груза (9). Маятники связаны друг с другом при помощи двух пружин. Пружины прикреплены наружными концами к концам специальной обоймы (11), изогнутой С-образно в горизонтальной плоскости и закрепленной по своему центру за стержень одного из маятников. Внутренние концы пружин прикрепляются к стержню другого маятника. Обойму при необходимости можно перемещать вдоль стержня маятников.

Создание вынужденных колебаний осуществляется приводным диском, находящимся на задней стороне блока управления (12). Электродвигатель, вращающий диск, находится внутри блока. Стержень (7) имеет прорезь, в которую входит кривошип приводного диска. При вращении диска стержень (7) приходит в маятникообразное движение, которое передается второму (от экспериментатора) маятнику с помощью верхней обоймы (10) и двух закрепленных на ней пружин. Угловая шкала (13) служит для определения амплитуд колебаний маятников. К нижнему кронштейну (4) прикреплен также фотоэлектрический датчик. При качаниях второго маятника нижний конец его стержня пересекает световой поток, падающий на датчик от лампы.

На лицевой панели блока (12) находится выключатель «СЕТЬ». При его включении загораются нули пятизначного цифрового индикатора-миллисекундомера «ВРЕМЯ» и двузначного «ПЕРИОДЫ», а также лампа (15). При включении тумблера «ВКЛ. ДВИГАТЕЛЯ» двигатель начинает работать, причем число оборотов приводного диска регулируется ручкой «ЧАС-ТОТА КОЛЕБАНИЙ» от 15 до 60 об./мин. Загорается также лампочка в окошке над тумблером.

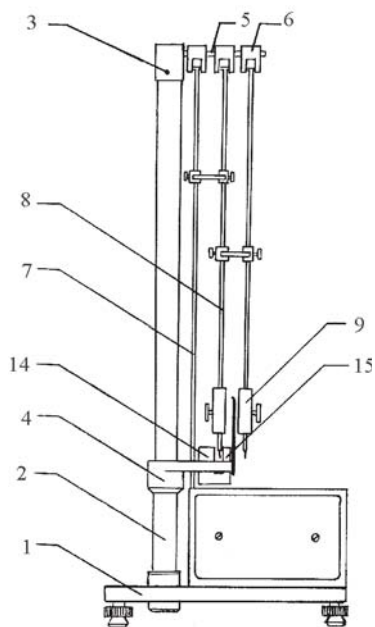


Рис. 6

Нажатие клавиши «СБРОС» в начале работы необходимо для подготовки схемы к счету времени и периодов, а повторно — для сброса показаний обоих индикаторов до нуля. Счет времени начинается с первого прохождения маятника перед фотоэлементом, а счет периодов — со второго прохождения «туда» (с пропуском прохождения «обратно»). После нажатия клавиши «СТОП» счет прекращается, но не сразу, а после фиксирования окончания последнего периода. Без заземления прибора клави-

ша «СТОП» не работает. Клемма заземления находится на задней стенке блока (12).

Подготовка к измерениям. После включения в сеть прибор в прогреве не нуждается. Нажав клавишу «СЕТЬ», проверяют высвечивание нулей на индикаторах и горение лампочки фотоэлемента. Включив тумблер «ВКЛ. ДВИГАТЕЛЯ», убеждаются, работает ли он, регулируется ли с помощью ручки «ЧАСТОТА КОЛЕБАНИЙ» скорость его вращения и как это влияет на колебания маятников.

Упражнение 1

Определение частот нормальных и парциальных колебаний связанной системы из двух одинаковых маятников

Согласно сказанному в теоретическом введении, в связанной системе, представленной на рис. 1, могут иметь место два типа нормальных колебаний: синфазные с частотой $\omega_n = \sqrt{g/l}$, противофазные с частотой $\omega_{\text{пф}} = \sqrt{g/l + 2kd^2/ml^2}$, и два парциальных колебания с одинаковой частотой $\omega_{\text{пф}} = \sqrt{g/l + kd^2/ml^2}$. Однако в используемой экспериментальной установке связь между маятниками реализована с помощью не одной, а двух легких пружин, как это показано на рис. 5. Внутренние концы пружин присоединены к стержню одного из маятников, наружные концы растянутых пружин прикреплены к концам С-образной обоймы, центр которой закреплен на стержне другого маятника.

Возникает вопрос, остаются ли справедливыми полученные ранее формулы для частот нормальных и парциальных колебаний, иначе говоря, сохраняется ли зависимость этих частот от жесткости k пружин.

Рассмотрим простейший случай — парциальные колебания. Для их возбуждения фиксируем маятник, несущий изогнутую обойму в положении равновесия, второй маятник отклоняем на некоторый угол и отпускаем.

Обозначим начальное удлинение (растяжение) пружин через x . Тогда силы, действующие со стороны пружин на второй маятник, т.е. слева и справа будут $f_{\text{упр}} = kx$. Допустим, что при отклонении второго маятника слева направо на некоторый малый угол α левая пружина получает дополнительное удлинение Δx , так что упругая сила пружины становится равной $f_{\text{упр}} = k(x + \Delta x)$. Правая пружина сожмется на величину Δx , и ее упругая сила станет равной $k(x - \Delta x)$.

Результирующая сила, действующая со стороны пружин на маятник, равна

$$k(x + \Delta x) - k(x - \Delta x) = 2k\Delta x,$$

или, учитывая, что $\Delta x \cong d \sin \alpha \cong d\alpha$, $f_{\text{упр}} = 2kd\alpha$.

Момент силы, который необходимо ввести в уравнение моментов, равен $M = 2kd^2\alpha$, и парциальная круговая частота называется равной

$$\omega_{\text{п}} = \sqrt{\frac{g}{l} + \frac{2kd^2}{ml^2}}. \quad (7)$$

Формула отличается от (4) появлением множителя 2.

В случае противофазных колебаний изменение длины первой пружины при отклонении второго маятника вправо, а первого влево на один и тот же угол будет вдвое больше, чем при фиксированном положении первого маятника, т.е. равно $2\Delta x$. Такой же величине равно изменение длины второй пружины – укорачивание. Результирующая сила, действующая на второй маятник со стороны пружины, равна

$$f_{\text{упр}} = k(x + 2\Delta x) - k(x - 2\Delta x) = 4\Delta x.$$

Дальнейшие рассуждения приводят для частоты противофазных колебаний (второй нормальной частоты) к выражению

$$\omega_{\text{п}} = \sqrt{\frac{g}{l} + \frac{4kd^2}{ml^2}}, \quad (8)$$

также отличному от формулы (5).

Измерение первой нормальной частоты. Отсоединить пружины, соединяющие маятники со стержнем (7), возбуждающим колебания. Установить обоймы, крепящие пружины, в средней части стержней маятников. Нажать на кнопку «СЕТЬ». Отклонить оба маятника в одну и ту же сторону на угол $\sim 6^\circ$ и отпустить их. Нажать на кнопку «СБРОС». После подсчета десяти периодов колебаний, нажать на кнопку «СТОП». Записать с индикаторов время t и количество периодов колебаний n и вычислить частоту колебаний по формуле

$$\omega = \frac{2\pi n}{t}.$$

Здесь и в дальнейшем все измерения частот проводят не меньше пяти раз и затем находят средние значения.

Измерения второй нормальной частоты и парциальной частоты. Измерения проводятся в порядке, рекомендованном выше, с

тем отличаем, что при определении второй нормальной частоты для возбуждения колебаний отклоняют маятники в противоположные стороны на одинаковый угол $\sim 6^\circ$ и отпускают. При определении парциальной частоты фиксируют в положении равновесия ближайший к наблюдателю маятник, второй же маятник отклоняют на угол $\sim 6^\circ$ и отпускают.

По окончании измерений следует сравнить полученные экспериментальные значения частот с теоретическими значениями, вычисленными по формулам (3), (4) и (5). Входящие в формулы величины: масса грузов и коэффициент жесткости пружин k считать заданными (их можно узнать у лаборанта). Величину d — расстояние от оси вращения до места крепления пружин измерить с помощью линейки.

Упражнение 2

Наблюдение явления «биений»

Установить обоймы, крепящие пружины, в средней части стержней маятников. Один из маятников отклонить на угол $\sim 10^\circ$ и отпустить. Определить по индикатору миллисекундомера время между двумя обращениями в нуль амплитуды колебаний одного из маятников период биений τ и вычислить частоту биений $\nu_6 = 1/\tau$. Сравнить полученное значение частоты с теоретическим значением

$$\nu_6 = \nu_{\text{пф}} - \nu_{\text{пс}}.$$

Упражнение 3

Наблюдение резонанса связанных маятников

Присоединить к обойме (10) пружины, связывающие один из маятников со стержнем (7). Включить питание двигателя. Медленно увеличивать обороты двигателя, наблюдая за изменением амплитуды колебаний маятников. При этом дважды при двух значениях частоты оборотов должно наступать явление резонанса. Медленно вернуть регулятор оборотов двигателя в начальное положение. Повторить эксперимент, фиксируя величины амплитуды колебаний одного из маятников (ближайшего к наблюдателю) для ряда значений частоты вынуждающей силы, достаточных для того, чтобы можно было построить график зависимости амплитуды от частоты вынуждающей силы. Частоту колебаний вычислять по времени десяти колебаний, отсчитанных измерителем времени. Перед каждым отсчетом следует выждать 1–2 мин, чтобы колебания установились.

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 1. Механика. – 4-е изд., перераб. – М.: Наука. Физматлит. 1998.

Глава 5. Механика твердого тела.

§ 5.3. Вращение тела вокруг неподвижной оси.

Глава 8. Колебательное движение.

§ 8.1. Общие сведения о колебаниях.

§ 8.4. Гармонические колебания.

§ 8.7. Биения.

РАЗДЕЛ 4

ДЕФОРМАЦИЯ В ТВЕРДОМ ТЕЛЕ

Задача № 19

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ СДВИГА ПО ДЕФОРМАЦИИ КРУЧЕНИЯ

Цель задачи: экспериментальное изучение деформации кручения и на его основе определение модуля сдвига исследуемого образца.

Основные понятия и соотношения

Характерной особенностью упругих тел является их способность противодействовать деформациям, вызываемым внешними силами. Она проявляется в возникновении упругих внутренних сил, стремящихся вернуть частицы тела в положение, которое они занимали до деформации. Для количественного описания упругих сил, возникающих в деформированном теле, вводится понятие упругих напряжений: **напряжением** называют векторную величину, равную отношению силы упругости, действующей на данной площадке внутри тела, к ее площади.

Модулями упругости называются величины, характеризующие упругие свойства материалов. В зависимости от типа деформации различают:

1. Модуль продольной упругости (модуль Юнга) E – в случае деформации растяжения.
2. Модуль сдвига G – в случае деформации сдвига.
3. Модуль кручения D – в случае деформации кручения.

Для первых двух типов деформации (в случае малых деформаций) зависимость между упругим напряжением и соответствующей деформацией определяется простой формулой: **напряжение равно произведению деформации на соответствующий модуль упругости (закон Гука)**. Так, для деформации простого растяжения (сжатия) (рис. 1) формула закона Гука имеет вид

$$\sigma = E\varepsilon, \quad (1)$$

где σ – нормальное напряжение, равное отношению растягивающей образец силы к площади его поперечного сечения

$\sigma = f/S$; ε – относительное удлинение, равное отношению удлинения к первоначальной длине образца $\varepsilon = \Delta l/l$.

Закон Гука для деформации сдвига записывается в виде

$$\tau = G\gamma, \quad (2)$$

где τ – касательное напряжение, равное отношению касательной силы, вызывающей сдвиг, к площади S (рис. 2); γ – угол сдвига.

Заметим, что напряжения, определяемые формулами (1) и (2), действуют на любом сечении внутри образца, параллельном внешним площадкам, обозначенным на рисунках через S . Отличие формулы закона Гука для деформации кручения (рис. 3) от первых двух формул состоит в том, что вместо силы (напряжения) в нее входит момент сил (на рисунке этот вращающий момент создается парой сил f_1 и f_2 , приложенных к верхнему основанию цилиндрического стержня, нижнее основание которого неподвижно):

$$M = D\varphi, \quad (3)$$

где M – величина момента сил; φ – угол закручивания, равный углу поворота верхнего основания закручиваемого стержня относительно нижнего основания.

Из формулы (1) следует, что модуль продольной упругости (модуль Юнга) E равен отношению нормального напряжения к относительному удлинению $E = \sigma/\varepsilon$ и характеризует способность материалов сопротивляться деформации растяжения.

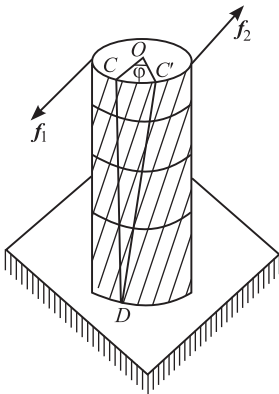


Рис. 3

Аналогично из формулы (2) следует, что модуль сдвига G по величине равен отношению касательного напряжения к величине угла сдвига $G = \tau/\gamma$ и определяет способность материалов сопротивляться деформации сдвига.

Отличие модуля кручения D от модулей Юнга и сдвига состоит в том, что он зависит не только от свойств материала, но и от геометрических размеров тела: в случае цилиндра – от его радиуса R и длины l .

Поскольку кручение сводится к неоднородному сдвигу, модуль кручения D

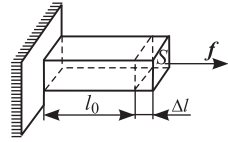


Рис. 1

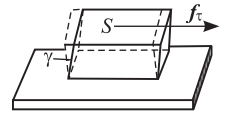


Рис. 2

оказывается зависимым от модуля сдвига G . Расчет, который приведен ниже для тел цилиндрической формы с радиусом R и длиной l из материала с модулем сдвига G , приводит к следующей формуле для модуля кручения:

$$D = \frac{\pi GR^4}{2l}. \quad (4)$$

Кручение круглого стержня. Связь между модулем кручения и модулем сдвига. Цилиндрический стержень рассматривается как состоящий из тонких цилиндрических слоев, каждый из которых имеет толщину δr (рис. 4а). В результате закручивания образующая цилиндра DC приобретает положение DC' . Мысленно разрежем наружный слой до деформации по линии DC и затем развернем его, сделав плоским. Очевидно, он превратится в тонкий прямоугольный параллелепипед. Если такой разрез наружного слоя сделать после деформации по новому положению линии DC и развернуть слой, то получится уже косоугольный параллелепипед (рис. 4б).

Это означает, что цилиндрический слой испытал деформацию сдвига. Величина смещения верхней грани слоя определяется расстоянием $a = CC'$, отношение этой величины к длине цилиндра дает угол сдвига γ . Если описанные операции разрезания и развертывания проделать со всеми цилиндрическими слоями, то приведенные рассуждения приводят к выводу, что все слои также испытывают при кручении деформацию сдвига. Однако смещения верхних граней слоев и, следовательно, величина угла сдвига оказывается неодинаковой для различных слоев,

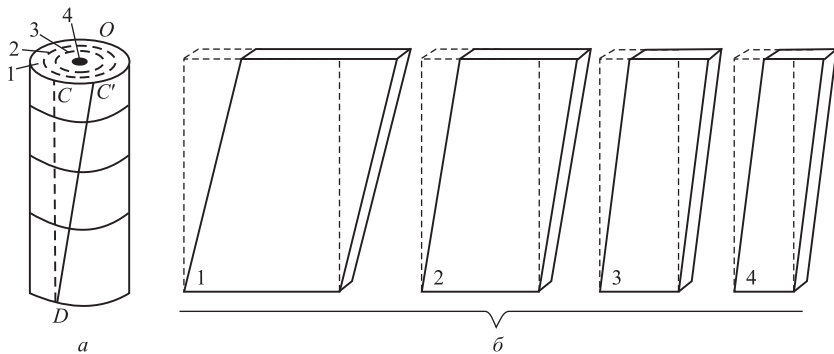


Рис. 4

убывая от внешних слоев к внутренним. Отсюда и следует, что кручение можно представить как неоднородный сдвиг цилиндрических слоев (см. рис. 4б).

Рассмотрим теперь внутри цилиндра один из тонких слоев с внутренним радиусом r и внешним $r + \delta r$. Для смещения верхней грани слоя a могут быть получены два очевидных выражения:

а) через угол сдвига и длину цилиндра (из треугольника CDC')

$$a = l \operatorname{tg} \gamma \cong l \gamma \text{ для малых деформаций;}$$

б) через угол закручивания φ и радиус слоя r (из треугольника COC')

$$a = r\varphi.$$

Приравнивая оба выражения, получаем для угла сдвига

$$\gamma = r \frac{\varphi}{l}. \quad (5)$$

Угол сдвига данного слоя равен его радиусу, умноженному на отношение угла закручивания к длине цилиндра. Угол сдвига пропорционален радиусу слоев.

Касательное напряжение на верхнем основании цилиндрической трубки (слоя) находим, пользуясь формулой закона Гука (2):

$$\tau = Gr \frac{\varphi}{l}. \quad (6)$$

Силу упругости, действующую на этом основании, получим, умножив τ на его площадь, равную $2\pi r\delta r$:

$$f_r = \tau 2\pi r\delta r = 2\pi G \frac{\varphi}{l} r^2\delta r. \quad (7)$$

Момент этой силы относительно оси цилиндра будет

$$M_\tau = 2\pi G \frac{\varphi}{l} r^3\delta r. \quad (8)$$

Каждый слой вносит свой вклад в полный момент сил, действующих на всей поверхности верхнего торца цилиндра. Величину полного момента получим, перейдя от δr к бесконечно малым величинам dr и проинтегрировав выражение (8) по r от 0 до R :

$$M = 2\pi G \frac{\varphi}{l} \int_0^R r^3 dr = \frac{\pi G}{2l} R^4 \varphi. \quad (9)$$

Этот момент упругих сил должен быть равен моменту сил, закручивающих стержень (условие равновесия). Сравнивая выражения (9) и (3), приходим к выводу, что величина $\frac{\pi G}{2l} R^4$ представляет собой не что иное, как модуль кручения D . Таким образом, мы получили выражение

$$D = \frac{\pi G}{2l} R^4, \quad (10)$$

т.е. формулу (4).

Отметим, что в любом сечении стержня, перпендикулярном к оси, момент внутренних упругих сил относительно оси стержня одинаков и равен моменту внешних сил, закручивающих стержень. Чтобы убедиться в этом, мысленно представим себе отрезанной какую-то часть закрученного стержня (с верхнего конца на наших рисунках). Поскольку эта часть стержня находится в равновесии, то сумма моментов сил, действующих на нее, должна равняться нулю. С одного конца на эту часть действует момент внешних сил, а с другого – момент внутренних упругих сил, касательных к сечению. Следовательно, оба момента равны по величине и противоположны по знаку.

Формула (4), в которой содержится связь между модулями D и G , позволяет, зная один из них, вычислить другой. Экспериментально легко определяется величина модуля кручения. Поэтому задачу нахождения модуля сдвига целесообразно решать путем экспериментального измерения модуля кручения с последующим вычислением величины G в соответствии с формулой (4).

Измерение модуля кручения может быть выполнено двумя методами: статическим и динамическим. В первом случае измеряется угол закручивания цилиндрического стержня (проволоки) при определенном закручивающем моменте. Во втором случае непосредственно измеряется период колебаний крутильного маятника – подвешенного на проволоке тела. Этот период, как будет показано ниже, зависит от упругих свойств проволоки (модуля кручения).

Упражнение 1

Определение модуля сдвига статическим методом

Приборы и принадлежности: экспериментальная установка, осветитель с полупрозрачной шкалой, масштабная линейка, набор грузов.

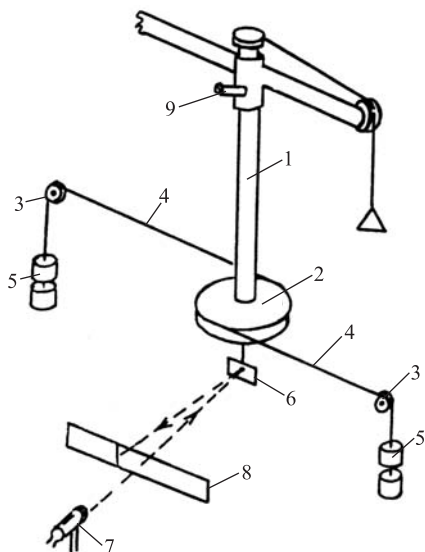


Рис. 5

Описание установки: основа экспериментальной установки представлена на рис. 5. Верхний конец вертикального стержня (1) (стальной проволоки) жестко закреплен на верхней перекладине деревянной рамы. К его нижнему концу прикреплен металлический диск (2). Момент M , закручивающий стержень, создается двумя навитыми на диск и перекинутыми через блок (3) нитями (4), к концам которых подвешиваются одинаковые грузы (5).

Для определения угла закручивания проволоки используется зеркальный отсчет с помощью зеркала (6), жестко связанного с диском, и осветителя (7) с полупрозрачной шкалой (8). Луч света от осветителя, отражаясь от зеркала, попадает на шкалу и при повороте зеркала скользит по шкале. При этом, как видно из рис. 6, при повороте зеркала на угол φ луч отклоняется на угол 2φ . Если световой зайчик на шкале сместится на n делений, то

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{n}{b}, \quad (11)$$

где b – расстояние от зеркала до шкалы.

При малых углах отклонения $\operatorname{tg} 2\varphi \sim 2\varphi$. Тогда

$$\varphi = \frac{n}{2b}. \quad (12)$$

Порядок измерений. Устанавливают трубу осветителя так, чтобы отраженный от зеркальца зайчик попадал на середину шкалы, и фиксируют положение риски зайчика. Располагают нити с платформами для грузов так, как показано на рис. 5. Помещая на платформы по одному, два и т.д. груза, фиксируют и записывают для каждой нагрузки отклонение n зайчика по шкале от начального положения. Повторяют эксперимент в обратном порядке, снимая грузы с платформ, и находят для каждой нагрузки среднее отклонение $n_{\text{ср}}$.

При равновесии сила натяжения нитей равна силе тяжести mg грузов на платформе (включая платформу). Плечо этой силы равно радиусу диска $d/2$ (d – диаметр). Подставляя значение момента пары сил $M = mgd$ и φ из (12) в равенство (3) и решая его относительно D , получаем

$$D = \frac{2mgdb}{n}.$$

Пользуясь этой формулой, вычисляют модуль кручения для каждой нагрузки и затем среднее значение $D_{\text{ср}}$. На каждом из грузов указана его масса, диаметр диска задан, расстояние b от зеркальца до шкалы измеряется линейкой. Результаты измерения модуля кручения записать в виде табл. 1.

Таблица 1

№ п/п	Масса груза, кг	Отклонение по шкале, м			Модуль D , Н·м	$\Delta D = D_{\text{ср}} - D$
		$n \downarrow$	$n \uparrow$	$n_{\text{ср}}$		

В заключение, подставив $D_{\text{ср}}$ в формулу (4), вычисляют модуль сдвига G . Оценивают погрешность измерений.

Упражнение 2

Определение модуля сдвига из крутильных колебаний

Для измерений используется та же экспериментальная установка, что и в упражнении 1. К принадлежностям добавляется второй набор цилиндрических грузов и секундомер.

Вывод расчетных формул. Опыт показывает, что тело, подвешенное на стальной проволоке, выведенное из положения равновесия и предоставленное самому себе, начинает под действием упругих сил, возникающих в упругой проволоке, совершать крутильные колебания. При повороте тела на угол φ момент упругих сил, стремящийся вернуть тело в положение равновесия, согласно формуле (3) будет

$$D\varphi = M.$$

Напомним: формула справедлива для малых колебаний (малых углов φ). Согласно основному закону динамики вращательного движения

$$I \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -M, \quad (13)$$

где I — момент инерции тела относительно оси вращения.

Знак минус поставлен потому, что момент сил вызывает вращение в сторону уменьшения угла φ . Для нашего крутильного маятника можно записать

$$I \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -D\varphi \quad \text{или} \quad \frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{D}{I}\varphi = 0. \quad (14)$$

Это уравнение математически тождественно уравнению

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{g}{l}\alpha = 0, \quad (15)$$

описывающему движение математического маятника. Значит, тело будет совершать гармонические крутильные колебания с периодом

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{D}}. \quad (16)$$

Если момент инерции I тела известен, то, измерив период колебаний, можно, пользуясь формулой (16), вычислить модуль кручения D . Однако момент инерции крутильного маятника (диска), используемого в задаче, неизвестен. Следовательно, он должен быть исключен из расчетов. Эта цель может быть достигнута путем измерения двух периодов колебаний системы, состоящей из диска, подвешенного на проволоке, с четырьмя гру-

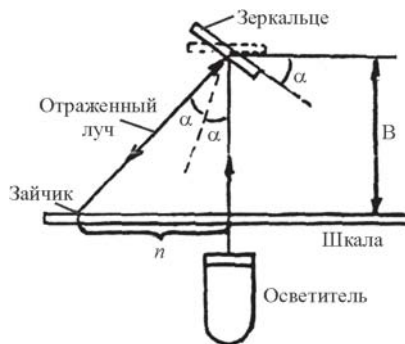


Рис. 6

зами, размещенными на нем один раз на расстояниях l_1 от оси диска, второй раз – на расстояниях l_2 . Момент инерции системы можно представить как сумму момента инерции диска (с проволокой) I_0 и моментов инерции грузов, т.е. для двух случаев:

$$I_1 = I_0 + 4ml_1^2; \quad I_2 = I_0 + 4ml_2^2. \quad (17)$$

Периоды колебаний T_1 и T_2 системы при двух положениях грузов, согласно формуле (16), будут

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I_0 + 4ml_1^2}{D}}; \quad T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{I_0 + 4ml_2^2}{D}}. \quad (18)$$

Из этих выражений несложно получить

$$D = \frac{16\pi^2 m(l_1^2 - l_2^2)}{T_1^2 - T_2^2}. \quad (19)$$

Порядок измерений. Под величинами l_1 , и l_2 подразумеваются расстояния от оси вращения до центра масс грузов. Для размещения грузов на диске предусмотрены специальные штифты, расположенные по двум концентрическим окружностям с радиусами l_1 и l_2 . Сначала грузы надевают на штифты, более удаленные от оси вращения. Платформы с грузами, используемые в первом упражнении, отсоединяют от нитей. Настраивают установку светового зайчика примерно на середину шкалы (см. рис. 6). Сообщают системе вращательный импульс (легким рывком потянув за шнурок, соединенный с верхним креплением проволоки). Предварительно должен быть слегка отвернут винт (9). Возникшие колебания должны иметь небольшую амплитуду. С помощью секундомера измеряют время 20–25 полных колебаний. Измерения следует повторить пять раз и найти среднее значение времени t . Разделив $t_{\text{ср}}$ на число колебаний n , вычисляют период колебаний T_1 . Переместив грузы на внутреннее, ближние штифты, повторяют измерения и определяют новый период колебаний T_2 . Результаты измерений записывают в виде табл. 2.

Таблица 2

	№ опыта	1	2	3	4	5	
l_1	t						$t_{\text{ср}} =$
	Δt						$\Delta t_{\text{ср}} =$
l_2	t						$t_{\text{ср}} =$
	Δt						$\Delta t_{\text{ср}} =$

Масса грузов находится взвешиванием на технических весах с точностью до 0,1 г. Расстояния l_1 и l_2 заданы. Пользуясь формулой (19), вычисляют модуль кручения.

Подставив полученное значение модуля кручения в формулу (10), вычисляют модуль сдвига G . Входящие в формулу радиус и длина проволоки заданы.

Следует оценить ошибки, допущенные при определении величин D и G , записать результаты с учетом погрешности измерений.

В заключение сопоставляют значения величин D и G , полученные обоими методами (т.е. в упражнениях 1 и 2): статическим и динамическим.

По согласованию с преподавателем можно ограничиться вычислением погрешностей только для упражнения 1.

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 1. Механика. — 4-е изд., перераб. — М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 2. Динамика материальной точки.

§ 29. Упругие силы.

ТЕМА 3

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

РАЗДЕЛ 1

ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ. СВОЙСТВА И ОПИСАНИЕ

Основные понятия и соотношения

1. Электрический заряд. Носителями электрических свойств в веществах являются электроны и входящие в состав атомного ядра протоны, причем их заряды ($\pm 1,6 \cdot 10^{-19}$ К) не приобретаются в результате электризации или каких-либо других процессов, а являются неотъемлемым стабильным свойством, количественно постоянным в течение всей жизни частицы и ответственным за ее электрические (или в более широком аспекте – электромагнитные) взаимодействия. Именно эти свойства и лежат в определении электрического заряда. В современной трактовке электрический заряд определяется как внутренняя характеристика элементарной частицы, определяющая ее электромагнитное взаимодействие. К числу фундаментальных законов, описывающих свойства и поведение электрических зарядов, относятся закон сохранения заряда и закон взаимодействия точечных электрических зарядов (закон Кулона):

$$F = k \frac{q_1 q_2}{R^2}, \quad (1)$$

где F – модуль силы взаимодействия; k – коэффициент, зависящий от выбора единиц измерений; q_1, q_2 – заряды; R – расстояние между зарядами.

2. Электрическое поле. Вопрос: является ли уединенный заряд источником электрических сил в пространстве или никак не действует на пространство? Для ответа следует провести измерение электрических сил вокруг уединенного заряда, не пользуясь другими электрическими зарядами (сохранить уединенность, иначе возникнет взаимодействие по закону Кулона), а такие

способы измерений неизвестны. С другой стороны, положение о заряде как источнике электрических сил в окружающем пространстве не противоречит фундаментальным принципам природы. И можно ввести модель, согласно которой вокруг уединенного заряда всегда существует электрическое поле, определяющее состояние пространства. Таким образом, в электростатике электрическое поле рассматривается как удобная модель, однако в учении о движущихся зарядах «поле» имеет глубокий физический смысл и является материальным носителем взаимодействия. Силы поля будут определены, если определена в каждой точке этого поля сила, действующая на помещенный в нее пробный заряд (единичный положительный заряд). Эта сила называется **напряженностью** электрического поля

$$E = \frac{F}{q}. \quad (2)$$

При перемещении электрического заряда q в электрическом поле из точки R_1 в точку R_2 совершается работа

$$A_{12} = \int_{R_1}^{R_2} F dl = q \int_{R_1}^{R_2} E_l dl, \quad (3)$$

(если $q = 1$, то

$$A_{12} = \int_{R_1}^{R_2} E_l dl, \quad (4)$$

где F — сила, действующая на заряд; dl — перемещение; E_l — составляющая вектора E на направление dl .

Элементарным расчетом можно показать, что работа электрических сил по перемещению единичного заряда на произвольном пути в поле, созданном неподвижным зарядом Q , равна

$$A_{12} = \int_{R_1}^{R_2} E_l dl = - \left(\frac{Q}{R_2} - \frac{Q}{R_1} \right) \quad (5)$$

и не зависит от формы пути. Для замкнутого пути

$$A = \oint E_l dl = 0. \quad (6)$$

Таким образом, всякое электростатическое поле есть поле потенциальное. Это дает возможность ввести понятие **потенциала электрического поля**: разность потенциалов между двумя точками (R_2 и R_1) электростатического поля равна взятой с об-

ратным знаком работе, совершаемой силами поля при перемещении единичного положительного заряда из первой точки во вторую:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = - \int_{R_1}^{R_2} E dl. \quad (7)$$

Очевидно, что потенциалу φ_0 произвольной точки поля R_0 всегда можно приписать любое наперед выбранное значение. Дело в том, что путем измерения работы может быть определена только разность потенциалов, но не абсолютная его величина. Однако, как только зафиксировано значение потенциала в какой-либо точке поля, значение его во всех остальных точках однозначно определено (6). Обычно аддитивную постоянную в выражении потенциала выбирают так, чтобы потенциал бесконечно удаленных точек (φ_∞) был равен нулю. При этом условии формула (7) принимает вид

$$\varphi = \varphi_\infty - \int_{R_\infty}^{R_0} E dl, \text{ так как } (\varphi_\infty = 0), \quad (8)$$

т.е. потенциал точки R_0 равен работе, совершаемой силами поля при удалении единичного положительного заряда из точки R_0 в бесконечность.

Связь величин E и φ : напряженность электрического поля E равна градиенту электростатического потенциала φ , взятому с обратным знаком:

$$E = -\text{grad}\varphi. \quad (9)$$

3. Графическое представление электрического поля. Одним из способов представления является построение силовых линий и эквипотенциальных поверхностей электрического поля. **Силовой линией** электрического поля называется линия, касательные к которой в каждой ее точке совпадают по направлению с вектором напряженности E поля в той же точке. Очевидно, что через каждую точку поля, в которой $E \neq 0$, можно провести только одну силовую линию. На рис. 1 показаны силовые линии и эквипотенциальные поверхности системы двух равных одноименных (рис. 1а) и разноименных (рис. 1б) точечных электрических зарядов, расположенных на расстоянии R друг от друга. При построении считается, что силовые линии начинаются на положительном и заканчиваются на отрицательном зарядах или одним

концом уходят в бесконечность. Силовые линии не могут быть замкнутыми, так как в случае замкнутой линии поле не будет потенциальным и силовые линии не могут уходить двумя концами в бесконечность, так как в этом случае $\int E_l dl \rightarrow \infty$.

Нанести на чертеж все силовые линии невозможно, поэтому они чертятся так, чтобы в любом участке поля число линий, пересекающих перпендикулярную к ним площадку единичной площади, было пропорционально численной величине напряженности поля на этой площадке. В каждом случае густота расположения силовых линий служит мерой напряженности поля. Так как число силовых линий определяется напряженностью E , а напряженность поля пропорциональна заряду, общее число силовых линий, идущих от заряда, должно быть пропорционально его величине.

Если на линиях напряженности отметить точки одинакового потенциала и соединить их между собой, то полученные при этом поверхности (в плоскости рисунка это будут кривые) называются эквипотенциальными.

4. Проводники в электрическом поле. Когда говорят об электрических зарядах, то имеют в виду заряженные тела. При этом

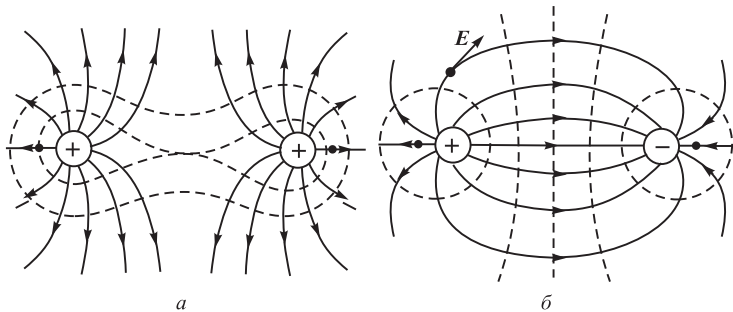


Рис. 1

под точечными зарядами понимают заряженные тела, размерами которых в условиях данной задачи можно пренебречь. Все тела по электрическим свойствам разделяются на тела, вещество которых содержит заряды, свободно движущиеся внутри по всему объему тела (проводники), и тела, заряды которых при своем движении остаются в пределах атома или молекул, в состав которых они входят (изоляторы).

При помещении проводника в электростатическое поле или при сообщении ему заряда в нем происходит перераспределение

зарядов, приводящее к новому равновесию зарядов. Равновесие зарядов означает, что внутри проводника на них не действуют силы, т.е. напряженность E внутри проводника равна нулю. Направление E на поверхности проводника перпендикулярно поверхности (в противном случае возникнет слагающая напряженности E , направленная вдоль поверхности проводника, вызывающая движение зарядов). В этом случае разность потенциалов между любыми двумя точками проводника, лежащими на поверхности и внутри него, равна нулю. Таким образом, потенциал всех точек проводника один и тот же, и поверхность проводника является эквипотенциальной.

Задача № 20

ИЗУЧЕНИЕ СВОЙСТВ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Цель работы: построение эквипотенциальных поверхностей и силовых линий электрического поля, созданного заряженными телами.

Экспериментальная установка: электролитическая ванна¹, масштабная сетка с электродами, генератор, вольтметр, лист миллиметровой бумаги².

Упражнение 1

Построение эквипотенциальных поверхностей поля двух разноименных точечных зарядов

Порядок выполнения работы

1. Положить масштабную сетку с электродами на дно электролитической ванны и налить воду так, чтобы электроды оказались на 3–4 мм ниже уровня воды. Проводники, подводящие напряжение к электродам, должны располагаться внизу под сеткой.

2. Соединить приборы и электроды согласно схеме, приведенной на рис. 1: Г – генератор, В – вольтметр, ЭВ – электролитическая ванна, Э – электроды, Щ – шуп. При этом черные провода, идущие от генератора и вольтметра, необходимо под-

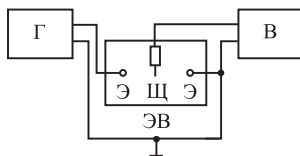


Рис. 1

ключить к одному электроду³, потенциал которого будет равен нулю, так как приборы заземлены.

¹ Электролитическая ванна является удобной моделью для изучения электростатического поля. Это обусловлено тем, что при определенных условиях распределение потенциалов в среде, по которой течет ток между установленными в ней электродами, может быть тождественно распределению потенциалов между теми же электродами, находящимися в вакууме.

² Расположение и функциональное назначение основных элементов управления приборами, а также краткие рекомендации по эксплуатации приборов, используемых в этой и в следующих работах, см. с. 244–245.

³ В настоящей задаче этот электрод выполняет функции отрицательного заряда.

3. Установить на генераторе частоту 60 Гц (переключатель «множитель» в положении « $\times 1$ », декадные переключатели или шкала плавного изменения частоты в положении 60,0 Гц).

Регулятор величины выходного напряжения в среднем положении (на выходе генератора устанавливается напряжение 5–6 В).

4. Универсальный прибор — вольтамперметр включить в режиме вольтметра (кнопка « U ») для измерения переменного напряжения (кнопка « $=/\cong$ » в утопленном положении). Включить предел измерения 20 В (кнопка «20»). Щуп с черным проводом включить в гнездо «*», щуп с красным проводом — в гнездо « U ».

5. Измерить разность потенциалов между электродами, для чего щупом на красном проводе коснуться электрода¹, соединенного с белым проводником генератора. Отметить на миллиметровой бумаге расположение электродов (масштаб 1:1).

6. На прямой, соединяющей электроды, отметить точки, отстоящие друг от друга на расстояние 1–2 см. Помещая щуп (с красным проводом) в точки электролитической ванны, соответствующие отображенным на графике, измерить потенциал в этих точках. Щуп нужно располагать перпендикулярно к поверхности воды, а перед считыванием показаний вольтметра подождать 5–6 с, чтобы установились показания на световом табло прибора. Измеренные значения потенциала фиксируются на миллиметровой сетке рядом с точками, в которых они измерялись.

7. Для каждого значения измеренного потенциала найти еще 8–10 точек с таким же потенциалом (по 4–5 с каждой стороны от центральной прямой, являющейся осью симметрии). Для этого щуп медленно перемещают между электродами до тех пор, пока показание вольтметра не будет соответствовать значению потенциала, полученному в точке на прямой линии. Найденные точки отмечаются на масштабной сетке и все точки с одинаковым значением потенциала соединяются плавной кривой.

Упражнение 2

Построение эквипотенциальных поверхностей поля при внесении проводящего тела

1. Для изучения влияния проводящих тел на электрическое поле в пространстве между электродами в произвольном месте ванны помещается металлическое кольцо. В этом случае на гра-

¹ Этот электрод выполняет функции положительного заряда.

фике отмечается положение электродов и кольца. В остальном построение эквипотенциальных поверхностей осуществляется так же, как и в отсутствие проводящего тела.

2. После окончания измерений выключить приборы и вылить воду из ванны.

Литература

1. Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. Кн. 2. Электричество и магнетизм. — 4-е изд., перераб. — М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 1. Электрическое поле в вакууме.

1.1. Электрический заряд.

1.2. Закон Кулона.

1.3. Система единиц.

1.4. Рационализированная запись формул.

1.5. Электрическое поле. Напряженность поля.

1.6. Потенциал.

1.8. Связь между напряженностью электрического поля и потенциалом.

1.9. Диполь.

Глава 3. Проводники в электрическом поле.

3.1. Равновесие зарядов на проводнике.

3.2. Проводник во внешнем электрическом поле.

РАЗДЕЛ 2

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Задача № 21

ЗАКОНЫ ОМА И ПРАВИЛА КИРХГОФА

Цель работы: экспериментальная проверка законов Ома и правил Кирхгофа для разветвленных цепей.

Основные понятия и соотношения

1. Ток и напряжение. Если внутри проводника электрическое поле отлично от нуля, то в проводнике возникает **электрический ток**, т.е. направленное движение зарядов. Мерой электрического тока является **сила тока** I – количество электричества, протекающее через сечение проводника в единицу времени. Если I не зависит от времени, ток называют постоянным.

Основной закон постоянного тока – закон Ома выражается формулой

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R}, \quad (1)$$

где φ_1 и φ_2 – значения потенциала у начала и конца проводника (считая по направлению тока); R – сопротивление проводника.

Направлением тока считается то направление, в котором под действием поля должны были бы двигаться положительные заряды. Другими словами: считается, что ток течет от большего потенциала к меньшему ($\varphi_1 > \varphi_2$). Разность потенциалов можно выразить так:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E_l dl,$$

где dl – элемент длины проводника (см. задачу № 20).

Линейный интеграл поля носит название напряжения между точками:

$$U_{12} = \int_1^2 E_l dl. \quad (2)$$

Сравнивая (1) и (2), получают

$$IR = U_{12}.$$

Это соотношение выполняется не только в случае постоянно-го тока (1), но и для быстропеременных токов.

Почему электрическое поле постоянных токов потенциально? Дело в том, что в поле постоянных токов распределение заряда в пространстве должно оставаться стационарным, т.е. неизменным во времени, в противном случае условие постоянства токов не выполняется. Но если распределение зарядов стационарно, то поле их должно быть тождественно полю соответственно распределенных неподвижных зарядов. То обстоятельство, что в данной точке пространства одни элементы заряда благодаря току сменяются другими, не может сказываться на напряженности поля E . Таким образом, стационарное поле постоянных токов, как и поле электростатическое, должно быть полем потенциальным. Из стационарности распределения заряда следует, что токи должны быть либо замкнуты, либо уходить в бесконечность, ибо в противном случае в месте начала или окончания тока происходило бы накопление или убывание заряда. По той же причине через различные сечения проводника (при отсутствии разветвлений) должен протекать ток одинаковой силы. Наконец, в каждой точке разветвления цепи тока (узле) должен выполняться первый закон Кирхгофа:

$$\sum I_1 = 0,$$

т.е. алгебраическая сумма токов, проходящих через узел, равна нулю. В противном случае в узле происходило бы накопление зарядов.

При движении зарядов на них действует постоянная сила со стороны поля ($E = \text{const}$), которая вызывает ускорение, но условие $I = \text{const}$ означает, что заряды движутся с постоянной скоростью. Если система подчиняется закону Ома, то это должно происходить из-за того, что для таких носителей скорость пропорциональна силе. Следовательно, заряды не могут двигаться свободно, что-то должно мешать движению, вызываемому электрическим полем.

Спротивление движению зарядов обусловлено столкновениями носителей заряда друг с другом и с любыми частицами среды.

2. Электродвижущие силы. Так как линии постоянного тока замкнуты или уходят в бесконечность, то реально создать постоянный ток можно только в замкнутых цепях. Для получения постоянного тока необходимо любым способом заряд, пришедший из точки 1 в точку 2 (по пути 1—а—2) перенести, преодолев электростатические силы, опять в 1 для следующего прохождения этих зарядов по пути 1—а—2 и т.д. (рис. 1).

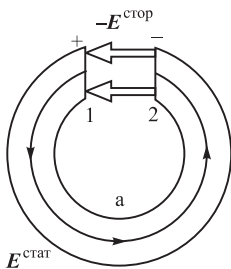


Рис. 1

Таким образом, на электрические заряды, движущиеся в проводниках, действуют силы электростатического поля (источником которого являются сами заряды) и силы не электростатические (их называют сторонними). Связь общей силы, отнесенной к единице заряда, т.е. общей напряженности, перемещающей заряды $\mathbf{E} = \mathbf{E}^{\text{стат}} + \mathbf{E}^{\text{стоп}}$, и напряжением между точками 1 и 2 может быть выражена формулой

$$\mathcal{E}_{12} = \int_1^2 \mathbf{E}_l^{\text{стат}} dl + \int_1^2 \mathbf{E}_l^{\text{стоп}} dl = \mathcal{E}_{12}^{\text{стат}} + \mathcal{E}_{12}^{\text{стоп}}, \quad (3)$$

где $\mathcal{E}_{12}^{\text{стоп}}$ – напряжение сторонних сил называют электродвижущей силой (эдс) и по определению [см. (1)] $\mathcal{E}_{12}^{\text{стоп}} = \varphi_1 - \varphi_2$. В этих обозначениях закон Ома имеет вид

$$IR_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}^{\text{стоп}}. \quad (4)$$

Для замкнутой цепи $\varphi_1 = \varphi_2$ и $IR = \mathcal{E}_{12}^{\text{стоп}}$, где $\mathcal{E}_{12}^{\text{стоп}} = \int \mathbf{E}_l^{\text{стоп}} dl$ – полная эдс в цепи тока. Отсюда следует, что в замкнутой цепи при отсутствии эдс сила постоянного тока равна нулю. Заметим, что название эдс не отражает ее физического содержания, так как по смыслу эдс не сила, а, как это следует из определения, работа по перемещению единичного положительного заряда по замкнутой цепи.

3. Правила Кирхгофа. Первое правило:

$$\sum I_i = 0. \quad (5)$$

Токи, входящие в узел, считаются положительными, а выходящие из узла – отрицательными. Если полная схема содержит m узлов, то уравнение (6) составляется для $m - 1$ узлов.

Следствием закона Ома (4) является второе правило Кирхгофа: в замкнутом контуре алгебраическая сумма падений напряжения на участках цепи равна алгебраической сумме эдс, находящихся в данном контуре:

$$\sum I_i R_i = \sum_k \mathcal{E}_k^{\text{стоп}}. \quad (6)$$

Для составления уравнения (6) следует обойти замкнутый контур, выделенный в общей цепи. При обходе контура направление (по часовой стрелке или против нее) выбирается произвольно. Падение напряжения считается положительным, если

выбранное заранее направление тока на этом участке между двумя узлами совпадает с направлением обхода контура, и отрицательным, если направление тока противоположно направлению обхода. ЭДС считается положительной, если при обходе по контуру источник тока проходится от отрицательного полюса к положительному, и отрицательной – в противном случае. При составлении уравнений для контуров нужно следить за тем, чтобы каждый вновь взятый контур не мог быть получен сложением или вычитанием уже рассмотренных контуров. Полное число уравнений, составленных по правилам Кирхгофа, должно совпадать с числом участков между узлами, т.е. с числом различных токов в данной схеме.

Экспериментальная установка: макет электрической схемы с источниками эдс, вольтамперомметр.

Упражнение 1

Измерение сопротивлений и эдс

1. Включить универсальный прибор в режим измерения сопротивления (кнопку « \Rightarrow » отжать, кнопку « R » нажать), установить предел измерения «2 кОм». Подключить провода со щупами к соответствующим гнездам на входе прибора (красный провод – к гнезду « R », черный – к гнезду «*»).

ВНИМАНИЕ! При измерении постоянных величин U , I , R кнопка (« \Rightarrow ») отжата.

2. Произвести измерение сопротивлений R_1 , R_2 , R_3 , включенных на соответствующих участках цепи 1–4, 2–5, 3–7 макета электрической схемы (рис. 2).

Прибор показывает сопротивление участка цепи между точками, к которым подключаются щупы. Показания прибора при выбранном пределе будут выражены в килоомах. Измеренные значения сопротивлений записать в тетрадь: $R_1 = \dots$; $R_2 = \dots$; $R_3 = \dots$.

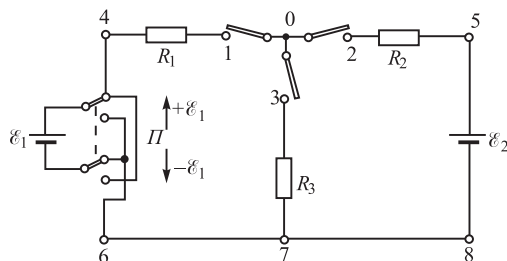


Рис. 2

3. Включить схему-макет в сеть при разомкнутых переключателях 1–0, 2–0, 3–0. Установить прибор в режим измерения постоянного напряжения (кнопки «U», «=»), красный провод в гнезде с символом «U», предел измерения 20 В).

4. Измерить разность потенциалов в точках 6–4 и 8–5. При полностью разомкнутой цепи полученные значения разности потенциалов равны действующим на соответствующих участках схемы эдс. Измеренные значения эдс записать: $\mathcal{E}_2 = \dots$; $\mathcal{E}_3 = \dots$

Упражнение 2

Проверка закона Ома для однородного участка цепи

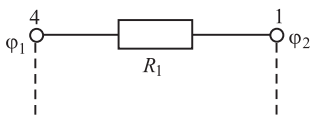


Рис. 3

1. Замкнуть цепь переключателями 1–0, 0–3 (переключатель 0–2 разомкнут). Это позволяет моделировать однородный участок цепи (без эдс), изображенный на рис. 3. Положение переключателя «П» вверх (+ \mathcal{E}_1).

2. Включить макет-схему в сеть. Установить вольтамперометр в режим измерения постоянного напряжения (кнопки «U», «=»), установить предел измерения 20 В. Включить провода со щупами в гнезда (красный – в гнездо «U», черный – в гнездо «*») прибора. Подключить щупы к точкам 1–4 (см. рис. 3) и измерить разность потенциалов на участке с сопротивлением R . Записать полученное значение.

Знак измеренной разности потенциалов зависит от порядка подключения щупов к точкам 1–4. Если на шкале прибора высвечиваются только цифры без знака, то измеряемая величина положительна (>0), т.е. это означает, что потенциал точки, к которой подключен красный щуп, больше потенциала точки, которой касается черный щуп, на величину показания прибора. Если поменять точки присоединения щупов, то на шкале прибора появится примерно то же значение (с учетом погрешности прибора), но со знаком «–», т.е. в этом случае измеряемая величина разности потенциалов отрицательна. Таким образом, прибор всегда показывает разность потенциалов между двумя точками, причем с учетом знака «+» или «–» измеряют потенциал точки, касаясь ее красным щупом, по отношению к потенциалу точки, соединенной с черным щупом. В большинстве случаев

потенциал второй точки можно считать равным нулю либо он действительно равен нулю, если приборы заземлены.

Так как за положительное направление тока принято считать направление в сторону уменьшения потенциала, то все выше упомянутое остается в силе и при измерении постоянных токов.

3. Перевести прибор в режим измерения постоянного тока (кнопки «I», «=», красный щуп в гнезде «I»). Установить предел измерения 20 мА. Разомкнуть перемычку 1–0 (см. рис. 2) и подсоединить красный щуп к точке 1, а черный щуп к точке 0. При этом показание прибора будет соответствовать положительному значению тока (ток через сопротивление R идет слева направо). Поменяв щупы местами, убедиться, что показание прибора сменит знак на противоположный. Разобраться, как с учетом порядка присоединения щупов и знака показаний прибора уверенно определять направление тока в цепи, стрелкой отметить направление тока и записать его величину $I = \dots$

4. Используя измеренные значения разности потенциалов U_{R_1} и закон Ома для участка цепи, найти сопротивление этого участка по формуле

$$R_1 = \frac{U_{R_1}}{I_{R_1}}.$$

Сравнить полученное значение R_1 со значением, измеренным ранее непосредственно.

5. Повторить аналогичные измерения на участке цепи 0–7, содержащем R_3 . Для этого замкнуть перемычку 0–3. Присоединить красный щуп к точке 3, а черный к точке 0 и измерить ток I_3 . При этом универсальный прибор работает в режиме измерения постоянного тока. Для измерения напряжения U_3 замкнуть перемычку 0–3. Перевести универсальный прибор в режим измерения постоянного напряжения (кнопка «U» нажата, красный щуп на приборе переносится в гнездо «U, R»). На схеме подключить щупы к точкам 3–7 и измерить разность потенциалов на участке R_3 . Записать полученное значение U_{R_3} .

6. Используя полученные значения разности потенциалов U_{R_3} , тока I_3 на основании закона Ома для участка цепи, найти сопротивление данного участка по формуле $R_3 = U_{R_3} / I_3$.

Упражнение 3

Проверка закона Ома для неоднородного участка цепи

1. Замкнуть перемычки 1–0 и 2–0, перемычку 0–3 разомкнуть. Переключатель «П» – в положении «вверх». При этом моделируется участок цепи, содержащей эдс (рис. 4а).

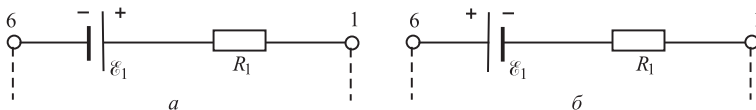


Рис. 4

2. Прибором в режиме вольтметра (предел 20 В) измерить разность потенциалов между точками 1–6, записать полученное значение с учетом знака $U_{1-6} = \varphi_1 - \varphi_6$.

3. Перевести прибор в режим измерения тока (предел измерения 20 мА), разомкнуть переключку 1–0, подсоединить щупы прибора к точкам 1 и 0. Измерить и записать значение тока на этом участке цепи (1–6). С учетом порядка подключения щупов и знака показания прибора определить направление тока, отметить его стрелкой и записать его величину $I_1 = \dots$

4. Имея значения величин ε , I , R и $\varphi_1 - \varphi_6 = U_{1-6}$, проверить справедливость закона Ома для участка цепи с эдс:

$$I_1 R_1 = \varphi_1 - \varphi_6 \pm \varepsilon_1.$$

5. Провести аналогичные измерения и проверку закона Ома, изменив полярность включения ε_1 (рис. 4б), для чего перевести переключатель «П» на схеме-макете в положение «вниз» ($-\varepsilon_1$). Дальнейший порядок действий, как в п. 2–4 данного упражнения.

Упражнение 4

Проверка закона Ома для замкнутой цепи и определение внутреннего сопротивления источника эдс

1. Смоделировать цепь, изображенную на рис. 5а, для чего замкнуть переключки 1–0, 3–0, переключка 2–0 разомкнута, переключатель «П» в положении «вверх» ($+\varepsilon_1$).

2. Измерить напряжение U_R в точках 4–6. Перевести прибор в режим измерения тока, разомкнуть переключку 1–0 или 0–3, измерить ток в цепи и определить его направление. Записать полученные значения U_R и I_1 (следует отметить, что полученное значение разности потенциалов $U_{4-6} = U_R$ является падением напряжения во внешней (по отношению к источнику эдс) цепи, т.е. на сопротивлениях R_1 и R_3 , в чем легко убедиться, измерив по отдельности U_{R_1} и U_{R_3} . В то же время это значение разности потенциалов, как следует из закона Ома для замкнутой цепи, равно

$$U_{4-6} = I_1 (R_1 + R_3) = \varepsilon_1 - I r_1,$$

где r_1 – внутреннее сопротивление источника эдс ε_1 .

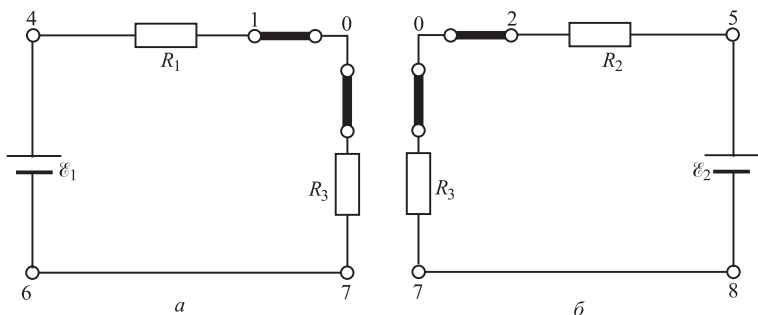


Рис. 5

Эта формула позволяет косвенным способом получить значение внутреннего сопротивления источника эдс, которое нельзя измерить прибором непосредственно, как это делалось в упражнении 1.

3. Используя ранее полученные значения R_1 , R_3 и ε_1 и измеренные значения I_1 и U_{1-6} , оценить величину внутреннего сопротивления источника эдс ε_1 по одной из формул:

$$r_1 = \frac{\varepsilon_1 - U_{4-6}}{I_1}, \quad r_1 = \frac{\varepsilon_1}{I_1} - R_1 - R_3.$$

Так как r_1 мало по сравнению с $(R_1 + R_3)$, то в пределах 10% точности должно совпадать измеренное значение тока I_1 со значением, полученным по формуле

$$I_1 = \frac{\varepsilon_1}{R_1 + R_3}.$$

4. Аналогичным образом определяется внутреннее сопротивление источника эдс ε_2 в замкнутой цепи 0–2–5–8–7–3–0 (рис. 5б). Для этого необходимо разомкнуть перемычку 1–0 и замкнуть перемычки 0–2, 0–3 и измерить разность потенциалов U_{5-8} и ток I_2 так, как это делалось в предыдущих пунктах для ε_1 . Внутреннее сопротивление источника эдс ε_2 рассчитывается по формулам

$$r_2 = \frac{\varepsilon_2 - U_{5-8}}{I_2} \quad \text{или} \quad r_2 = \frac{\varepsilon_2}{I_2} - R_2 - R_3.$$

Упражнение 5

Проверка правил Кирхгофа

1. Смоделировать разветвленную электрическую цепь, для чего замкнуть все три перемычки (см. рис. 2). В этой цепи име-

ются два узла точки 0 и 7 и три замкнутых контура: 4–0–5–8–7–6, 4–0–7–6 и 0–5–8–7.

2. Прибором в режиме вольтметра измерить падение напряжения U_{R_1} , U_{R_2} и U_{R_3} на сопротивлениях (точки 4–1, 2–5 и 3–7 соответственно). Перевести прибор в режим измерения тока (предел 20 мА). Поочередно размыкая перемычки 1–0, 0–2 и 0–3 и подключая прибор, измерить значения токов I_1 , I_2 и I_3 через соответствующие сопротивления. Стрелками отметить на схеме в тетради направление токов.

3. Произвести проверку 1-го правила Кирхгофа для одного из узлов

$$\sum I_i = 0.$$

Чем будет отличаться аналогичное уравнение, записанное для другого узла?

4. Используя измеренные значения U_p , I_i и ранее полученные значения R_p , r_i и \mathcal{E}_p , составить с учетом направления токов и направления обхода контура уравнения 2-го правила Кирхгофа для каждого из трех контуров

$$\sum_i I_i R_i + \sum_k I_k r_k = \sum_k \mathcal{E}_k.$$

Убедиться, что третье из полученных уравнений является линейной комбинацией первых двух (может быть получено из них).

5. Повторить аналогичные измерения и расчеты, описанные в пунктах 1–4, изменив полярность включения источника эдс \mathcal{E}_1 на противоположное [перевести переключатель «П» в положение «вниз» ($-\mathcal{E}_1$)].

6. По окончании работы выключить приборы и отсоединить макетную схему от сети.

Литература

1. Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 2. Электричество и магнетизм. – 4-е изд., перераб. – М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 5. Постоянный электрический ток.

5.1. Электрический ток.

5.3. Электродвижущая сила.

5.4. Закон Ома. Сопротивление проводников.

5.5. Закон Ома для неоднородного участка цепи.

5.6. Разветвленные цепи. Правила Кирхгофа.

Задача № 22

ИЗУЧЕНИЕ РАБОТЫ ВАКУУМНОГО ТРИОДА

Цель задачи: изучение работы вакуумного триода в статическом и динамическом режимах.

Устройство и принцип действия триода. Внутри стеклянного баллона, из которого удален воздух (давление 10^{-3} – 10^{-4} Па), находятся три электрода (рис. 1).

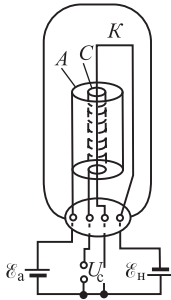


Рис. 1

Один из электродов (нить K) выполнен в виде металлической проволочки, накаливаемой электрическим током от низковольтного трансформатора накала или от батареи. Второй электрод – металлический цилиндр A – охватывает первый. Третий электрод C – спираль, окружающая электрод K . Электрод K (катод) при работе нагревается до температуры порядка сотен градусов, и на него подается отрицательный потенциал. На электрод A (анод) подается положительный потенциал. На электрод C (сетка) в зависимости от условий может подаваться потенциал любого знака. В металлах достаточно много (10^{22} – 10^{23} эл/см³) практически свободных электронов, каждый из которых свободно перемещается по всему объему нейтрального проводника, однако как только он выходит за границу металла, унося с собой заряд « $-e$ », в металле возникает заряд « $+e$ ». Их взаимодействие «заталкивает» электрон обратно в металл. Если металл нагреть, то при достаточно высоких температурах кинетическая энергия электронов позволяет им преодолеть потенциальную энергию кулоновского притяжения и какое-то время находиться вблизи поверхности раскаленного металла. Образуется так называемое «электронное облако» (пространственный заряд), плотность которого тем больше, чем выше температура. Таким образом, вокруг катода при работе создается пространственный заряд, и если при этом подать на электроды напряжение, то от катода к аноду пойдет электрический ток, при этом будет наблюдаться сложная зависимость тока от приложенного напряжения. Ток в триоде зависит не только от напряжения, приложенного к аноду, но и от знака и величины потенциала электрода C (сетки): $I_a = f(U_a, U_c)$. Эту зависимость можно записать также в дифференциальном виде:

$$dI_a = \partial I_a / \partial U_c dU_c + \partial I_a / \partial U_a dU_a. \quad (1)$$

Таким образом, оставляя напряжение на аноде постоянным, можно в широких пределах изменять анодный ток, регулируя управляющее напряжение за счет изменения потенциала сетки. Из формулы следует, что при определенном отрицательном потенциале на сетке ток через лампу идти не будет (лампа «заперта»).

Характеристики и параметры триода. Характеристики ламп представляют в виде графиков зависимости тока анода от напряжения на сетке (сеточные характеристики) или зависимости анодного тока от напряжения на аноде (анодные характеристики) (рис. 2, 3).

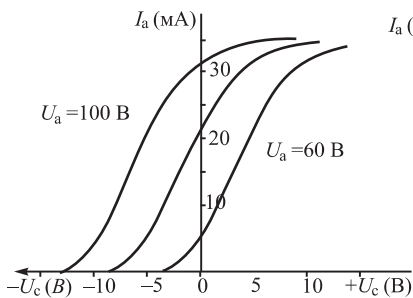


Рис. 2

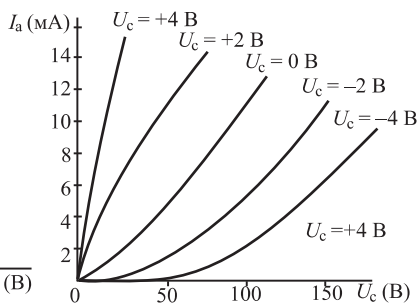


Рис. 3

Пользуясь характеристиками, можно легко вычислить параметры лампы, определяющие ее функциональные возможности: крутизну сеточной характеристики (S), внутреннее сопротивление (R) и коэффициент усиления (m). Крутизна сеточной характеристики лампы

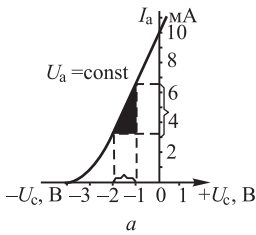
$$S = \frac{\Delta I_a}{\Delta U_a}, \quad (2)$$

при $U_a = \text{const}$ – величина, равная отношению изменения анодного тока к вызвавшему его изменению сеточного напряжения при постоянном напряжении на аноде. Например, используя график $I_a = f(U_c)$ (рис. 4а), можно найти

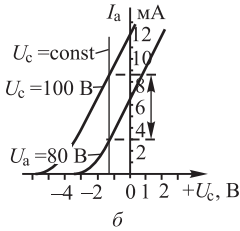
$$\begin{aligned} \Delta U_c &= 2 - 1 = 1 \text{ В}; \\ \Delta I_a &= 6,5 - 3,2 = 3,3 \text{ мА}; \\ S &= -3,3 : 1 = 3,3 \text{ мА/В}. \end{aligned}$$

Внутреннее сопротивление триода

$$R_i = \frac{\Delta I_a}{\Delta U_a}, \quad (3)$$



a



б

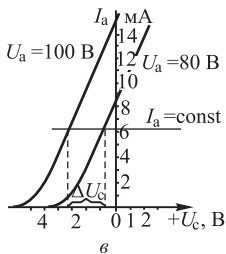


Рис. 4

при $U_c = \text{const}$ — величина, равная отношению изменения анодного напряжения к вызванному им изменению анодного тока при постоянном напряжении на сетке. Например, используя график $I_a = f(U_c)$ при разных значениях U_a (рис. 4б), можно найти

$$\Delta U_a = 100 - 80 = 20 \text{ В};$$

$$\Delta I_a = 8,6 - 3 = 5,6 \text{ mA} = 0,0056 \text{ A};$$

$$R_i = 20 : 0,0056 = 3540 \text{ Ом}.$$

Коэффициент усиления

$$\mu_{ст} = - \frac{\Delta U_a}{\Delta U_c}, \quad (4)$$

при $I_a = \text{const}$ — величина, равная отношению изменения анодного напряжения к соответствующему изменению сеточного напряжения, необходимому для того, чтобы величина тока осталась постоянной. Например, используя график $I_a = f(U_c)$, (рис. 4в) найдем

$$\Delta U_c = 2,4 \text{ В}, \quad \Delta U_a = 20 \text{ В}, \quad \mu_{ст} = 8,3.$$

Связь между параметрами триода:

$$R_i S = \mu. \quad (5)$$

Режимы работы триода. Характеристики и параметры триода зависят от режима работы лампы: статического (рис. 5) и динамического (рис. 6).

Они отличаются наличием (в динамическом режиме) в анодной цепи сопротивления нагрузки R_a . В отсутствие R_a (статический режим) анодное напряжение U_a равно эдс источника \mathcal{E}_a и остается постоянным, несмотря на колебания анодного тока. При наличии анодной нагрузки анодное напряжение

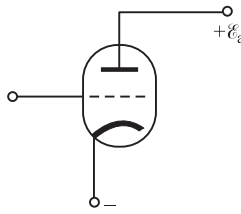


Рис. 5

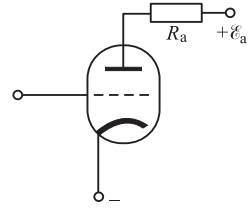


Рис. 6

$$U_a = \mathcal{E}_a - I_a R_a. \quad (6)$$

При этом, если в результате изменения напряжения на сетке U_c изменится анодный ток I_a , то вместе с ним изменится напряжение на R_a ($\Delta U_R = R_a \Delta I_a$), в соответствии с (6) анодное напряжение изменится на величину ($\Delta U_a = R \Delta I_a$). Таким образом, при работе лампы в динамическом режиме три величины U_c , I_a , U_a связаны и меняются одновременно. Отметим, что увеличение U_c вызывает увеличение анодного тока I_a , что увеличивает $I_a R_a$ и, следовательно, уменьшает U_a . Поэтому по сравнению со статическими характеристиками динамические анодно-сеточные характеристики более пологи, причем, чем больше R_a , тем более полого динамическая характеристика (рис. 7, 8).

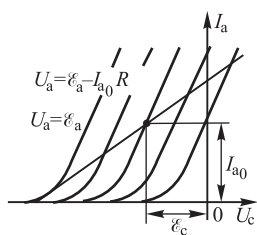


Рис. 7

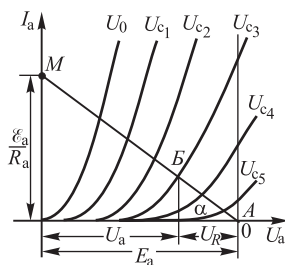


Рис. 8

Каждой точке динамической анодно-сеточной характеристики соответствует свое значение анодного напряжения. Из (6) следует, что

$$I_a = \frac{\mathcal{E}_a}{R_a} - \frac{U_a}{R_a}, \quad (7)$$

полученное соотношение называется нагрузочной прямой (рис. 8).

С помощью динамической анодной характеристики можно определить анодный ток (а значит, и падение напряжения на нагрузке) и анодное напряжение при любом напряжении на сетке. Вследствие того что эта характеристика строится просто и позволяет удобно находить величины U_a и U_R , именно ее чаще всего используют для различных практических расчетов с лампами (рис. 8).

Динамическая крутизна сеточной характеристики лампы

$$S_{\text{дин}} = \frac{\Delta I_a}{U_c} \quad (8)$$

при $R = \text{const}$, $\mathcal{E} = \text{const}$ характеризует зависимость анодного тока от напряжения на сетке в режиме с нагрузкой в анодной цепи. Связь $S_{\text{дин}}$ со статической крутизной $S_{\text{ст}}$:

$$S_{\text{дин}} = \frac{S_{\text{ст}}}{1 + R_a/R_i}. \quad (9)$$

Динамический коэффициент усиления $\mu_{\text{дин}}$ – величина, равная отношению усиленного переменного напряжения $U_R(t)$, регистрируемого на сопротивлении нагрузки, и переменного напряжения, действующего в цепи сетки. Например, если на сетку подать напряжение $U_c(t) = U_{c_0} \sin \omega t$, то на анодной нагрузке появится напряжение $U_a(t) = U_{R_0} \sin \omega t$. В этом случае

$$\mu_{\text{дин}} = \frac{U_{R_0}}{U_{c_0}}. \quad (10)$$

Связь $\mu_{\text{дин}}$ со статическим коэффициентом усиления $\mu_{\text{ст}}$ (4) выражается формулой

$$\mu_{\text{дин}} = \frac{\mu_{\text{ст}}}{1 + R_a/R_i}. \quad (11)$$

Экспериментальная установка: трехэлектродная лампа (триод), укрепленная на монтажной панели; стабилизированный источник постоянных напряжений: ± 300 В, ± 15 В и переменного напряжения 6,3 В; трансформатор; осциллограф С1-70; многошкальные вольтметры на 15 и 300 В; амперметр; высокоомный реостат, используемый в качестве потенциометра P ; ключ «Кл»; переключатель «Перекл»; сопротивление R ; панель с клеммами, на которую подается общий минус схемы.

Для выполнения работы следует собрать схему, изображенную на рис. 9.

Анализ схемы показывает, что она состоит из двух основных частей: анодной цепи, создающей разность потенциалов между анодом и катодом U_a , и цепи, создающей разность потенциалов между сеткой и катодом. На накал лампы подается переменное напряжение 6,3 В. При сборе схемы сначала собирают одну цепь, а затем – другую. При этом источник анодного напряжения (клеммы ± 300 В) подключают только в присутствии преподавателя или лаборанта.

Из рис. 9 ясно, что с помощью потенциометра P можно плавно изменять разность потенциалов между анодом и катодом U_a от 0 до 300 В, перемещая движок потенциометра снизу вверх (см. рис. 9).

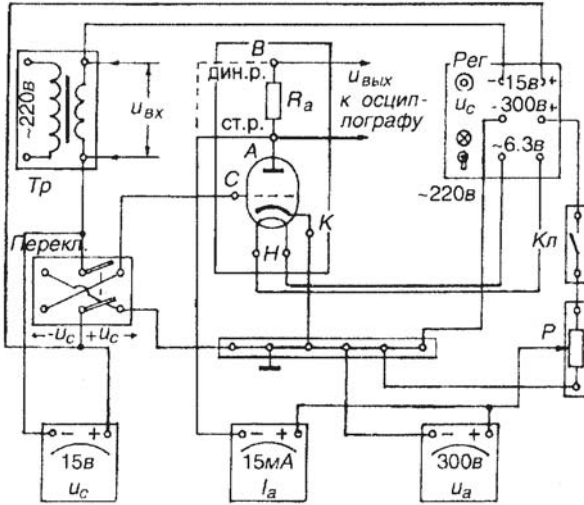


Рис. 9

Потенциометр для изменения разности потенциалов между катодом и сеткой вмонтирован в корпус стабилизированного выпрямителя и имеет на передней панели ручку «Рег. U_c » (0–15 В). Переключатель «Перекл» имеет шесть клемм, укрепленных на подставке из эбонита. Напряжение подводится к средним клеммам переключателя, а снимается – с крайних (правых или левых – безразлично). Принцип работы переключателя ясен из рис. 10, на котором изображен вид сверху и вид снизу.

Отметим, что в цепь сетки постоянно включена вторичная обмотка трансформатора, которая используется для подачи переменного сигнала на сетку при экспериментальном определении динамического коэффициента усиления лампы (см. упражнение 4). Во всех других упражнениях эта вторичная обмотка (2–4 витка) играет роль некоторого дополнительного, малого по величине, активного сопротивления, так как на первичную обмотку трансформатора в этих упражнениях напряжение не подается.

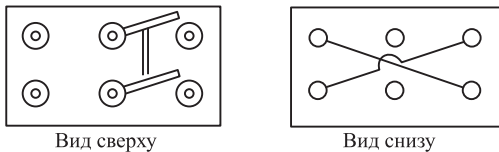


Рис. 10

Упражнение 1

Снятие статических анодных характеристик триода

Для получения зависимости $I_a = f(U_a)$ при $U_c = \text{const}$ следует изменять анодное напряжение и записывать для каждого значения U_a силу анодного тока I_a .

Порядок измерений

1. Передвигают движок потенциометра в то нижнее положение, при котором $U_a = 0$.

2. Ручку сеточного потенциометра «Рег. U_c » поворачивают против часовой стрелки до упора (при этом $U_c = 0$).

3. При разомкнутом ключе «Кл» включают в сеть стабилизированный выпрямитель на 220 В и выжидают 2–3 мин, пока прогреваются лампы прибора.

4. Замыкают ключ «Кл» Постепенно повышают анодное напряжение U_a и наблюдают по миллиамперметру за появлением тока I_a .

5. При некотором (небольшом) токе I_a , текущем через лампу, замыкают переключатель «Перекл» в одно из крайних положений. Немного увеличивая потенциал сетки с помощью ручки «Рег. U_c » (0–15 В), наблюдают за изменением анодного тока I_a . Переключатель оставляют замкнутым в том крайнем положении, при котором увеличение U_c приводит к уменьшению I_a , что соответствует отрицательному напряжению на сетке. Движок потенциометра P возвращают вниз ($U_a = 0$).

6. Снимают анодную характеристику при $U_c = 0$. Для этого ручкой «Рег. U_c » устанавливают $U_c = 0$ (при замкнутом переключателе). Постепенно увеличивая анодное напряжение U_a от 0 до 220 В (или от 0 до 120 В – в зависимости от типа лампы), измеряют соответствующие каждому фиксированному значению U_a значения I_a анодного тока. Измерения от 0 до 100 В проводят через каждые 10 В, а от 100 до 220 В через 20 В. Значения U_a и соответствующие им значения I_a записывают в табл. 1.

Таблица 1

$U_a, \text{В}$	$U_c = 0 \text{ В}$	$U_c = -2 \text{ В}$	$U_c = +1 \text{ В}$
	$I_a, \text{мА}$	$I_a, \text{мА}$	$I_a, \text{мА}$
0			
10			
20			
·			
·			
·			
220 В			

7. Повторяют измерения и снимают еще две анодных характеристики при разных смещениях на сетке: -1 , -2 , -3 , -4 , $+1$ В – по указанию преподавателя.

УКАЗАНИЕ. Не следует подавать положительные смещения, превышающие $+2$ В, на сетки большинства современных ламп, так как при этом резко возрастает ток сетки и лампа может выйти из строя.

Используя полученные данные, на миллиметровой бумаге строят график для семейства анодных характеристик триода, откладывая по оси абсцисс значения U_a , а по оси ординат – I_a (см. рис. 4).

Упражнение 2

Снятие статических сеточных характеристик триода.

Определение статических параметров лампы

Семейство сеточных характеристик триода изображено на рис. 2.

Для снятия сеточной характеристики необходимо при некотором постоянном анодном напряжении изменять разность потенциалов, подаваемую на сетку, измеряя для каждого значения U_c анодный ток I_a . Снятие сеточных характеристик обычно начинают с такого достаточно большого отрицательного потенциала на сетке, при котором лампа заперта ($I_a = 0$). Например, на рис. 2 для $U_a = 60$ В запирающее напряжение на сетке $U_c = -4$ В, а при $U_a = 100$ В запирающее сеточное напряжение равно примерно -13 В. Таким образом, U_c , при котором $I_a = 0$, зависит от разности потенциалов между анодом и катодом.

Порядок измерений

1. Устанавливают определенное анодное напряжение $U_a = \text{const}$ (по указанию преподавателя или лаборанта, поскольку значения $U_a = \text{const}$, при которых снимаются сеточные характеристики, зависят от типа лампы).

2. Переключатель «Перекл» замыкают в том положении, при котором на сетку подается отрицательное напряжение. Постепенно увеличивая ручкой «Рег. U_c » отрицательное напряжение на сетке, находят такое значение U_c , при котором $I_a = 0$. Эти значения U_c и $I_a = 0$ записывают в табл. 2.

3. Начиная со значения U_c , установленного в предыдущем пункте, уменьшают U_c каждый раз на 1 В и записывают соответствующие им значения I_a в табл. 2.

U_c	$U_{a1} = \dots \text{ В}$	$U_{a2} = \dots \text{ В}$
	$I_a, \text{ мА}$	$I_a, \text{ мА}$
-3 В		
-2 В		
-1 В		
0		
+1 В		
+2 В		

4. Записав значение I_a при $U_c = 0$, перекидывают ручку переключателя в противоположное положение (при котором на сетку подается положительное напряжение) и записывают значения I_a при $U_0 = +1 \text{ В}$ и при $U_0 = +2 \text{ В}$.

УКАЗАНИЕ. Поскольку каждое изменение потенциала на сетке изменяет внутреннее сопротивление лампы, то будет изменяться и анодное напряжение U_a . Поэтому, прежде чем записать значение I_a при данном U_c , следует сначала подрегулировать U_a до значения $U_{a1} = \text{const}$, при котором снимается характеристика, и только после этого записать значение I_a .

5. Снимают вторую сеточную характеристику, повторяя все измерения при другом анодном напряжении U_{a2} .

Обработка результатов измерений. По полученным данным строят график на миллиметровой бумаге, откладывая по оси абсцисс $\pm U_c$ (вправо и влево от нуля), а по оси ординат – значения I_c . Обе снятые характеристики строят на одном графике.

По графику (на линейном участке характеристики) определяют статические параметры лампы:

1) крутизну сеточной характеристики $S = \Delta I_a / \Delta U_c$ при $U_a = \text{const}$;

2) статический коэффициент усиления $\mu = -(\Delta U_a / \Delta U_c)$ при $I_a = \text{const}$;

3) внутреннее сопротивление лампы $R_i = \Delta U_a / \Delta I_a$ при $U_c = \text{const}$.

Проверяют связь, существующую между параметрами лампы, найденными на одном и том же участке сеточных характеристик

Упражнение 3

Снятие динамических сеточных характеристик триода.

Определение динамической крутизны триода

Измерения и обработка результатов

1. В анодную цепь лампы между точками A и B (см. рис. 9) включают сопротивление R_a (нагрузку) порядка 10–25 кОм. Для этого провод, идущий к точке A , переключают в точку B схемы.

2. Снимают сеточные характеристики лампы при двух значениях напряжения U_a , показываемого вольтметром, как указано в упражнении 2. Данные измерений записывают в табл. 3, аналогичную табл. 2 из упражнения 2.

3. По данным измерений на одном графике строят обе динамические сеточные характеристики.

4. Определяют на линейной части характеристик (например, при $U_c = -2$ В) динамическую крутизну характеристики $S_{\text{дин}}$ (так же, как было описано выше для статической крутизны).

ЗАМЕЧАНИЕ. Поскольку в анодную цепь включена нагрузка R_a , то вольтметр U_a показывает в этом случае не падение потенциала U_a на лампе, а суммарное падение потенциала U на лампе и на нагрузке:

$$U = U_a + U_R = U_a + I_a R_a.$$

При снятии динамической сеточной характеристики именно величина U поддерживается постоянной, тогда как U_a меняется.

Упражнение 4

Определение динамического коэффициента усиления триода с помощью осциллографа

Динамическим коэффициентом усиления $\mu_{\text{дин}}$ называется величина, показывающая, во сколько раз амплитуда переменной составляющей напряжения на нагрузке $U_{R \text{ max}}$ больше амплитуды переменного напряжения на сетке $U_{C \text{ max}}$:

$$\mu_{\text{дин}} = \frac{U_{R \text{ max}}}{U_{C \text{ max}}} = \frac{U_{\text{вых}}}{U_{\text{вх}}}.$$

Для определения $U_{\text{вх}}$ и $U_{\text{вых}}$ используют осциллограф С1-72. Для подачи переменного сигнала между сеткой и катодом в цепь сетки включена вторичная обмотка трансформатора (см. рис. 9).

Порядок измерений

Прежде чем начать измерения, следует ознакомиться с устройством передней панели осциллографа С1-72 и органами его управления (по специальному описанию).

1. Устанавливают при динамическом режиме работы лампы $U_a = 140$ или $U_a = 160$ В (или 80–100 В по указанию преподавателя).

2. Переключатель замыкают в то крайнее положение, при котором на сетку подается отрицательное смещение, и устанавливают $U_c = -2$ В или -4 В (в зависимости от типа лампы).

3. Включают осциллограф (в сеть 220 В).
4. Включают на 220 В первичную обмотку трансформатора.
5. С помощью специального коаксиального кабеля со штекерами на концах (имеющего разделительный конденсатор) подают на вход осциллографа U переменную составляющую сигнала $U_{\text{вх}}$, подаваемого на сетку лампы (см. рис. 9).
6. Изменяя частоту генератора развертки осциллографа с помощью ручки «Время/деления», добиваются появления на экране осциллографа синусоидального сигнала. Рекомендуемое положение ручки – 5 мс.
7. Добиваются устойчивой, неподвижной картины сигнала на экране с помощью небольшого поворота ручки «стабильность».
8. Изображение фокусируют и устанавливают необходимую для четкой картины яркость с помощью ручек (фокусировка и яркость).
9. Поворотом ручки «V/ДЕЛ» выбирают то максимальное усиление сигнала, при котором этот сигнал полностью укладывается в пределах шкалы осциллографа (рис. 11). Рекомендуемое положение ручки – 0,1 или 0,2.
10. Измеряют амплитуду сигнала $U_{\text{вх}}$ в делениях шкалы и переводят полученное значение в вольты, умножая для этого число делений на показатель положения ручки «V/ДЕЛ».

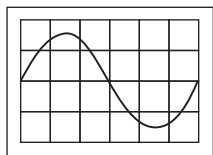


Рис. 11

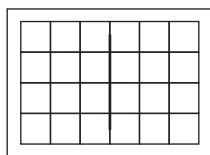


Рис. 12

УКАЗАНИЕ. Для удобства отсчета можно выключить развертку сигнала по горизонтали, для чего следует нажать кнопку «Вход X», и затем, пользуясь ручками вертикального и горизонтального смещения луча, совместить изображение с центром шкалы экрана (рис. 12).

11. На вход U осциллографа подают напряжение с выхода усилителя, т.е. с анодной нагрузки R_a (клеммы A и B , рис. 9).

12. Переключая ручку «V/ДЕЛ», подбирают необходимое усиление сигнала $U_{\text{вых}}$ (обычно положение ручки 1 или 2).

13. Измеряют амплитуду сигнала $U_{\text{вых}}$ в делениях, а затем переводят полученное значение в вольты.

14. Находят значение $\mu_{\text{дин}} = U_{\text{вых}}/U_{\text{вх}}$.

15. Находят значение $\mu_{\text{дин}}$ по формулам

$$\mu_{\text{дин}} = R_A S_{\text{дин}}, \quad \mu_{\text{дин}} = \mu \frac{R_a}{R_a + R_i}.$$

Сравнивают все три значения $\mu_{\text{дин}}$.

В справедливости формулы $\mu_{\text{дин}} = R_A S_{\text{дин}}$ легко убедиться. Действительно, $\Delta U_R = \Delta I_a R_a$, но $S_{\text{дин}} = \Delta I_a / \Delta U_c$, откуда $\Delta I_a = S_{\text{дин}} \Delta U_c$. Следовательно,

$$\Delta U_R = R_a S_{\text{дин}} \Delta U_c,$$

$$\mu_{\text{дин}} = \frac{\Delta U_R}{\Delta U_c} = R_A S_{\text{дин}}.$$

Литература

1. Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 5. Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц. – 4-е изд., перераб. – М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 9. Контактные и термоэлектрические явления.

9.1. Работа выхода.

9.2. Термоэлектронная эмиссия. Электронные лампы.

Задача № 23

ИЗУЧЕНИЕ РАБОТЫ ПОЛУПРОВОДНИКОВОГО ДИОДА

Цель задачи: изучение принципа действия полупроводникового диода и работы выпрямителя.

Основные понятия

1. Контактный слой с односторонней проводимостью. Рассмотрим кратко суть физических явлений, лежащих в основе действия полупроводникового диода. Если в матрицу четырехвалентного германия (Ge^{4+}) добавить в качестве примеси атомы пятивалентного мышьяка (As^{5+}), то образуется сплав в электрическом отношении нейтральный. Однако в месте нахождения атома мышьяка один электрон оказывается лишним, он легко отрывается и становится свободным. Если в Ge^{4+} добавить в качестве примеси атомы трехвалентного индия (In^{3+}), то снова образуется нейтральный сплав, однако в месте нахождения атома индия одна из его электронных оболочек остается не полностью заполненной и может вступать в химическую связь с электроном. Если осуществить посредством сварки или пайки контакт между этими сплавами, то электроны примесной области GeAs , будучи свободными в процессе теплового движения, достигают незаполненных оболочек примесной области GeIn в контактном слое и вступают с ними в связь. Так как при этом электроны покидают первоначально нейтральный GeAs и приходят в первоначально нейтральный GeIn , то в приконтактном слое со стороны GeAs образуется положительный заряд, а со стороны GeIn — отрицательный. Между этими зарядами возникает электрическое поле и, так как оно всегда направлено от положительного заряда к отрицательному, препятствует дальнейшему переходу электронов в GeIn ; наступает динамическое равновесие зарядов.

Электрическое поле образуется в результате разделения зарядов химическими силами, и в месте контакта возникает контактная разность потенциалов, имеющая положительный полюс со стороны GeAs и отрицательный со стороны GeIn (рис. 1).

Толщина заряженного контактного слоя обычно составляет 10^{-4} – 10^{-5} см. Схематично это показано на рис. 1. Если к граничным участкам сплава с данным контактными слоями приложить напряжение, как показано на рис. 2, то электроны из GeAs будут стремиться к положительному полюсу эдс, а электроны отрицательного полюса эдс устремятся к избыточным связям

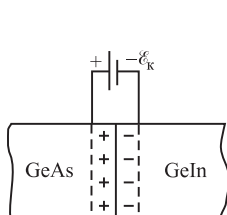


Рис. 1

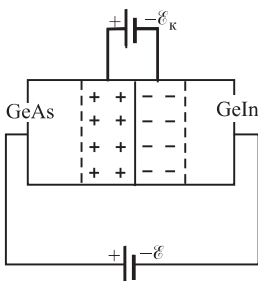


Рис. 2

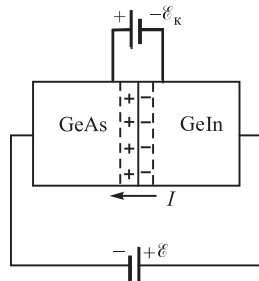


Рис. 3

GeIn. В результате контактная разность потенциалов возрастет и через контакт тока не будет.

Если приложить напряжение, как показано на рис. 3, то электроны с отрицательного полюса эдс пойдут к положительному полюсу контакта, а с отрицательного полюса контакта — на положительный полюс эдс. При этом запирающий слой нейтрализуется, контактная разность ε уменьшается и идет ток I , направление которого показано стрелкой. График зависимости тока I , проходящего через сплав с контактными слоями в зависимости от величины и знака приложенного напряжения будет иметь вид, как на рис. 4.

Вертикальная прямая на рис. 4 обусловлена тем, что при достижении обратным (отрицательным) напряжением некоторой критической величины $-U_{кр}$ происходит резкое уменьшение сопротивления контактного слоя и лавинообразное возрастание тока. Это явление носит название **пробоя**, $U_{кр}$ — напряжение пробоя.

2. Выпрямление переменного тока. Свойства рассмотренного контактного слоя используются в устройствах для выпрямления

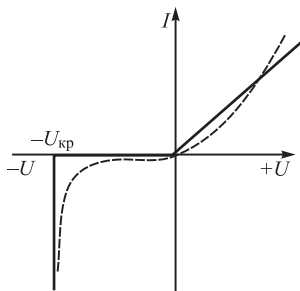


Рис. 4

переменного тока, называемых полупроводниковыми диодами. При этом диод пропускает ток в направлении, указанном стрелкой, и не пропускает в обратном направлении. Если на диод подать синусоидальное напряжение, то через нагрузку пойдет пульсирующий ток. Способ построения графика временной зависимости тока показан на рис. 5.

Подаваемое напряжение развернуто по оси времени вниз. Ток развернут по оси времени вправо. Кривая тока имеет вид положительной полусинусоиды. Однополупериодное выпрямление, рассмотренное выше, на практике применять невыгодно, так как не используется отрицательная полусинусоида. Поэтому применяется двухполупериодное выпрямление, позволяющее использовать оба полупериода переменного напряжения. Схема двухполупериодного выпрямителя показана на рис. 6.

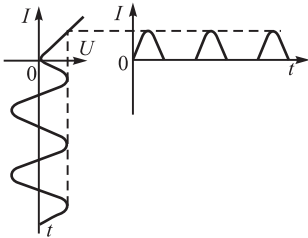


Рис. 5

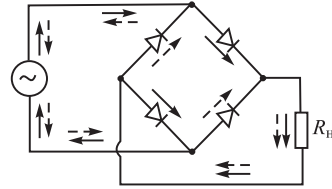


Рис. 6

При положительной полусинусоиде напряжения на входе выпрямителя ток идет по цепи в направлении, указанном сплошными стрелками; при отрицательной — пунктирными стрелками. Необходимо отметить, что направление тока противоположно направлению перемещения электронов. На рис. 7

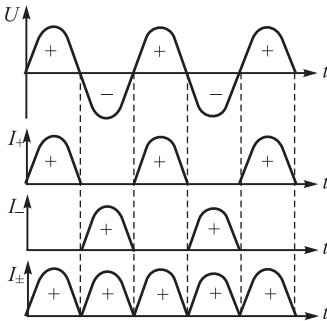


Рис. 7

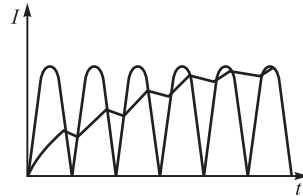


Рис. 8

показан график изменений переменного напряжения, подаваемого на вход, и графики выпрямленного тока при двухполупериодном выпрямлении.

Во многих случаях выпрямленный ток непригоден для практического использования. Чтобы ослабить пульсации тока, между выпрямителем и нагрузкой включаются фильтры.

Простейшим фильтром является конденсатор, включенный параллельно нагрузке с сопротивлением R . Подбором номиналов R и C можно добиться положения, при котором выходное напряжение U_c имеет вид, показанный на рис. 8 (ломаная кривая).

Экспериментальная установка: макетная схема выпрямителя, осциллограф.

Порядок выполнения работы

Упражнение 1

Наблюдение вольт-амперной характеристики диода

1. Включить макет выпрямителя в сеть. Установить переключатель на макете в положение «Однополупериодный выпрямитель». При этом переменное напряжение от встроенного трансформатора подается в точки схемы 1–3 (рис. 9).

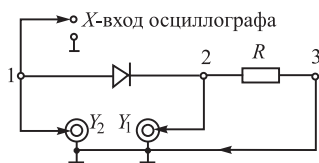


Рис. 9

2. Включить осциллограф, переключить его в режим развертки по «X» от внешнего напряжения (нажать кнопку «X»). При этом луч на экране осциллографа стягивается в точку и ее можно перемещать по экрану осциллографа по вертикали (ручкой вертикального смещения первого канала) и по горизонтали (ручкой вертикального смещения второго канала). Перемещая точку, поместить ее в центре экрана.

3. Подать напряжение с точек 2–3 на Y-вход первого канала осциллографа, как показано на рис. 9, соблюдая порядок подсоединения длинного и короткого концов на кабеле Y_1 .

Отдельным проводом соединить точку 1 с X-входом осциллографа (в правом нижнем углу). При таком включении развертка по горизонтали обеспечивается напряжением между точка-

ми 1–3, а вертикальное смещение — напряжением на резисторе R (точки 2–3). Зарисовать и объяснить наблюдаемую на экране картину.

Упражнение 2

Наблюдение выпрямляющего действия диода

Переключить осциллограф в режим внутренней развертки (кнопка «Синхронизация внутренняя 1», кнопку «X» отжать). Нажать кнопку совместной работы обоих каналов «...». С точки 1 напряжение подать на Y -вход второго канала осциллографа.

При этом луч второго канала будет воспроизводить переменное напряжение $U_{1-3}(t)$ в точках 1–3, а луч первого канала — напряжение на резисторе $U_R(t)$. Зарисовать и объяснить наблюдаемую картину.

Упражнение 3

Работа двухполупериодного выпрямителя

1. Перевести переключатель на макете в положение «Двухполупериодный выпрямитель». При этом переменное напряжение с трансформатора поступает в точки 4–7 (см. рис. 10).

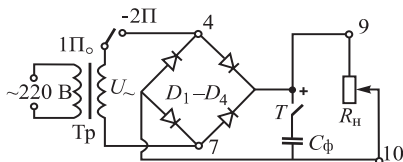


Рис. 10

2. Данная схема и применяемый осциллограф не позволяют одновременно наблюдать два напряжения в точках 4–7 и 9–10, так как при этом шунтируется заземленным проводом одно плечо диодного моста. Поэтому на первый (или второй) канал осциллографа подается напряжение со входа выпрямителя (точки 4–7). Чувствительность осциллографа по этому каналу устанавливается 2–5 В. Наблюдаемая картина зарисовывается. Затем на тот же канал подается напряжение с выхода выпрямителя R_n (точки 9–10) при отключенном конденсаторе C_ϕ . Зарисовать наблюдаемую картину под предыдущим графиком, принимая за начало отсчета времени начало наблюдаемых картин.

3. Включить C_ϕ и наблюдать изменение картины на экране.

Зарисовать наблюдаемую картину под предыдущими двумя графиками. Разобраться, что откладывается по оси ординат, а что – по оси абсцисс. Объяснить наблюдаемые графики и их отличие от графиков, наблюдаемых в упражнении 2.

Литература

1. Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 5. Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц. – 4-е изд., перераб. – М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 8. Электропроводность металлов и полупроводников.

8.6. Электропроводность полупроводников.

Глава 9. Контактные и термоэлектрические явления.

9.3. Контактная разность потенциалов.

9.5. Полупроводниковые диоды и триоды.

Задача № 24

ИЗУЧЕНИЕ РАБОТЫ УСИЛИТЕЛЯ НАПРЯЖЕНИЯ НА ТРАНЗИСТОРЕ

Цель работы: изучение работы транзистора в качестве усилительного каскада по напряжению в схеме с общим эмиттером¹.

Основные понятия и соотношения

По своей сути транзистор является усилителем тока, так как небольшой по величине ток базы I_b управляет значительно большим током коллектора I_k , т.е. транзистор усиливает ток базы и обычно $I_b \approx 0,05 I_k$. Однако транзистор можно использовать и в качестве усилителя напряжения.

Одним из наиболее распространенных усилительных каскадов по напряжению является каскад с общим эмиттером (ОЭ), когда эмиттер является общим электродом для входной и выходной цепей транзистора. Напряжения, приложенные к коллектору ($U_{кэ}$) и к базе ($U_{бэ}$), отсчитываются относительно эмиттера и называются соответственно выходным и входным (рис. 1).

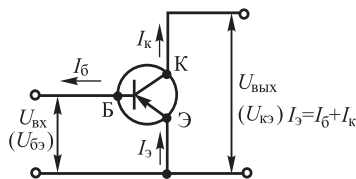


Рис. 1

Для любого усилительного устройства мерой усиления служит коэффициент усиления, который определяется как отношение выходной величины к входной. Тогда коэффициент усиления по напряжению определяется так:

$$K_U = \frac{U_{\text{ВЫХ}}}{U_{\text{ВХ}}},$$

а коэффициент усиления по току:

$$K_I = \frac{I_{\text{ВЫХ}}}{I_{\text{ВХ}}}.$$

¹ Если провести сопоставление между триодом (вакуумной трехэлектродной лампой – см. задачу № 22) и транзистором, то можно выделить следующие функциональные аналоги: катод – эмиттер, управляющая сетка – база, анод – коллектор.

В усилительных каскадах с ОЭ обычно используется режим подачи напряжения на коллектор и базу такой, что $U_{кэ} < U_{бэ} < 0$ (для транзисторов типа $p-n-p$). В этом случае эмиттерный ($p-n$)-переход открыт, а коллекторный ($n-p$)-переход закрыт. Напряжения смещения $U_{бэ}$ и $U_{кэ}$ задаются с помощью потенциометров R_1 и R_2 соответственно (рис. 2).

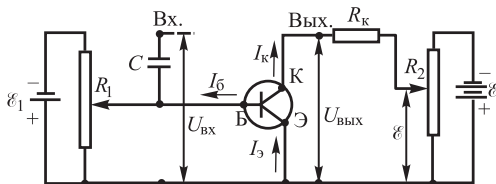


Рис. 2

Для того чтобы постоянная составляющая входного сигнала $U_{вх}$ не влияла на величину $I_б$ напряжение $U_{вх}$ подается на базу транзистора через разделительную емкость C . Переменный сигнал на входе транзистора будет усиливаться по напряжению только при включении в цепь коллектора сопротивления нагрузки R_k (см. рис. 2). Усиленное напряжение $U_{вых}$ является переменным напряжением, снимаемым между коллектором и эмиттером транзистора (см. рис. 2). Напряжение смещения \mathcal{E} на коллекторе определяется по формуле $\mathcal{E} = R_k I_k + U_{вых}$. Если происходит увеличение напряжения $U_{вх}$, то ток коллектора I_k возрастает и, соответственно, так как $U_{вых} = \mathcal{E} - R_k I_k$, величина $U_{вых}$ будет убывать. Напряжение $U_{вх}$ имеет минимальное значение, когда напряжение $U_{вх}$ максимально, т.е. они сдвинуты по фазе на $\Delta\varphi = \pi$.

Обычно режим транзистора выбирается таким образом, что значение $U_{вых}$ колеблется относительно напряжения $U_{кэ} = \mathcal{E}_2/2$ в пределах от 0 В (при максимальном токе коллектора I_k) до \mathcal{E}_2 при $I_k = 0$. Это следует из уравнения прямой ($U_{кэ} = U_{вых}$): $U_{вых} = \mathcal{E} - R_k I_k$, которая называется **линией нагрузки**. Эта прямая определяет все возможные значения тока I_k и напряжения $U_{кэ}$ — при любых изменениях базового тока $I_б$, если заданы величины \mathcal{E} и R_k .

Обычно нагрузочная прямая строится на семействе выходных статических характеристик. **Выходными статическими характеристиками** называют графически представленные зависимости между током и напряжением в выходных цепях транзистора при

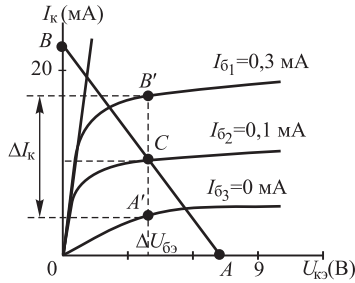


Рис. 3

отсутствии сопротивления нагрузки $R_k = 0$ и при различных значениях тока $I_б$, т.е. зависимости типа $I_k = f(U_{к3})|_{I_б = \text{const}}$ представленные на рис. 3.

Для построения линии нагрузки на этом семействе выходных статических характеристик найдем точки пересечения прямой $U_{к3} = \mathcal{E} - R_k I_k$ с осями абсцисс и ординат:

($I_k = 0$; $U_{к3} = \mathcal{E}$) – точка A ,

($U_{к3} = 0$; $I_k = \mathcal{E}/R_k$) – точка B .

Соединив точки A и B прямой, получим **нагрузочную прямую**.

Усилительный каскад по напряжению должен вносить минимальные искажения усиливаемого сигнала $U_{вх}$. Для этого исходный режим транзистора выбирают таким образом, чтобы изменения I_k были возможны и в сторону увеличения, и в сторону уменьшения на одинаковую величину ΔI_k . Это условие выполняется, если рабочая точка находится посередине линии нагрузки (точка C на рис. 3), т.е. при $U_k = 0,5\mathcal{E}$ и $I_k = 0,5\mathcal{E}/R_k$. Тогда для коэффициента усиления по напряжению в схеме с общим эмиттером имеем

$$K_U = \frac{U_{\text{вых}}}{U_{\text{вх}}} = \frac{\Delta U_{к3}}{\Delta U_{б3}} = \frac{\Delta(\mathcal{E} - I_k R_k)}{\Delta I_б R_{\text{вх}}} = \frac{\Delta I_k R_k}{\Delta I_б R_{\text{вх}}} = \beta \frac{R_k}{R_{\text{вх}}}, \quad (1)$$

где $R_{\text{вх}}$ – входное сопротивление в рабочей точке C ; β – коэффициент усиления по току в схеме с ОЭ в рабочей точке C .

Величина β в точке C (см. рис. 3) находится следующим образом. Через точку C проводится перпендикуляр к оси напряжений $U_{к3}$ (вертикальный пунктир). Из точек пересечения этого перпендикуляра с двумя ближайшими характеристиками над точкой C и под ней (точки B' и A') проводятся прямые (горизонтальные пунктиры), параллельные оси напряжений, которые

определяют на оси I_k величину ΔI_k . Изменение ΔI_6 равно разности значений базового тока для двух ближайших характеристик.

Величина $R_{\text{вх}}$, входящая в выражение (1), определяется соотношением

$$R_{\text{вх}} = \left. \frac{\Delta U_{\text{вх}}}{\Delta I_6} \right|_{U_{\text{кэ}} = \text{const}}$$

и находится по статической входной характеристике $I_6 = f(U_{6\text{э}}) \Big|_{I_{\text{кэ}}}$ (рис. 4).

Пусть точка на характеристике $I_6(U_{6\text{э}})$ при $U_{\text{кэ}} = -5$ В является рабочей. Для нахождения $R_{\text{вх}}$ в этой точке проводим касательную к входной характеристике (пунктирная прямая) до пересечения с осью абсцисс. Величина $R_{\text{вх}}$ определяется котангенсом угла α наклона касательной в точке А к оси напряжений $U_{6\text{э}}$.

Из выражения (1) видно, что коэффициент усиления каскада по напряжению растет с уменьшением входного сопротивления $R_{\text{вх}}$.

Величину K_U можно измерить непосредственно. Для этого используется источник переменного напряжения с амплитудой $U_{0\text{вх}} = 10$ мВ (частота $f = 1$ кГц) и осциллограф. Сигнал с генератора переменного напряжения подается на вход усилительного каскада. С помощью осциллографа измеряется амплитуда напряжения $U_{0\text{вх}}$, а затем $U_{0\text{вых}}$. Тогда $K_U = U_{0\text{вых}}/U_{0\text{вх}}$, и эту величину можно сравнивать с результатом, полученным по формуле (1).

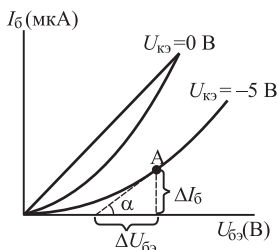


Рис. 4

В данной работе с использованием осциллографа определяется K_U и находятся зависимости $K_U = f(R_k)$ и $K_U = f(R_{\text{вх}})$.

Порядок выполнения работы

1. Собирается усилительный каскад на базе транзистора типа $p-n-p$ (КТ 814) и элементов, входящих в состав модулей МО2, МО1 комплекса ЛКЭ-1.

2. При этом используются также следующие измерительные приборы комплекса:

- генератор напряжения ГСФ-1;
- осциллограф С1-131/1;
- мультиметр М 83013;
- вольтметр В 7-22А.

3. При сборке электрической схемы усилительного каскада используются электрические кабели и провода со штекерами и разъемами.

Упражнение 1

Изучение зависимости коэффициента усиления по напряжению в схеме с ОЭ от сопротивления нагрузки

R_K : $K_U = f(R_K)$

Собирается установка по схеме, представленной на рис. 5а.

Входной ток базы I_6 (мкА) измеряется микроамперметром (мультиметр М83013), включенным между точками 1–3. Величину входного напряжения изменяют с помощью потенциометра R_1 . Величина тока I_6 не должна превышать 1 мА, для чего служит ограничительное сопротивление R_0 .

Напряжение U_K задается с помощью потенциометра R_2 и измеряется вольтметром (В 7–22А), включенным в точках 4–5. Сопротивление R_K в цепи коллектора изменяется ступенчато: $R_{K1} = 100$ Ом; $R_{K2} = 400$ Ом; $R_{K3} = 1,4$ кОм; $R_{K4} = 4,4$ кОм; $R_{K5} = 5,4$ кОм (рис. 5б).

Порядок измерений

1. С помощью потенциометра R_2 установите величину $U_{K3} = -5$ В (вольтметр В 7-22А между точками 4 и 5) и в дальнейшем при изменении U_{63} она поддерживается постоянной. Установите с помощью потенциометра R_1 ток базы $I_6 = 100$ мкА. Включите между точками 4 и 6 сопротивление $R_{K1} = 100$ Ом,

2. Подайте переменное напряжение $U_{0вх}$ с выхода генератора ГСФ-1 амплитудой $U_{0вх} = 10$ мВ и частотой $f = 1$ кГц на вход усилительного каскада (клеммы «Вх» на схеме).

Измерьте амплитуду входного сигнала $U_{0вх}$. Для этого вход осциллографа С₁-131/1 подсоедините к клемме «Вх» и измерьте амплитуду сигнала на экране осциллографа в делениях шкалы n_1 .

3. Измерьте амплитуду выходного сигнала $U_{0вх}$. Для этого вход осциллографа С₁-131/1 подсоедините к клемме «Вых» и измерьте амплитуду сигнала на экране осциллографа в делениях шкалы n_2 .

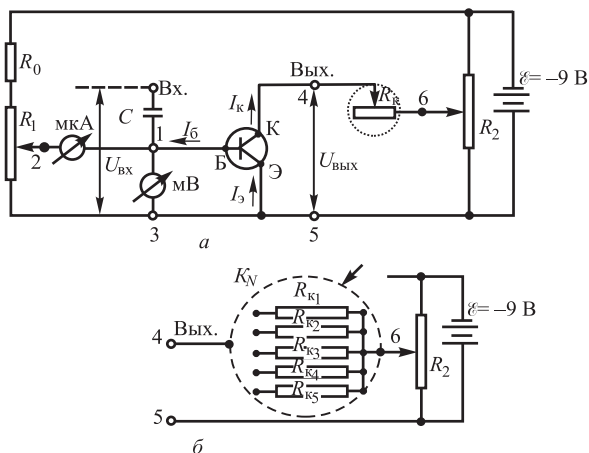


Рис. 5

4. Определите $K_U = \frac{U_{0\text{ВЫХ}}}{U_{0\text{ВХ}}} = \frac{n_1}{n_2}$ для $U_{кэ} = -5$ В тока базы $I_6 = 100$ мкА, $R_{к1} = 100$ Ом.

5. Оставляя величины $U_{кэ} = -5$ В и $I_6 = 100$ мкА постоянными, определите K_U для сопротивлений нагрузки R_K : $R_{K2} = 400$ Ом, $R_{K3} = 1,4$ кОм, $R_{K4} = 4,4$ кОм, $R_{K5} = 5,4$ кОм, последовательно подсоединяя их между точками 4 и 6.

6. Постройте график зависимости $K_U = f(R_K)$.

Упражнение 2

Изучение зависимости коэффициента усиления по напряжению в схеме с ОЭ от величины входного сопротивления $R_{\text{вх}}$: $K_U = f(R_{\text{вх}})$

Порядок измерений

1. Установите в цепи коллектора (точки 4–6 на рис. 5) сопротивление $R_{K1} = 100$ Ом, $U_{кэ} = -5$ В.

2. Снимите зависимость тока базы I_6 от напряжения $U_{бэ}$, задаваемого потенциометром R_1 . Снятие этой входной характеристики осложняется тем, что при изменении $U_{бэ}$ изменяется и $U_{кэ}$. Поэтому с помощью потенциометра R_2 напряжение $U_{кэ}$ поддерживается постоянным. Отсчеты проводите при значениях $U_{бэ}$ от 0 до 300 мВ через 50 мВ.

3. Постройте график зависимости $I_6 = f(U_{бэ})|_{U_{кэ} = -5 \text{ В}}$ для значений $I_6 = 50, 100, 150, 200, 250, 300$ мкА, определите входные сопротивления, пользуясь соотношением

$$R_{\text{вх}} = \left. \frac{\Delta U_{бэ}}{\Delta I_6} \right|_{U_{кэ} = -5 \text{ В}}$$

4. Определите K_U способом, описанным в упражнении 1 при значениях $I_0 = 50, 100, 150, 200, 250, 300$ мкА, $U_K = -5$ В и $R_{K1} = 100$ Ом.

5. Постройте график зависимости $K_U = f(R_{BX})$.

Литература

1. Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 5. Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц. – 4-е изд., перераб. – М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 8. Электропроводность металлов и полупроводников.

8.6. Электропроводность полупроводников.

Глава 9. Контактные и термоэлектрические явления.

9.3. Контактная разность потенциалов.

9.5. Полупроводниковые диоды и триоды.

Задача № 25

ИЗУЧЕНИЕ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Цель работы: исследование переменного тока в цепи, содержащей активное сопротивление, индуктивность и емкость.

Основные понятия и соотношения

1. Квазистационарный ток. Из всего многообразия переменных токов рассмотрим ток I , изменяющийся по закону

$$I = I_0 \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (1)$$

где I_0 – амплитуда (максимальное значение) переменного тока; $(\omega t + \varphi_0)$ – фаза; ω – круговая частота переменного тока; φ_0 – начальная фаза.

Как известно, электрический ток возникает только при наличии электрического поля. Однако скорость распространения электрического поля конечна ($c = 3 \cdot 10^8$ м/с). Поэтому, если в какой-либо точке 1 электрическое поле возбудило в момент времени t ток $I_1 = I_0 \sin \omega t$, то в точке 2, находящейся от точки 1 на расстоянии x_{12} , ток возбудится в момент времени $t' = t - \tau$, где $\tau = x/c$ – время распространения поля от точки 1 до точки 2:

$$I = I_0 \sin \omega(t - \tau) = I_0 \sin(\omega t - \omega x/c) = I_0 \sin(\omega t - 2\pi x/cT),$$

где $T = 2\pi/\omega$ – период. В общем случае величины токов в данный момент времени по длине цепи будут иметь различные значения в различных точках цепи. Если смещения по фазе малы или ими можно пренебречь, то считается, что величина тока во всех точках цепи одинакова. Такие токи называются квазистационарными, и для них выполняется условие

$$\frac{2\pi x}{cT} < 1 \quad \text{или} \quad v = \left(\frac{\omega}{2\pi}\right) > \frac{x}{c}, \quad \text{или} \quad T > \frac{x}{c}. \quad (2)$$

Допущение квазистационарности тока позволяет применять законы Ома и Кирхгофа к мгновенным значениям тока в формулировке, данной для постоянного тока. При этом можно рассматривать всю цепь.

2. Графический способ задания переменных токов. Синусоидальные переменные токи выражаются через соотношение (1). Этот способ задания называется аналитическим. Часто, однако, пользуются графическим методом, который упрощает расчеты сопротивлений в цепях переменного тока. Рассмотрим графический метод изображения переменных токов. В прямоугольной

системе координат изобразим переменный ток в виде отрезка величины I_0 так, чтобы он образовал угол φ_0 с осью X . Отрезок назовем вектором тока. Это начальное положение вектора тока (рис. 1).

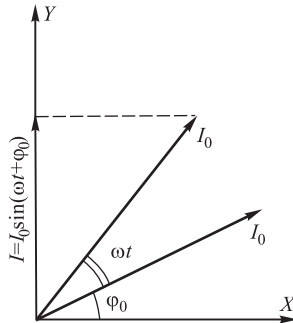


Рис. 1

Будем вращать вектор тока вокруг начала координат с угловой скоростью

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu.$$

Через время t вектор I_0 будет составлять угол ωt с первоначальным положением вектора тока и угол $(\omega t + \varphi_0)$ с осью X . Проекция вектора на ось Y равна

$$I = I_0 \sin(\omega t + \varphi_0),$$

т.е. в любой момент она равна мгновенному значению тока. Таким способом можно изображать одновременно токи и напряжения в цепях переменного тока. Векторный метод изображения величин, характеризующих процессы в цепях переменного тока, применяется тогда, когда имеется несколько величин, изменяющихся со временем гармонически с одной и той же частотой. В этом случае для сложения однородных величин нужно сначала сложить изображающие их векторы, а затем полученный вектор суммы спроектировать на ось Y . Напомним, что для квазистационарных токов используются правила Кирхгофа.

а) Цепь с активным сопротивлением R_0 (рис. 2а) $U_R = \mathcal{E}$ или $IR_0 = \mathcal{E}_0 \sin \omega t$, или

$$I = \frac{\mathcal{E}_0}{R_0} \sin \omega t = I_0 \sin \omega t. \quad (3)$$

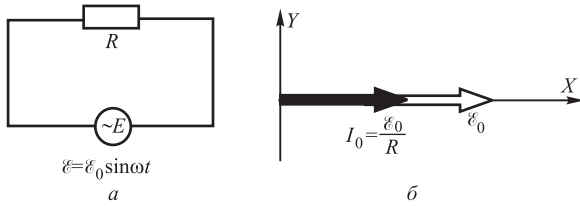


Рис. 2

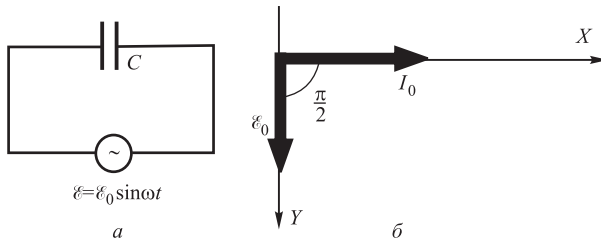


Рис. 3

В графическом представлении I_0 и \mathcal{E}_0 будут иметь вид, как на рис. 2б.

б) Цепь с емкостью C (рис. 3а):

$$U_C = \mathcal{E}$$

или

$$U_C = \mathcal{E}_0 \sin \omega t.$$

$$I = \frac{dQ}{dt} = \mathcal{E}_0 C \omega \cos \omega t = \frac{\mathcal{E}_0}{1/C\omega} \sin(\omega t + \pi/2),$$

где Q — заряд на емкости.

Введем емкостное сопротивление $Z_C = 1/C\omega$. Окончательно имеем

$$I = \frac{\mathcal{E}_0}{Z_C} \sin(\omega t + \pi/2) = I_0 \sin(\omega t + \pi/2). \quad (4)$$

Векторная диаграмма тока и напряжения имеет вид, как на рис. 3б.

в) Цепь с индуктивностью L (рис. 4а):

$$U_L = \mathcal{E} + \mathcal{E}_L,$$

где $U_L = IR$ (R — активное сопротивление катушки индуктивно-

сти); $\mathcal{E}_L = -L \frac{dI}{dt}$ — эдс самоиндукции (где L — индуктивность).

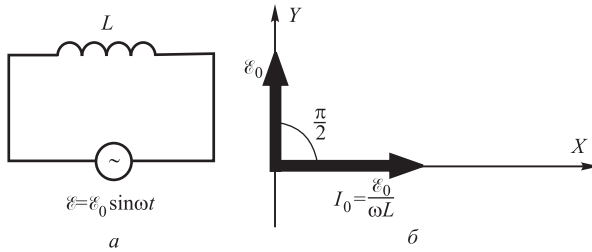


Рис. 4

Пренебрегая R , имеем

$$\varepsilon_0 \sin \omega t = L \frac{dI}{dt}$$

или, интегрируя,

$$I = \frac{\varepsilon_0}{\omega L} \sin(\omega t - \pi/2). \quad (5)$$

Введем индуктивное сопротивление $Z_L = \omega L$. Тогда

$$I = \frac{\varepsilon_0}{Z_L} \sin(\omega t - \pi/2) = I_0 \sin(\omega t - \pi/2).$$

Векторная диаграмма имеет вид, как на рис. 4б.

г) Цепь из последовательно соединенных емкости, индуктивности и активного сопротивления (рис. 5).

По закону Кирхгофа

$$U_R + U_L + U_C = \varepsilon + \varepsilon_L. \quad (6)$$

Будем считать, что активное сопротивление катушки индуктивности мало, т.е. $U_L = 0$. Тогда

$$U_R + U_C - \varepsilon_L = \varepsilon.$$

Построим векторную диаграмму для этого случая, направив по оси X вектор тока I_0 (рис. 6). Амплитудное значение напряжения на сопротивлении представится вектором $I_0 R$, амплитудное

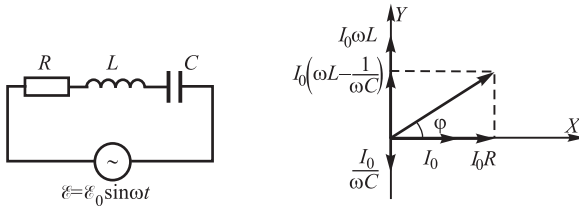


Рис. 5

Рис. 6

значение ЭДС на катушке индуктивности – вектором $L\omega I_0$ и амплитудное значение напряжения на конденсаторе – вектором $I_0/\omega C$. Для амплитудного значения полного напряжения $U_0 = \varepsilon_0$ на концах участка имеем

$$\varepsilon_0^2 = R^2 I_0^2 + I_0^2 (\omega L - 1/\omega C)^2.$$

Отсюда

$$\varepsilon_0 = I_0 \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}$$

или

$$I_0 = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}} \quad (7)$$

и

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L\omega - 1/\omega C}{R}. \quad (8)$$

Итак, если на концах цепи квазистационарного тока, состоящей из последовательно включенных R , L , C имеется напряжение $U = \varepsilon = \varepsilon_0 \sin \omega t$, то в цепи имеет место электрический ток $I = I_0 \sin(\omega t + \varphi)$, где ток I_0 определен выражением (7), а угол φ – выражением (8).

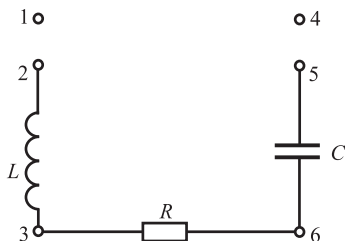


Рис. 7

Экспериментальная установка: вольтамперметр, генератор переменного напряжения, осциллограф, макетная схема с элементами L , R и C (рис. 7).

Упражнение 1

Измерение активных сопротивлений R и R_L

(R_L – сопротивление проводника, которым намотана катушка индуктивности)

Прибор установить в режим измерения « R », режим измерения постоянных величин «=». Предел измерения 20 кОм при

измерении R (точки 3–6) и 200 Ом – при измерении R_L (точки 2–3). Полученные значения записать.

Упражнение 2

Наблюдение и измерение сдвига фаз между током и напряжением в цепях с элементами L и C

Сдвиг фазы между током и напряжением в цепи с индуктивностью

1. Ознакомиться с назначением основных элементов управления на лицевой панели осциллографа (см. краткое описание в конце главы). Включить осциллограф на одновременную работу обоих каналов. Переключатели ступенчатой регулировки чувствительности установить в положение «2» или «5» В/см. Ручками вертикального смещения лучей « \updownarrow » свести оба луча, установив их вдоль средней линии экрана (эта средняя линия является нулевым уровнем сигналов (напряжений), подаваемых на Y -вход осциллографа).

2. Установить частоту переменного напряжения генератора 60,0 Гц (декадными переключателями или плавной регулировкой в зависимости от типа генератора). Переключатель «Множитель» установить в положение « $\times 1$ ». Подать переменное напряжение 5–6 В с генератора в точки схемы 2–6 (рис. 8).

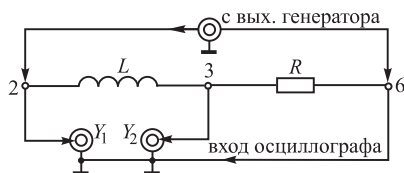


Рис. 8

Это же напряжение с точек 2–6 подать на Y_1 – вход первого канала осциллографа, что соответствует полному напряжению, действующему на участке цепи 2–6 (короткий конец входного кабеля осциллографа подсоединить к точке 2, длинный – к точке 6, см. рис. 8). С точек 3–6 напряжение подать на Y_2 – вход второго канала осциллографа. Это напряжение на активном сопротивлении пропорционально току в данном участке цепи и совпадает с ним по фазе.

3. Пользуясь ступенчатым переключателем длительности развертки по горизонтали, установить развертку осциллографа 5 мс. Плавной регулировкой развертки добиться устойчивой картины синусоидального напряжения на экране осциллографа

длительностью 1–2 периода. При этом картина на экране осциллографа может быть слегка раздвоена, что легко устраняется небольшим смещением одного из лучей по вертикали. Полное совмещение двух синусоид означает отсутствие сдвига фаз между ними, т.е. между полным напряжением и током в цепи.

4. Изменяя частоту (с помощью переключателя «Множитель») в 10, 100 и 1000 раз и, соответственно, уменьшая длительность горизонтальной развертки, можно наблюдать появление сдвига фаз между $U_{2-6} = U_{\Pi}$ и $U_{3-6} = U_R$. Сдвиг по фазе сопровождается уменьшением амплитуды напряжения U_R , так как реактивная составляющая индуктивного сопротивления, равная $2\pi\nu L$, растет с увеличением частоты. Для удобства работы при определении сдвига фазы это уменьшение амплитуды U_R компенсируется увеличением чувствительности Y -входа второго канала (переключатель чувствительности по мере необходимости переводится в положение 1 или 0,5 В/см и т.д.).

5. Сдвиг фазы между U_{Π} и I определяется следующим образом (см. рис. 9а). Пользуясь масштабной шкалой на экране осциллографа, определяем длительность периода одной из синусоид в делениях шкалы n и длительность интервала соответствующего сдвига между синусоидами Δn . Так как период соответствует изменению фазы на 2π , то сдвиг по фазе между U_{Π} и I можно определить по формуле

$$\varphi = \frac{2\pi}{n} \Delta n, \text{ [рад].}$$

Сдвиг по фазе определить на частотах 600, 6000, 60 000 Гц. Построить векторную диаграмму (рис. 9б).

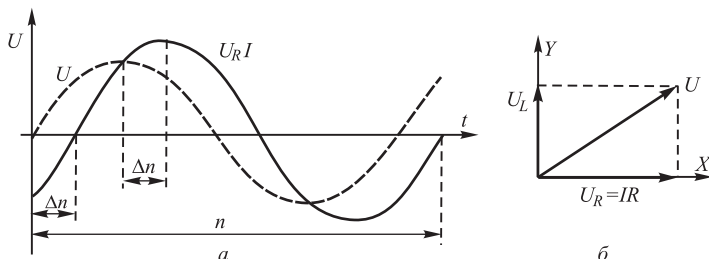


Рис. 9

Сдвиг фазы между напряжением и током в цепи с емкостью

1. Подключить генератор и осциллограф к участку цепи 3–5, как показано на рис. 10.

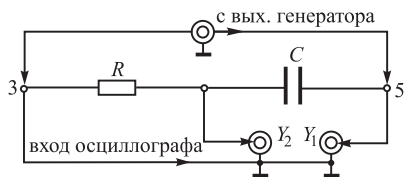


Рис. 10

2. Наблюдение сдвига фаз между током и напряжением осуществляется, как и в случае цепи с индуктивностью. Отличие состоит в том, что последовательность коррекции чувствительности второго канала будет обратной, т.е. ее надо уменьшать с увеличением частоты. Это обусловлено тем, что реактивное сопротивление емкости равно $1/\omega C$ и убывает с увеличением частоты. Наблюдение сдвига фаз производить на частотах 60, 600, 6000 и 60 000 Гц, а измерение φ провести на частотах 60 и 600 Гц и построить векторную диаграмму (рис. 11).

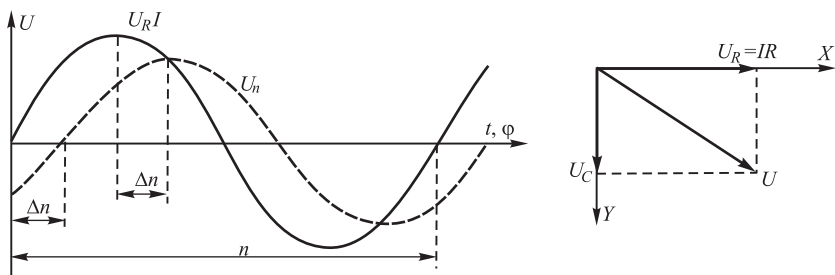


Рис. 11

Упражнение 3

Измерение тока и напряжений в цепи с индуктивностью и емкостью. Определение величин L и C

1. Подать напряжение 5–6 В с генератора в точки 1–5 макетной схемы (см. рис. 7). Установить прибор в режим измерения переменного тока (кнопки «I», «≅»), предел измерения 20 мА, подключить его к точкам 1–2 и измерить величину тока при двух значениях частоты 600 и 6000 Гц. При этом напряжение на выходе генератора должно оставаться неизменным (положение регулятора U не менять). Результаты измерений тока занести в табл. 1.

Таблица 1

ν , Гц	I , мА	U_L , В	U_R , В	U_C , В	U_{Π} , В
600					
6000					

2. Не меняя величину напряжения на выходе генератора, переключить вход генератора к точкам 2–5. Перевести прибор в режим измерения переменного напряжения (кнопки « U », « \approx »), установить предел измерения 20 В. На каждой частоте (600 и 6000 Гц) измерить значения напряжений на индуктивности U_L (в точках 2–3), на активном сопротивлении U_R (в точках 3–6), на емкости U_C (в точках 6–5) и полного напряжения в цепи U_{Π} (точки 2–5). Результаты измерений занести в табл. 1. Проверить, что сумма U_L , U_R и U_C не равна U_{Π} . Объясните почему.

3. Определение параметров цепи R , L , C . Используя результаты измерений напряжений и тока из табл. 1, провести расчет величины активного сопротивления R , индуктивности L и емкости C по формулам:

$$R = \frac{U_R}{I}, \quad L = \frac{1}{2\pi\nu} \sqrt{\left(\frac{U_L}{I}\right)^2 - R^2}, \quad C = \frac{I}{U_C 2\pi\nu}.$$

Результаты расчета записать в табл. 2 и сравнить полученное значение R с измеренным ранее.

Таблица 2

ν , Гц	R , Ом	L , Гн	C , Ф
600			
6000			
	$R_{\text{ср}}$	$L_{\text{ср}}$	$C_{\text{ср}}$

4. Определение полного сопротивления цепи и сдвига фазы между напряжением в цепи U_{Π} и током I . Используя результаты измерений из табл. 1 и 2, найти полное значение сопротивления цепи:

$$R_Z^{\text{экср}} = \frac{U_{\Pi}}{I};$$

расчетное значение сопротивления цепи:

$$R_Z^{\text{теор}} = \sqrt{R^2 + \left(2\pi\nu L - \frac{1}{2\pi\nu C}\right)^2}$$

и сдвиг по фазе между U_{Π} и током I :

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{2\pi\nu L - 1/2\pi\nu C}{R}; \varphi = \operatorname{arctg}\varphi.$$

Результаты работы представить в виде табл. 3.

Таблица 3

ν , Гц	$R_Z^{\text{эксп}}$, Ом	$R_Z^{\text{теор}}$, Ом	φ , рад
600			
6000			

Литература

1. Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 2. Электричество и магнетизм. — 4-е изд., перераб. — М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 13. Электрические колебания.

13.1. Квазистационарные токи.

13.3. Свободные затухающие колебания.

13.4. Вынужденные электрические колебания.

13.5. Переменный ток.

Задача № 26

ИЗУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ

Цель задачи: исследование явления электромагнитной индукции, закона Фарадея, правила Ленца, основных свойств вихревого электрического поля.

Основные понятия и соотношения

Явление электромагнитной индукции (ЭМИ), открытое М. Фарадеем в 1831 г., иллюстрируется следующим опытом. Если к проводящему витку быстро поднести постоянный магнит, то в нем возбуждается электрический ток, регистрируемый гальванометром (рис. 1а). Когда магнит быстро удаляют от витка, возникающий ток имеет противоположное направление (рис. 1б).

Индукционные токи соответствующих направлений возникают и в том случае, если магнит неподвижен, а виток приближается или удаляется от него.

Количественные исследования, проведенные Фарадеем, позволили установить, что величина электродвижущей силы

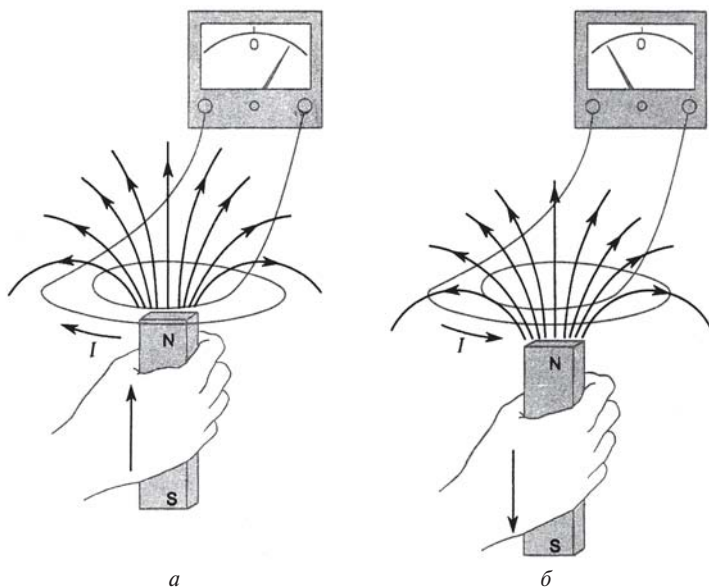


Рис. 1

(ЭДС), индукции зависит от скорости изменения магнитного потока Φ :

$$\Phi = \int_S B_n dS, \quad (1)$$

где B_n — проекция вектора магнитной индукции на нормаль к элементу поверхности dS , а интеграл берется по любой поверхности S , ограниченной проводящим витком.

Единицей магнитного потока является вебер (Вб): $1 \text{ Вб} = 1 \text{ Тл} \cdot \text{м}^2$. Так как индукция магнитного поля \mathbf{B} равна магнитному потоку через единицу площади: $\mathbf{B} = \Phi/S$, ее иногда называют плотностью магнитного потока.

Используя понятие магнитного потока, результат опытов Фарадея можно записать математически, а именно: ЭДС индукции в контуре равна скорости изменения магнитного потока, проходящего через сечение контура:

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt}. \quad (2)$$

Величина ЭДС индукции получается в вольтах, если скорость изменения магнитного потока $d\Phi/dt$ выражена в веберах в секунду (Вб/с). Это утверждение называется **законом электромагнитной индукции** Фарадея и представляет собой один из фундаментальных законов электромагнетизма. Если контур состоит из N одинаковых витков, то индуцированные в каждом витке ЭДС складываются и формула (2) принимает вид

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi}{dt}. \quad (3)$$

Знак « $-$ » в (2) и (3) указывает направление, в котором действует ЭДС индукции, т.е. ее полярность. Согласно экспериментальным данным ЭДС индукции возбуждает в контуре ток, индукция магнитного поля которого всегда противодействует первоначальному изменению магнитного потока. Это положение известно как **правило Ленца**.

Важно отметить, что ЭДС индукции возникает всегда, когда происходит изменение магнитного потока. Поскольку магнитный поток равен $\Phi = \int_S B_n dS = \int_S \mathbf{B} \cos \alpha dS$, то закон Фарадея можно записать в виде

$$\mathcal{E} = - \frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} \cos \alpha dS, \quad (4)$$

где α – угол между вектором \mathbf{B} и нормалью к элементу dS поверхности S , через которую считается поток.

Отсюда следует, что эдс индукции может быть индуцирована следующими способами:

1. Изменением индукции магнитного поля: $d\mathbf{B}/dt \neq 0$.
2. Изменением ориентации контура по отношению к вектору \mathbf{B} : $d\alpha/dt \neq 0$.
3. Изменением площади сечения контура: $dS/dt \neq 0$.

Первый способ получения эдс индукции подробно рассмотрен выше на примере опыта, изображенного на рис. 1. Второй способ, т.е. изменение ориентации контура по отношению к \mathbf{B} , положен в основу такого практического устройства, как генератор переменного тока (напряжения). Если проводящую рамку поместить в постоянное магнитное поле с индукцией \mathbf{B} и вращать вокруг оси, лежащей в плоскости рамки, с постоянной угловой скоростью ω (рис. 2), то поток магнитной индукции через сечение рамки S будет изменяться за половину периода от значения $\Phi = BS$ до значения $\Phi = -BS$ по закону $\Phi = BS \cos \omega t$.

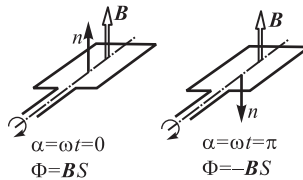


Рис. 2

При этом эдс индукции, наводимая в рамке, будет изменяться по закону

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt} = \omega BS \sin \omega t. \quad (5)$$

Изменение площади контура непосредственно связано с движением элементов проводника в магнитном поле, что также сопровождается возникновением эдс индукции. Анализ этого случая позволяет более полно понять природу наводимой эдс. Пусть однородное магнитное поле с индукцией \mathbf{B} перпендикулярно площади, ограниченной П-образным проводником и лежащим на нем подвижным стержнем (рис. 3). Поле \mathbf{B} перпендикулярно рамке и направлено от нас.

Когда стержень скользит по проводнику со скоростью v , он проходит за время dt расстояние $dx = v dt$. Площадь контура

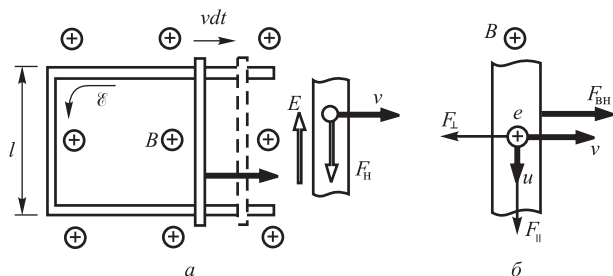


Рис. 3

при этом увеличивается на величину $dS = lvdt$. Согласно закону Фарадея (2) в контуре наводится эдс индукции

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{BdS}{dt} = -Blv. \quad (6)$$

Это соотношение справедливо при условии, что \mathbf{B} , l и \mathbf{v} взаимно перпендикулярны. Если они не перпендикулярны, то учитываются лишь их взаимно перпендикулярные компоненты.

То же самое соотношение можно получить помимо закона Фарадея. Известно, что на движущийся в магнитном поле заряд действует сила Лоренца $\mathbf{F}_л = q[\mathbf{v}\mathbf{B}]$. При движении проводящего стержня вместе с ним движутся находящиеся в нем носители заряда – электроны. В результате на каждый электрон начинает действовать сила Лоренца $F_{\parallel} = evB$. Индекс « \parallel » указывает, что сила направлена вдоль проводника (рис. 3а).

Действие этой силы эквивалентно действию электрической силы, обусловленной полем напряженностью $E = vB$. Под действием этой силы электроны перемещаются вдоль проводника со скоростью \mathbf{u} (рис. 3б). Вследствие этого появляется перпендикулярная составляющая силы Лоренца $F_{\perp} = euB$. Таким образом, результирующая сила Лоренца, действующая на электрон, равна $\mathbf{F}_л = \mathbf{F}_{\parallel} + \mathbf{F}_{\perp}$. Работа этой силы за время dt равна $dA = F_{\parallel}udt - F_{\perp}vdt$. С учетом направления векторов F_{\parallel} , F_{\perp} , \mathbf{v} и \mathbf{u} полная работа силы Лоренца оказывается равной нулю.

Так как сила F_{\perp} направлена противоположно скорости \mathbf{v} подвижного проводника, то для его перемещения к нему необходимо приложить внешнюю силу $\mathbf{F}_{вн}$, равную сумме всех перпендикулярных составляющих F_{\perp} , действующих на электроны в проводнике. За счет работы этой силы в контуре будет возникать эдс индукции.

Из рассмотренных выше примеров следует важный вывод: изменение магнитного потока ведет к возникновению электрического поля. Это относится не только к проводникам, в соответствии с гипотезой Максвелла электрическое поле возникает в любой области пространства, где происходит изменение магнитного потока. Это поле неэлектростатической природы, т.е. для его возникновения не требуется наличия свободных зарядов; часто это поле называется вихревым полем. Силовые линии вихревого электрического поля являются замкнутыми (непрерывными) линиями (рис. 4).

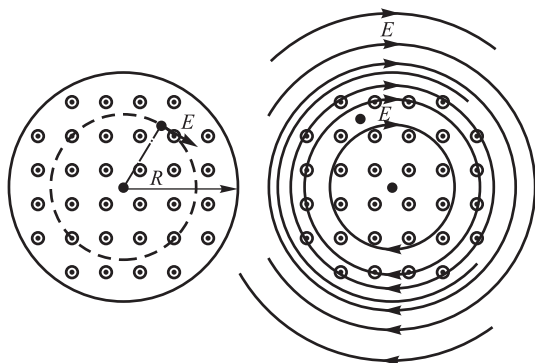


Рис. 4.

Вектор напряженности вихревого электрического поля \mathbf{E} направлен по касательной к силовым линиям, а их плотность пропорциональна величине \mathbf{E} .

Основным отличием вихревого электрического поля от электростатического (потенциального) заключается в том, что работа по перемещению заряда по замкнутому контуру в вихревом поле отлична от нуля. Действительно, наводимая в контуре эдс индукции равна работе по перемещению единичного положительного заряда по контуру, т.е. равна циркуляции вектора \mathbf{E} по замкнутому контуру l :

$$\mathcal{E} = \oint_l \mathbf{E}_t dl = - \frac{d\Phi}{dt}. \quad (7)$$

Описание установки

Практическая часть работы выполняется на многофункциональном лабораторном комплексе ЛКЭ-1. В настоящей работе используются следующие элементы комплекса (рис. 5):

(1) — два соосно закрепленных соленоида L_1 и L_2 с небольшим зазором между ними. Включенные последовательно они позволяют моделировать бесконечно протяженный соленоид ($d \ll l$). Параметры обоих соленоидов идентичны: длина $l = 120$ мм, число витков $N = 422$, средний диаметр обмотки $\langle d \rangle = 52$ мм;

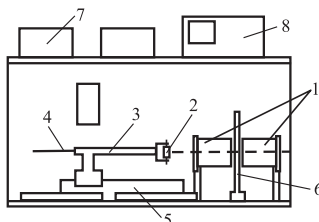


Рис. 5.

(2) — датчик электромагнитной индукции (эми) D_1 с фиксированными параметрами представляет собой катушку, закрепленную на вертикальной оси таким образом, что ось катушки может поворачиваться в горизонтальной плоскости на угол $\pm 90^\circ$. Угол поворота фиксируется по лимбу. Датчик укреплен на подставке (3), которая может перемещаться по рейтеру (5) со шкалой. Рейтер ориентирован вдоль оси соленоидов, что позволяет устанавливать катушку датчика в любой точке на оси соленоидов. Параметры катушки датчика D_1 : длина $l = 10$ мм, число витков $N = 250$, диаметр обмотки $d = 18$ мм;

(4) — точный резистор $R = 1,0$ Ом с отклонением по номиналу $\pm 1\%$, смонтированный на отдельной панельке с клеммами. Два коаксиальных кабеля с разветвленными проводниками, соединительные провода с простыми и комбинированными штекерами. Комбинированный штекер (штекер с гнездом) используется в точ-

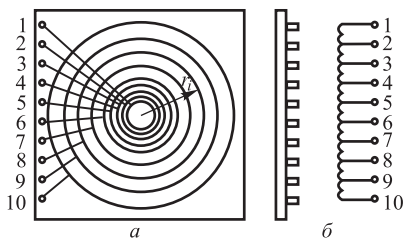


Рис. 6

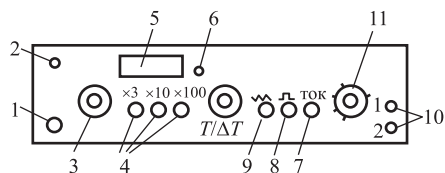


Рис. 7

ках, где на схеме имеются узлы (узел — точка, в которой сходятся три или более проводников);

(6) — плоский кольцевой датчик D_2 электромагнитной индукции, состоящий из девяти концентрических контуров (рис. 6а). Число витков в каждом контуре $N=50$, радиусы контуров $r_i = 10, 15, 20, 25, 30, 40, 50, 60, 70$ мм соответственно. Схема контуров и подключения их выводов показана на рис. 6б. Выводы i -го контура подключены к клеммам с номерами i и $i+1$;

(7) — генератор сигналов функциональный ГСФ-1 (рис. 7): 1 — включение прибора, 2 — индикатор включения, 3 — плавная установка частоты, 4 — декадные переключатели частоты, 5 — световое табло индикации установленного значения частоты (с учетом выбранной кратности), 6 — сброс показаний табло, 7 — установление режима работы генератора как источника переменного тока синусоидальной формы, 8 — установка выходного напряжения (тока) прямоугольной формы, 9 — установка выходного напряжения (тока) пилообразной формы, 10 — клеммы (гнезда) выходного напряжения, 11 — плавная регулировка напряжения (тока) на выходе;

(8) — осциллограф двухканальный С1-131/1 (рис. 8): а) 1 — включение прибора (индикатор в кнопке), 2 — вход первого канала (Y_1), 3 — вход второго канала (Y_2), 4 — установка диапазо-

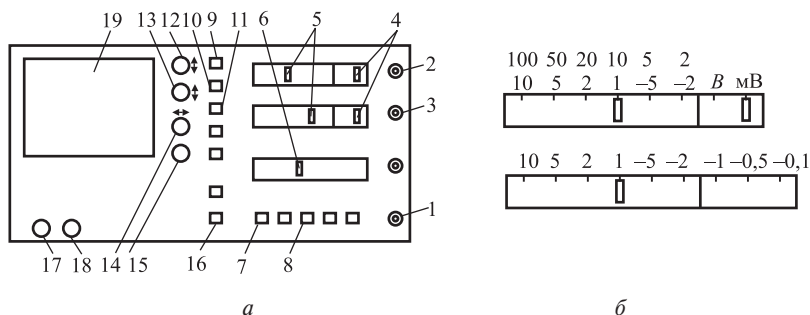


Рис. 8

на измеряемых напряжениях (В, мВ) по Y_1 и Y_2 соответственно, 5 – установка чувствительности по Y_1 и Y_2 соответственно (см. рис. 9), 6 – установка длительности развертки по X , 7 – установка диапазона развертки по X в мкс или мс (mS/ μ S), 8 – синхронизация (запуск развертки по X) внешняя или внутренняя (EXT/INT), 9 – инверсия (смена полярности) напряжения на первом канале, 10, 11 – включение яркости первого (Y_1) и второго (Y_2) луча соответственно, 12, 13 – смещение первого (Y_1) и второго (Y_2) луча по вертикали соответственно, 14 – смещение развертки обоих каналов (картинки) по горизонтали, 15 – регулировка уровня синхронизации (по Y_1 или Y_2), 16 – включение режима XY (развертка по X осуществляется напряжением первого канала), 17 – фокусировка лучей, 18 – регулировка яркости лучей, 19 – экран. Назначение остальных органов управления, не используемых в данной задаче, не указывается; б) 1 – переключение диапазонов В, мВ (справа) и чувствительности (цены деления шкалы экрана) по Y_1 (Y_2) (слева), 2 – установка времени развертки по X (диапазон разверток в мс, мкс задается кнопкой 7, рис. 8а).

Порядок выполнения работы

Вынуть из зазора между соленоидами плоский датчик D_2 . Установить датчик D_1 на рейтер, расположенный вдоль оси соленоидов (см. рис. 6). Повернуть катушку датчика D_1 так, чтобы ее ось совпала с осью соленоидов (0° на лимбе). Перемещая подставку датчика D_1 по рейтеру, вдвинуть датчик в соленоиды так, чтобы он оказался между ними. При этом риска на подставке датчика должна оказаться на делении 456 мм по шкале рейтера. Коаксиальный кабель с датчика D_1 (синий) подключить к разъему входа второго канала осциллографа Y_2 .

Собрать схему, как показано на рис. 9.

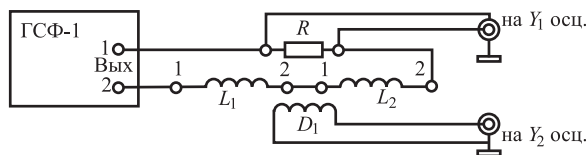


Рис. 9

При этом, для того чтобы магнитное поле в обоих соленоидах было направлено в одну и ту же сторону, необходимо нижнюю (вторую) клемму левого соленоида соединить с верхней (первой)

клеммой правого соленоида. При несоблюдении этого условия магнитное поле в области зазора будет равно нулю.

В узлах схемы использовать комбинированные штекеры (с гнездами), что позволяет в этих точках подсоединять более одного проводника. Напряжение с резистора R посредством коаксиального кабеля (белого) подать на разъем входа первого канала осциллографа Y_1 .

Перед включением приборов следует внимательно ознакомиться с назначением их органов управления (см. рис. 7, 8) и перевести их в исходное состояние, т.е. установить режим работы приборов, необходимый для проведения эксперимента. По ходу выполнения эксперимента режим работы приборов может корректироваться.

Задание режима работы генератора производится в следующем порядке. Плавные регулировки частоты и выходного напряжения повернуть в крайнее левое положение (против часовой стрелки). Кнопки с символами « $\times 100$ » и «ток» должны быть в нажатом положении, остальные кнопки остаются в свободном (отжатом) состоянии.

В этом режиме генератор работает как источник стабильного по амплитуде (или по эффективному значению) тока, поддерживая его неизменным при изменении частоты или сопротивления нагрузки. Напомним, что сопротивление соленоида переменному току прямо пропорционально частоте ω переменного напряжения и индуктивности L соленоида и равно $L\omega$.

Аналогичным образом устанавливается режим работы осциллографа. Кнопки с символами « Y_1 », « Y_2 », « \cong », « $\frac{mS}{\mu S}$ », « $\frac{EXT}{INT}$ » перевести в нажатое состояние, остальные кнопки перевести в отжатое (свободное) состояние. Установить диапазон измерений по обоим каналам mV , масштаб (цена деления по Y) на первом канале 100 мВ/дел., на втором канале – 10 мВ/дел. (см. рис. 8б). Установить длительность развертки по оси X (частота генератора развертки), равную 2 мс/дел. (рис. 8б).

Подсоединить приборы к источнику питания, т.е. вставить вилку кабеля питания в розетку с напряжением 220 В. После этого можно включить приборы и дать им прогреться в течение 2–3 мин. После появления на экране осциллографа лучей регулировкой вертикального смещения лучей установить луч первого канала (Y_1) на два деления выше центральной линии, второго канала (Y_2) на два деления ниже (рис. 10). В случае необходимости скор-

ректировать яркость и фокусировку лучей соответствующими регулировками.

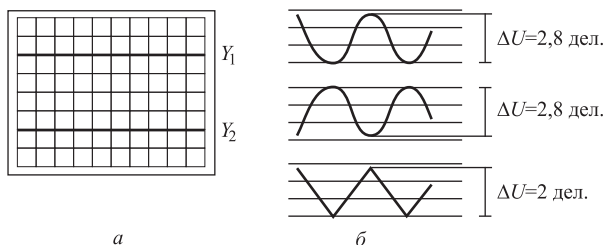


Рис. 10

Плавной регулировкой частоты генератора установить частоту, равную 100 Гц. При этом необязательно добиваться установки значения частоты точно 100 Гц, вполне достаточно, если значение частоты на табло будет лежать в пределах 90—110 Гц. Однако при проведении измерений обязательно регистрировать и записывать те значения частоты, которые отображаются на табло.

Плавной регулировкой выходного напряжения генератора устанавливается такое напряжение на выходе (ток в цепи нагрузки), при котором удвоенное значение амплитуды напряжения на первом канале не превышает трех делений. Это соответствует примерно одному делению на лимбе плавной регулировки выходного напряжения генератора.

Все измерения напряжений в настоящей работе осуществляются с помощью осциллографа следующим образом. Определяется расстояние по оси Y между минимальным и максимальным значениями напряжений ΔU в делениях шкалы экрана осциллографа. Чтобы получить истинное значение измеряемого напряжения в вольтах (милливольтгах), надо измеренное значение ΔU в делениях шкалы умножить на цену деления (чувствительность), установленную на данном канале. Для повышения достоверности результатов измерений можно использовать методику, суть которой поясняет рис. 10б.

Используя регулировку вертикального смещения луча, устанавливают два соседних минимума (или два соседних максимума) на ближайшую горизонтальную линию. Регулировкой горизонтального смещения лучей (вправо—влево) совмещают максимум между соседними минимумами (минимум между соседними максимумами) с центральной вертикальной линией экрана. Этот прием существенно упрощает считывание показаний. Более того, таким образом можно переместить участок кривой, на котором производят

ся измерения, в центр экрана, что позволит перейти на более высокую чувствительность (уменьшить цену деления шкалы). Однако при таком увеличении участка кривой ΔU не должно превышать 6–7 делений.

При проведении измерений следует обратить внимание на два обстоятельства. Во-первых, измеренное таким образом значение ΔU равно удвоенному амплитудному значению переменного напряжения. Во-вторых, шкала экрана осциллографа позволяет измерять напряжение с точностью до 0,1 деления (половина наименьшего деления шкалы), т.е. погрешность таких измерений довольно велика.

Упражнение 1

Наблюдение явления электромагнитной индукции

1.1. Наблюдение ЭМИ при гармоническом изменении тока в соленоиде

После выполнения описанных выше операций по установке режима работы генератора на его выходе генерируется переменное напряжение. При этом в цепи нагрузки (последовательно включенных резистора R и соленоида L) возникает переменный ток, изменяющийся по гармоническому закону $I = I_0 \cos \omega t$.

Как известно, магнитное поле в соленоиде прямо пропорционально току: $B \sim I$. С другой стороны, падение напряжения на резисторе R также пропорционально току: $U_R = IR$. Следовательно, зависимость от времени напряжения ΔU , наблюдаемая на первом канале осциллографа, с точностью до постоянного множителя повторяет зависимость от времени магнитной индукции соленоида $B(t) = B_0 \cos \omega t$.

В соответствии с формулами (2) и (3) в катушке датчика ЭМИ D_1 возникает эдс индукции

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -N_1 S_1 \frac{dB}{dt} = BN_1 S_1 \omega \sin \omega t. \quad (8)$$

Зарисовать и объяснить наблюдаемые зависимости $U_R(t)$ и $U_L(t)$.

Перевести осциллограф в режим работы XY (нажать кнопку с символом « XY »). В этом режиме работы осциллографа развертка по оси X обеспечивается не внутренним генератором развертки, а напряжением, поступающим на первый канал Y_1 . При этом на экране появятся фигуры Лиссажу вследствие сложения перпендикулярно направленных колебаний. Зарисовать наблюдаемые картины.

Анализируя полученные ранее зависимости $U_R(t)$, $U_L(t)$, сложение которых и приводит к наблюдаемым фигурам Лиссажу, определить сдвиг фаз между $U_R(t)$ и $U_L(t)$.

Вернуться к исходному режиму работы осциллографа (отжать кнопку «XY») и произвести следующие измерения:

$$\Delta U_R = n_1 \text{ дел.} \times 100 \text{ мВ} = \dots$$

$$\Delta U_L = n_2 \text{ дел.} \times 100 \text{ мВ} = \dots$$

$$\nu = \dots \text{ Гц}$$

1.2. Наблюдение ЭМИ при импульсном изменении тока соленоида (импульс прямоугольной формы)

Перевести генератор в режим генерирования импульсов тока прямоугольной формы. Для этого надо нажать (утопить) кнопку с символом « \square ». При этом ток в соленоиде за очень короткое время Δt (скачком) будет менять направление (знак) от $-I$ до $+I$ и в течение полупериода импульса будет оставаться постоянным. Точно так же будет меняться индукция магнитного поля в соленоиде и в соответствии с законом Фарадея эдс индукции в датчике.

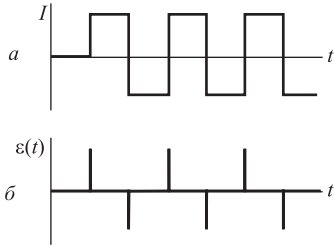


Рис. 11

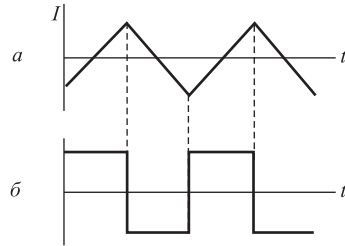


Рис. 12

Зарисовать и объяснить наблюдаемые зависимости $U_R(t)$ и $U_L(t)$.

1.3. Наблюдение ЭМИ при пилообразном изменении тока в соленоиде

Для перевода генератора в этот режим работы надо отжать кнопку с символом « \square » и нажать кнопку с символом « \wedge ». При этом ток в соленоиде будет в течение полупериода изменяться от $-I_{\max}$ до $+I_{\max}$ с постоянной скоростью. По такому же закону будет изменяться индукция магнитного поля в соленоиде. Следовательно, в соответствии с законом Фарадея в течение этого интервала времени эдс индукции должна оставаться постоянной.

Зарисовать и объяснить наблюдаемые зависимости $U_R(t)$ и $U_L(t)$.

Измерения:

$$\Delta U_R = n_1 \text{ дел.} \times 100 \text{ мВ} = \dots$$

$$\Delta U_L = n_2 \text{ дел.} \times 100 \text{ мВ} = \dots$$

$$\nu = \dots \text{ Гц}$$

1.4. Расчет индукции магнитного поля соленоида

При вычислении величины амплитудного значения индукции магнитного поля соленоида используются следующие величины и параметры:

S_1 – площадь витка катушки датчика ЭМИ D_1 , $S_1 = \pi d_1^2/4$, [м²];

d_1 – диаметр катушки датчика, $d_1 = 18 \text{ мм} = 0,018 \text{ м}$;

N_1 – число витков катушки датчика, $N_1 = 250$;

\mathcal{E}_m – амплитудное значение эдс индукции, $\mathcal{E}_m = \Delta U_L/2$, [В];

I_m – амплитудное значение тока в соленоиде, $I_m = \Delta U_R/R$, [А],
 $R = 1,0$, [Ом];

n – частота переменного тока в соленоиде, [Гц];

ω – круговая (угловая) частота, $\omega = 2\pi n$, [рад];

T – период переменного тока, $T = 1/\nu$, [с].

В системе СИ величина индукции магнитного поля измеряется в теслах: 1 Тесла = 10⁴ Гаусс. Гаусс – единица измерения магнитной индукции в электромагнитной (гауссовой) системе единиц.

По результатам измерений в пункте 1.1 амплитудное значение магнитной индукции рассчитывается по формуле

$$B_m = \frac{\mathcal{E}_m}{\omega N_1 S_1}, \quad (9)$$

которая получается из соотношений (3)–(5).

1) $B_m = \dots$, [Тл].

По результатам измерений в пункте 1.3 амплитуда магнитной индукции равна:

$$B_m = \frac{\mathcal{E}_m T}{4 N_1 S_1}. \quad (10)$$

Эта формула получается из тех же соотношений (3)–(5), (9), если учесть, что за половину периода магнитная индукция в соленоиде меняется от $-B_m$ до $+B_m$ по линейному закону, т.е. с постоянной скоростью, равной $2B_m/0,5T = 4B_m/T$.

2) $B_m = \dots$, [Тл].

Расчет индукции магнитного поля по формуле для бесконечно длинного соленоида

$$B_m = \mu_0 n I_m, \quad (11)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ – магнитная постоянная, [Тл/м]; n – число витков на единицу длины соленоида: $n = N/l$, где $N = 422$ – число витков в каждом соленоиде, $l = 120$ мм = 0,12 м – длина каждого соленоида.

3) $B_m = \dots$, [Тл].

Сравнение трех полученных значений магнитной индукции B_m в соленоиде показывает, что два первых значения отличаются друг от друга в пределах погрешности эксперимента, которая может составлять $\sim 15\%$. (Предлагается самостоятельно оценить реальную погрешность результата определения B_m). Третье значение B_m более существенно отличается от первых двух: оно несколько завышено, что вполне объяснимо. Дело в том, что это значение получено по формуле (11) для идеального бесконечно длинного соленоида, для которого $l \gg d$. Реальный соленоид имеет отношение $l/d \approx 5$, кроме того, между двумя его половинами имеется зазор, что значительно снижает величину B_m . Следовательно, значения B_m , полученные индукционным методом (формулы (9), (10)), более точно соответствуют истинному значению магнитного поля соленоида.

Упражнение 2

Экспериментальная проверка закона ЭМИ Фарадея

Измерения выполняются при пилообразной форме изменения тока в соленоиде (см. упражнение 1, пункт 3). Регулировкой выходного напряжения генератора установить ΔU_R на экране осциллографа, равной 2–3 делениям при чувствительности по Y_1 – 100 мВ/дел. При дальнейшей работе следует следить за тем, чтобы это значение ΔU_1 оставалось неизменным.

Установить частоту генератора $n \approx 100$ Гц и провести измерение ΔU_L в делениях шкалы, полученное значение занести в табл. 1. Изменяя частоту генератора с шагом ≈ 100 Гц, произвести аналогичное измерение ΔU_L . (При установке частоты ≈ 400 Гц и выше следует воспользоваться дополнительным множителем $\times 3$, для чего необходимо нажать кнопку с символом « $\times 3$ ».) Следует заметить, что с увеличением частоты увеличивается скорость изменения магнитной индукции dB/dt и, соответственно, ΔU_L . При этом для проведения измерений необходимо корректировать чувствительность второго канала осциллографа Y_2 и длительность развертки по оси X . С этой целью в табл. 1 приведены рекомендуемые значения чувствительности по Y_2 и по X для различных частот. При проведении реальных измерений возможны отклонения от рекомендованных зна-

чений в ту или иную сторону. В этом случае эти отклонения следует занести в таблицу. Можно считать, что условия проведения измерений ΔU_L оптимальны, если ΔU_2 не меньше 2–3 делений, но не больше 6–7 делений, причем измеряемый участок картинки не выходит за пределы сетки экрана осциллографа.

Таблица 1

ν , Гц	разв. по X 10^{-3} с/дел.	ΔU_L , дел.	цена дел., мВ/дел.	ΔU_L , мВ	$d\Phi/dt$, Вб/с
100	2,0	...	5
200	1,0	...	10
300	1,0	...	20
400	0,5	...	20
500	0,5	...	50
600	0,5	...	50
700	0,2	...	50
800	0,2	...	100

Так как магнитная индукция в соленоиде меняется по линейному закону, т.е. с постоянной скоростью от $-B_m$ до $+B_m$ за половину периода, то скорость изменения потока магнитной индукции в катушке датчика можно рассчитать по формуле

$$\frac{d\Phi}{dt} = 4B_m N_1 S_1 \nu, \text{ [Вб/с]}. \quad (12)$$

Поскольку амплитудное значение тока в соленоиде не изменяется по величине ($\Delta U_R = \text{const}$) при изменении частоты генератора, то B_m является константой (значение B_m определялось в упражнении 1, пункт 3). Следовательно, $d\Phi/dt$ оказывается прямо пропорционально частоте n , а $\varepsilon_m = \Delta U_L/2$. Построить зависимость ε_m от $d\Phi/dt$.

Упражнение 3

Исследование вихревого электрического поля

Выдвинуть из соленоидов датчик D_1 и отсоединить его кабель от входа второго канала Y_2 осциллографа. В зазор между соленоидами вставить плоский кольцевой датчик D_2 так, чтобы его центр оказался на оси соленоидов. Используя запасной коаксиальный кабель (синий) со штекерами на конце, подсоединить ко второму каналу Y_2 осциллографа первый контур (клеммы 1, 2). Установить частоту генератора $\nu \approx 100$ Гц. Измерить величину ΔU_L в делениях шкалы экрана и занести результат в табл. 2. (Рекомендуемая чувствительность по Y_2 – 5 мВ/дел., см. табл. 2). Для подключения второго контура достаточно переставить штекер с клеммы 1 на

клемму 3 (так как полярность ΔU_L для настоящих измерений значения не имеет) и повторить измерение ΔU_L . Последовательно переходя к следующему контуру, повторяют измерение ΔU_L и данные записывают в табл. 2. При подключении i -го контура штекеры должны находиться на клеммах с номерами i и $i + 1$.

Таблица 2

r , мм	110	115	220	225	330	440	550	660	770
ΔU_L , дел.									
цена дел. по Y_2 , мВ/дел.	55	55	110	110	220	220	220	220	220
$2\pi Nr$									
E_n , мВ/м									

Напряженность вихревого электрического поля в соответствии с теоремой о циркуляции рассчитывается по формуле

$$E(r) = \frac{\Delta U_L}{4\pi Nr}, \quad (13)$$

где r – радиус соответствующего контура (см. табл. 2); $N = 50$ – число витков в каждом контуре.

Построить график зависимости напряженности вихревого электрического поля от радиуса контура $E(r)$ и объяснить полученный результат. Радиус соленоида $R_c = 26$ мм.

Литература

1. Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 2. Электричество и магнетизм. – 4-е изд., перераб. – М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 8. Электромагнитная индукция.

8.1. Явление электромагнитной индукции.

8.2. Электродвижущая сила индукции.

8.3. Методы измерения электромагнитной индукции.

Глава 9. Уравнения Максвелла.

9.1. Вихревое электрическое поле.

Задача № 27

ИЗУЧЕНИЕ ВЫНУЖДЕННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ В КОЛЕБАТЕЛЬНОМ КОНТУРЕ

Цель задачи: измерение резонансных кривых колебательных контуров и определение по ним характеристик контуров: резонансной частоты, ширины резонансной кривой, добротности, логарифмического декремента, а также расчет номинальных значений емкости и сопротивления.

Основные понятия и соотношения

Процессы, происходящие в электрическом контуре при подаче на его вход синусоидального напряжения (рис. 1).

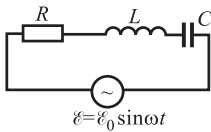


Рис. 1

В задаче № 22 рассмотрены процессы, происходящие в аналогичном электрическом контуре, и определены параметры цепи производилось с использованием графического метода (векторных диаграмм). В настоящей задаче для описания процессов в контуре и определения его характеристик используется аналитический метод (решение уравнения). На основании 2-го закона Кирхгофа запишем уравнение:

$$U_R + U_C = \mathcal{E} + \mathcal{E}_L, \quad (1)$$

где

$$U_R = IR, U_C = \frac{q}{C}, \mathcal{E}_L = -L \frac{dI}{dt}, \quad (2)$$

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin \omega t. \quad (3)$$

Приведем уравнение к одному неизвестному — заряду. Учтывая, что

$$I = \frac{dq}{dt} \text{ и } \frac{dI}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}, \quad (4)$$

уравнение (1) запишем в виде

$$\frac{q}{C} + R \frac{dq}{dt} + L \frac{d^2q}{dt^2} = \mathcal{E}_0 \sin \omega t. \quad (5)$$

Вводя обозначения

$$\beta = \frac{R}{2L} \text{ и } \omega_0 = \frac{1}{LC},$$

перепишем

$$q'' + 2\beta q' + \omega_0^2 q = \frac{\mathcal{E}_0}{L} \sin \Omega t. \quad (5a)$$

Рассмотрим следующие случаи.

а) Пусть $R = 0$, $\beta = 0$, $\varepsilon_0 = 0$; формула (5а) принимает вид

$$q'' + \omega_0^2 q = 0. \quad (6)$$

Решение этого уравнения:

$$q = q_0 \sin(\omega_0 t + \varphi).$$

В этом случае в контуре имеют место свободные незатухающие колебания заряда, напряжения и тока с частотой ω_0 .

б) Пусть $R \neq 0$, $\varepsilon_0 = 0$; тогда формула (5а) имеет вид

$$q'' + 2\beta q' + \omega_0^2 q = 0. \quad (7)$$

Решение уравнения:

$$q = q_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi),$$

где $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$.

В этом случае в контуре имеют место свободные затухающие колебания заряда, тока и напряжения с частотой ω_0 .

При практических измерениях количественной характеристикой затухающих колебаний является декремент затухания

$$\Delta = \frac{q(t)}{q(t+T)} = e^{\beta T},$$

где T – период колебаний заряда.

Обычно берут натуральный логарифм величины Δ – логарифмический декремент затухания:

$$\lambda = \ln \Delta = \beta T. \quad (8)$$

Характеристикой колебательного контура является величина Q , называемая добротностью:

$$Q = \frac{\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{2\beta}. \quad (9)$$

В реальных контурах $\beta \ll \omega_0$, и в этом случае $\lambda = \beta T_0$, где $T_0 = 2\pi/\omega_0$ – период незатухающих колебаний заряда.

Другие формы записи:

$$\lambda = \pi R \sqrt{\frac{C}{L}} \quad \text{и} \quad Q = \frac{\pi}{\lambda} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

в) Пусть $R \neq 0$; $\varepsilon_0 \neq 0$, и для описания процессов, происходящих в контуре, необходимо использовать уравнение (1). Это – неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка. Его решение есть сумма общего решения соответствующего однородного уравнения (т.е. уравнение затухающих колебаний) и ча-

стного решения неоднородного уравнения, в качестве которого можно принять:

$$q = q_0 \sin(\omega t + \alpha). \quad (10)$$

Так как затухающие колебания со временем прекратятся, рассмотрим момент времени, когда останутся только колебания, возбуждаемые внешней эдс. Подставим в уравнение (5а) значения $q' = q_0 \omega \cos(\omega t + \alpha)$ и $q'' = -q_0 \omega^2 \sin(\omega t + \alpha)$, раскрывая при этом \sin и \cos суммы углов:

$$q_0 \omega^2 [\sin \omega t \cos \alpha + \cos \omega t \sin \alpha] + 2\beta q_0 \omega [\cos \omega t \sin \alpha - \sin \omega t \cos \alpha] + q_0 \omega_0^2 [\sin \omega t \cos \alpha + \cos \omega t \sin \alpha] = \xi_0 / L \sin \omega t. \quad (11)$$

Сгруппировав соответствующим образом члены уравнения (11), можно получить

$$\sin \omega t [(q_0 \omega_0^2 - q_0 \omega^2) \cos \alpha - 2\beta q_0 \omega \sin \alpha] + \cos \omega t [(q_0 \omega_0^2 - q_0 \omega^2) \sin \alpha + 2\beta q_0 \omega \cos \alpha] = \xi_0 / L \sin \omega t. \quad (12)$$

Для того чтобы уравнение (12) удовлетворялось при любых значениях времени, коэффициенты при $\sin \omega t$ и $\cos \omega t$ в обеих частях уравнения должны быть одинаковыми. Отсюда получаются следующие равенства:

$$(q_0 \omega_0^2 - q_0 \omega^2) \cos \alpha - 2\beta q_0 \omega \sin \alpha = \xi_0 / L, \quad (13)$$

$$(q_0 \omega_0^2 - q_0 \omega^2) \sin \alpha + 2\beta q_0 \omega \cos \alpha = 0. \quad (14)$$

Если возвести правые и левые части равенств (13) и (14) в квадрат и сложить, то получим $q_0^2 (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta q_0^2 \omega^2 = \xi_0^2 / L^2$, откуда

$$q_0 = \xi_0 / L [(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta \omega^2]^{1/2}. \quad (15)$$

Из уравнения (14) следует, что

$$\operatorname{tg} \alpha = -2\beta \omega / (\omega_0^2 - \omega^2). \quad (16)$$

Графики $q_0 = f(\omega)$ и $\operatorname{tg} \alpha = f(\omega)$ имеют вид, показанный на рис. 2 для разных значений активного сопротивления контура R .

Из графиков видно, что при $\omega \rightarrow \omega_0$ резко увеличивается значение q_0 . Явление, заключающееся в увеличении амплитуды вынужденных колебаний при приближении частоты вынуждающей силы к собственной частоте системы ω_0 , называется **резонансом**. Максимум q_0 лежит на частоте

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}. \quad (17)$$

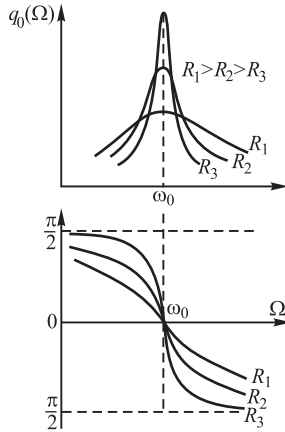


Рис. 2

Величина напряжения на конденсаторе $U = q_0/C$. При резонансе амплитуда напряжения на конденсаторе (считая β малым и $\omega = \omega_0$):

$$U_{\text{рез}} = \frac{\epsilon_0 \omega_0}{2\beta} = \epsilon_0 Q, \quad (18)$$

т.е. при резонансе амплитуда напряжения на конденсаторе в Q раз больше, чем амплитуда эдс. В условиях малого затухания легко показать, что при отклонении частоты от резонансной на $\pm\beta$, квадрат амплитуды напряжения на конденсаторе уменьшается в два раза. Величина $\Delta\omega = 2\beta$, называется шириной резонансной кривой или полосой пропускания. Связь ширины полосы пропускания и добротности имеет вид

$$\Delta\omega = 2\beta = \frac{\omega_0}{Q}. \quad (19)$$

Порядок выполнения работы

В работе измеряют резонансные кривые колебательных контуров и определяют по ним характеристики контуров:

- 1) резонансную частоту $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$;
- 2) ширину резонансной кривой $\Delta\omega = 2\beta = \frac{\omega_0}{Q}$;
- 3) добротность $Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$;
- 4) логарифмический декремент затухания $\lambda = \frac{\pi}{Q}$;

а также параметры элементов контуров — емкость C , сопротивление R .

Ширину резонансной кривой $\Delta\omega$ определяют по графику

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega},$$

выражающему зависимость амплитуды напряжения на конденсаторе U_0 от частоты ω (рис. 3).

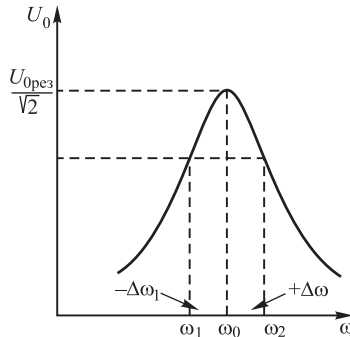


Рис. 3

Для этого проводят прямую, параллельную оси частот на уровне, равном

$$U_0 = \frac{U_{0рез}}{\sqrt{2}}, \quad (U_{0рез} = Q\mathcal{E}_0).$$

Точки пересечения этой кривой проектируют на ось частот и получают значения граничных частот ω_1 и ω_2 . Интервал частот $|\omega_1 - \omega_2| = |\Delta\omega|$ и есть полоса пропускания контура.

Так как индуктивность каждого контура известна, то C и R можно определить, воспользовавшись формулами для собственной частоты и добротности:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}, \quad Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{L}{R\sqrt{LC}} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Отсюда находим:

$$C = \frac{1}{\omega_0^2 L}, \quad R = \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad \frac{2\beta}{\omega_0} = \frac{L}{\Delta\omega}.$$

Приборы и принадлежности

1. Генератор сигналов высокочастотный ГЧ-18А. Генератор ГЧ-18А вырабатывает синусоидальные сигналы с частотой от 0,1 Гц до 35 МГц на шести поддиапазонах частот. Каждому поддиапазону соответствует своя шкала частот. Цифры следует читать под шкалами. Переключение поддиапазонов осуществляется ручкой «Диапазоны МГц» (рис. 4).

Ручка (2) служит для грубой настройки частоты в пределах поддиапазона. Точная установка частоты производится ручкой (3). Ручка (4) служит для регулировки напряжения сигнала на выходе генератора. Это же напряжение является входным напряжением колебательного контура. На шкале вольтметра генератора ГЧ-18А стрелка должна быть против деления «60».

2. Осциллограф С1-5. Для измерения амплитуды напряжения на конденсаторе контура используется осциллограф С1-5, на вертикальной лицевой панели (рис. 5) которого расположены все тумблеры управления: (1) – яркость, (2) – смещение X, (3) – усиление, (4) – синхронизация, (5) – делитель, (6) – калибровка амплитуды, (7) – частота плавно, (8) – род работы, (9) – фокус, (10) – смещение Y, (11) – метки, (12) – развертка, (13) – синхронизация, (14) – вход Y вход X. Надписи соответственно обозначают:

«СЕТЬ» – для включения и выключения приборов;



Рис. 4

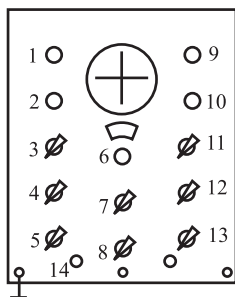


Рис. 5

«ЯРКОСТЬ» и «ФОКУС» – для установки необходимой яркости фокусировки луча;

СМЕЩЕНИЕ «X» и СМЕЩЕНИЕ «Y» – для управления лучами по горизонтали и вертикали;

«УСИЛЕНИЕ» – плавная регулировка чувствительности усилителя вертикального отклонения;

«КАЛИБРОВКА АМПЛИТУДЫ» – для измерения напряжения сигнала;

«ДЕЛИТЕЛЬ» – для деления амплитуды с коэффициентом 1:1, 1:10, 1:100 и подключения калибратора амплитуды;

«ВХОД Y » – для подключения исследуемого сигнала.

Измеряемое напряжение подключают к Y -клеммам осциллографа. При этом делитель надо поставить в положение 1:100, а ручку «Усиление» – в положение 10. Измеряют длину светящейся полосы l на экране по масштабной сетке, наложенной на экран трубки. Чтобы определить величину амплитуды исследуемого сигнала в вольтах, необходимо произвести калибровку. Для этого:

1) установить регулировку входного делителя в положение «Калибровка»;

2) ручкой «Калибровка амплитуды» отрегулировать величину эталонного сигнала. Желательно, чтобы его изображение равнялось изображению исследуемого импульса либо отличалось от него в целое число раз, например в 1,5–2 раза;

3) отсчитать против ручки на шкале потенциометра «Калибровка амплитуды» деление шкалы (пользоваться шкалой «Эфф.»);

4) амплитуда исследуемого импульса определяется по формуле

$$U_0 = \frac{a}{b} U_K K,$$

где a – величина исследуемого изображения в мм; b – величина изображения эталонного сигнала в мм; U_K – величина эталонного сигнала в вольтах, соответствующая величине изображения « b »; K – коэффициент деления входного делителя, при котором измеряется исследуемый сигнал.

3. Набор колебательных контуров (для шести установок). Колебательный контур смонтирован на панели из оргстекла и закрыт с боков металлическим кожухом. На внешнюю верхнюю часть панели выведены клеммы: «Вход» и «Выход», гнезда сопротивлений R_1 , R_2 и R_3 , гнезда конденсаторов C_1 , C_2 и C_3 , переключатель сопротивлений Π_1 и переключатель конденсаторов Π_2 . Схема контура дана на рис. 6.

Контур каждой установки имеет номер 1, 2, 3, 4, 5, 6. В лаборатории имеются таблицы, в которых даны индуктивности каждого контура, а также поддиапазоны частот, в которых сле-

дует искать частоту данного контура при включении в него конденсаторов C_1 , C_2 и C_3 .

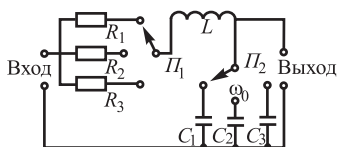


Рис. 6

Упражнение 1

Измерение резонансных характеристик для контуров с различными конденсаторами

Собирают схему по рис. 7.

Кабель питания прибора ГЧ-18А подключают к сети с напряжением 220 В. Выключатель ставят в положение «Сеть». При этом должна загореться индикаторная лампочка. Прибор должен прогреться в течение 3–5 мин.

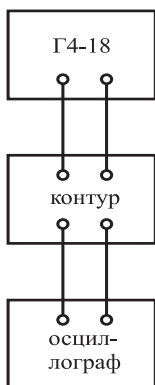


Рис. 7

После этого следует поставить переключатель «Диапазоны МГц» в положение, соответствующее требуемому диапазону (руководствуясь данными контуров). Ручкой (4) согласно рис. 4 установить стрелку прибора «М» на 60 делений и строго следить за постоянством ее положения во время измерений.

Соединить выход прибора (клемма 0,1–1 В) со входом колебательного контура. Переключателем Π_1 ставят в положение R_1 (см. рис. 6). Переключателем Π_2 , включают в контур конденсатора C_1 .

С выхода колебательного контура подают напряжение на вход «У» осциллографа. Для того чтобы включить осциллограф, соединяют шнур питания с источником переменного тока и тумблер «Сеть» ставится в положение «Вкл.». После разогрева в течение 2–3 мин следует отрегулировать яркость и фокусировку.

Установить ручку «Смещение Y» так, чтобы светящаяся полоска была в требуемом месте экрана. Теперь можно снимать резонансную кривую для данного контура. Ручкой (2) производят грубую настройку генератора для получения резонанса. Затем ручкой (3) настраивают до полного резонанса, т.е. добиваются максимальной длины светящейся полоски l на экране осциллографа.

Отсчет по шкале ГЧ-18А дает значение резонансной частоты контура $f_{\text{рез}} = f_0$, которая связана с круговой частотой формулой $\omega = 2\pi f$. Амплитудное значение резонансного напряжения на конденсаторе контура определяется по осциллографу:

$$U_0(b) = \frac{l}{2y},$$

где l – длина светящейся полосы в мм; y – чувствительность осциллографа, указанная в таблице на столе. Данные измерений записывают в нижеприведенную таблицу. Таблицу следует заполнять от центра ($\omega_{\text{рез}}$) к краям. Следующие точки резонансной кривой получают так: слева и справа от резонансной частоты нужно взять по пять точек с таким расчетом, чтобы последняя из них (столбцы 1 и 11) соответствовали напряжению приблизительно в пять раз меньше, чем резонансное.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
f , Гц											
$\omega_{\text{изм}}$, рад/с											
l , мм											
U_0 , В											

Такие же кривые снимают для контуров с конденсаторами C_2 и C_3 . Для этого переключателем Π_2 включают в контур сначала конденсатор C_2 , а затем C_3 и заполняют две таблицы, аналогичные приведенной. По полученным данным строят на миллиметровой бумаге семейство резонансных кривых (рис. 8).

По резонансным кривым определяют полосу пропускания $|\Delta\omega|$, а затем добротность контура

$$Q = \omega_{\text{рез}} / \Delta\omega,$$

откуда легко найти сопротивление $R = |\Delta\omega|L$, декремент затухания $\lambda = \pi/Q$ и емкость каждого контура

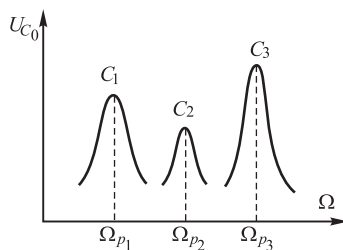


Рис. 8

$$C_1 = \frac{1}{\omega_p^2 L}$$

(чтобы получить емкость в фарадах, следует индуктивность измерять в генри, а частоту — в рад/с). Для проверки значения добротности следует воспользоваться формулой

$$Q = \frac{(U_0)_{\text{рез}}}{\varepsilon_0},$$

где ε_0 — амплитуда внешнего возбуждающего контур напряжения. Значения ε_0 указаны в таблицах на столе.

Упражнение 2

Измерение резонансных характеристик контура с различными активными сопротивлениями

После выполнения упражнения 1 выбирают контур с тем конденсатором (C_1 , C_2 или C_3), для которого получалась наибольшая величина резонансного напряжения. Переключателем Π_2 включают в контур этот конденсатор. Переключателем Π_1 включают в контур сначала сопротивление R_2 , а затем сопротивление R_3 и снимают две резонансные кривые, заполняя две таблицы, подобные вышеприведенной.

Строят на миллиметровой бумаге резонансные кривые для контура с различными сопротивлениями R_1 , R_2 и R_3 (см. рис. 8).

Для контуров с сопротивлениями R_2 и R_3 находят по резонансным кривым полосу пропускания $\Delta\omega$ и рассчитывают величины R_2 и R_3 , добротность Q и логарифмический декремент затухания λ согласно формулам.

Литература

1. Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 2. Электричество и магнетизм. — 4-е изд., перераб. — М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 13. Электрические колебания.

13.2. Свободные колебания в контуре без активного сопротивления.

13.3. Свободные затухающие колебания.

13.4. Вынужденные электрические колебания.

Задача № 28

ИЗУЧЕНИЕ РАБОТЫ ЭЛЕКТРОННОГО ОСЦИЛЛОГРАФА

Цель задачи: изучение принципов действия электронного осциллографа.

Устройство и принцип работы прибора

Осциллограф предназначен для наблюдения временных зависимостей электрического тока и напряжения.

Основными блоками осциллографа являются электронно-лучевая трубка, генератор развертки, усилители и источники питания.

Электронно-лучевая трубка – важнейший элемент осциллографа. Она представляет собой запаянную стеклянную колбу специальной формы, откачанную до высокого вакуума (рис. 1).

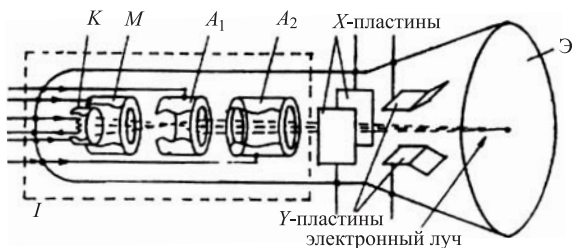


Рис. 1

В колбе находятся: **электронная пушка** – система электродов, предназначенная для создания узкого пучка электронов, летящих с большой скоростью вдоль оси трубки; **отклоняющие пластины** – система электродов, служащая для управления пучком электронов; **экран** – флуоресцирующий слой, покрывающий внутреннюю сторону основания колбы, на котором возникает светящееся пятно в том месте, куда попадает пучок электронов.

Электронная пушка *I* (рис. 1) состоит из группы электродов *K*, *M*, *A*₁ и *A*₂ (обведена пунктиром). Катод *K* электронно-лучевой трубки имеет форму цилиндра, внутри которого находится нить накала. Эмиссия электронов получается с покрытого оксидным слоем доньшка катода. Для регулирования количества электронов в электронном пучке электронно-лучевая трубка имеет **управляющий электрод** *M*, который представляет собой металлический цилиндр, расположенный вокруг катода. Цилиндр в торце имеет небольшое отверстие, через которое могут

проходить электроны. Управляющий электрод имеет отрицательный потенциал относительно катода.

Действие управляющего электрода состоит в том, что электроны, вылетающие из катода, частично отталкиваются управляющим электродом, а частично вылетают в отверстие. Очевидно, что при увеличении отрицательного потенциала на управляющем электроде количество электронов, пролетевших в отверстие, уменьшается. Таким образом, изменяя потенциал управляющего электрода, можно регулировать количество электронов в пучке, а следовательно, и яркость пятна на экране.

За управляющим электродом следуют два анода: A_1 – **фокусирующий анод** и A_2 – **ускоряющий анод**. Назначение анодов следующее. Во-первых, они играют роль, аналогичную аноду электронной лампы: притягивая испускаемые катодом электроны, они разгоняют их до больших скоростей. Во-вторых, они фокусируют пучок электронов. Второй анод имеет более высокий положительный потенциал по сравнению с первым, и между анодами образуется электрическое поле, так называемая электростатическая линза, позволяющая фокусировать пучок электронов. Фокусировка электронного пучка осуществляется изменением разности потенциалов между анодами. Обычно меняют потенциал первого анода, который по величине меньше потенциала второго анода. Регулируя потенциал первого анода, можно сфокусировать электроны в точке, которая находится на экране.

За электродами электронной пушки находятся две пары отклоняющих пластин, служащих для управления пучком электронов. Одна пара пластин расположена горизонтально и носит название **вертикально отклоняющих пластин** или **Y-пластин**. Вторая пара пластин расположена вертикально и носит название **горизонтально отклоняющих пластин** или **X-пластин**. Если к какой-либо из пар пластин подвести напряжение, то в пространстве между ними образуется электрическое поле. Электроны пучка при пролете пространства между пластинами испытывают силовое воздействие со стороны этого поля, вследствие чего траектория их искривляется, как показано на рис. 2.

Поскольку пучок электронов пересекает теперь экран не в точке O , а в точке A , то можно сделать вывод, что изменение напряжения на отклоняющих пластинах позволяет перемещать светящееся пятно на экране.

Горизонтально расположенные пластины вызывают перемещение пятна по вертикальному направлению, а вертикально

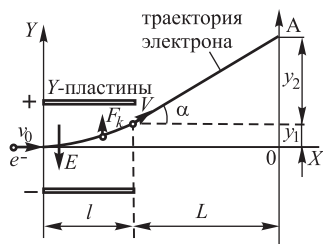


Рис. 2

расположенные – по горизонтальному. Отклоняющие пластины расположены по оси трубки за анодами, поэтому электроны летят к ним, двигаясь равномерно (никакие силы в направлении оси X на них не действуют). Электрон, влетающий в пространство между пластинами, предварительно проходит разность потенциалов U_a между вторым анодом и катодом. Его начальная скорость v_0 , направленная по оси X , может быть определена из закона сохранения энергии

$$\frac{mv_0^2}{2} = eU_a, \quad (1)$$

где e – заряд электрона; m – его масса.

Время t_1 , необходимое для того, чтобы электрон пролетел горизонтальные пластины длиной l , равно $t_1 = l/v_0$. Пусть между этими пластинами имеется электрическое поле с напряженностью E . Тогда на электрон в направлении Y действует постоянная сила $F = eE$, и он получает в этом направлении ускорение $a = F/m = eE/m$. Отклонение y , которое получит электрон, пройдя горизонтальные пластины, равно

$$y_1 = \frac{at_1^2}{2}.$$

Подставляя в это выражение значения a и t_1 , получим

$$y_1 = \frac{at_1^2}{2} = \frac{eEl^2}{2mv_0^2}.$$

Подставив в это выражение значение mv_0^2 из (1), найдем $y_1 = \frac{El^2}{4U_a}$.

Напряженность электрического поля между пластинами $E = U_y/d$, где U_y – разность потенциалов между пластинами, d – расстояние между ними. Отсюда

$$y_1 = \frac{El^2}{4U_a} = \frac{U_y l^2}{4U_a d}.$$

Пусть экран расположен на расстоянии L от горизонтальных пластин. Тогда отклонение луча по вертикали будет $y = y_1 + y_2$, где y_1 определено выше, а y_2 представляет собой вертикальную составляющую смещения электрона, полученного им на пути от пластин до экрана. При этом $y_2 = v_y t_2$, где v_y — скорость в вертикальном направлении, которую электрон приобретает при вылете из пространства между пластинами. Легко видеть, что $v_y = at_1$, а $t_2 = L/v_0$. Подставляя значения a , t_1 и t_2 в выражение для y_2 имеем

$$y_2 = v_y t_2 = \frac{at_1 L}{v_0} = \frac{alL}{v_0^2} = \frac{U_y lL}{2U_a d}.$$

Полное отклонение электронного луча, таким образом, будет

$$y = y_1 + y_2 = \frac{U_y l^2}{4U_a d} + \frac{U_y lL}{2U_a d} = \frac{U_y l}{2U_a d} \left(\frac{l}{2} + L \right) \approx \frac{U_y lL}{2U_a d},$$

так как $L + \frac{l}{2} \approx L$ (поскольку $l \ll L$).

Из полученной формулы можно определить одну из важнейших характеристик электронно-лучевой трубки, а именно ее чувствительность. **Чувствительностью** трубки осциллографа называется отклонение (в мм) пятна на экране, вызванное разностью потенциалов в один вольт на отклоняющих пластинах:

$$\gamma = \frac{y}{U_y} = \frac{lL}{2U_a d}. \quad (2)$$

Представим теперь, что пластины осциллографа соединены с источником переменного напряжения. Тогда при положительном потенциале верхней пластины луч отклоняется вверх, а при отрицательном — вниз. Таким образом, электронный луч будет вычерчивать на экране полоску, длина которой пропорциональна удвоенной амплитуде приложенного напряжения. Зная чувствительность осциллографа и измерив длину полоски, можно определить величину U_{y_0} амплитуды переменного напряжения.

Например, если чувствительность осциллографа $\gamma = 0,4$ мм/В, длина полоски $b = 20$ мм, то $2U_{y_0} = 50$ В, или $U_{y_0} = 25$ В.

Таким образом, осциллограф может служить вольтметром переменного тока.

Линейная развертка периодического напряжения по времени.

Если на пластины Y подать исследуемое напряжение $U_y = f(t)$, а на пластины X — линейно изменяющееся от времени напряжение $U_x = kt$, то на экране будет наблюдаться развернутая неискаженная форма напряжения

$$U_y = f\left(\frac{U_x}{k}\right).$$

Чтобы на экране получилось неподвижное изображение исследуемого напряжения, поданного на Y -пластины, на X -пластины подается так называемое пилообразное напряжение линейной развертки. Это периодическое напряжение, период которого должен быть равен периоду исследуемого напряжения или больше в целое число раз (рис. 3).

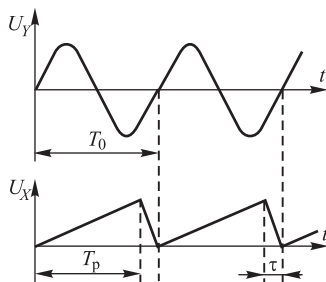


Рис. 3

Если период исследуемого процесса T_0 равен времени нарастания напряжения генератора развертки T_p , то на экране виден один период синусоиды, так как за промежуток времени $t \ll T_p$ электронный луч проделывает очень быстрый обратный ход. Если $T = nT_0$, где n — целое число, то на экране видно неподвижное изображение n периодов синусоиды.

Это условие называется условием синхронизации. Для синхронизации в каждом осциллографе применяются специальные методы.

Генератор пилообразного напряжения. Для получения пилообразного напряжения служит генератор с газоразрядной лампой-тиратроном (рис. 4).

От источника постоянного напряжения \mathcal{E}_a через сопротивление R_1 заряжается один из конденсаторов C_1, C_2, C_3 . Параллельно конденсатору включен тириатрон T . Во время заряда напряжение на конденсаторе растет. Когда оно достигает некоторой ве-

личины $U_{\text{макс}}$, равной напряжению зажигания газового разряда в тиратроне, то тиратрон зажжется. Так как внутреннее сопротивление зажженного тиратрона весьма невелико, то конденсатор быстро разрядится через тиратрон до напряжения $U_{\text{мин}}$, равного напряжению погасания газового разряда в тиратроне. Как только тиратрон погаснет, снова начнется медленный заряд конденсатора через сопротивление R_1 и весь процесс будет повторяться. Напряжение U_C на конденсаторе будет меняться в зависимости от времени так, как показано сплошной кривой на рис. 5.

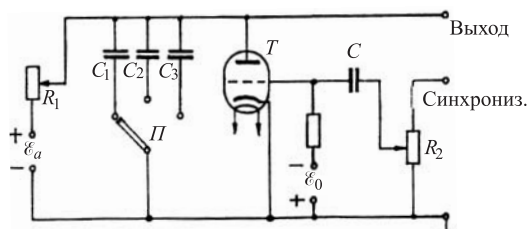


Рис. 4

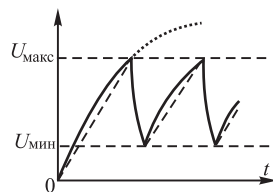


Рис. 5

Если это напряжение подать на X-пластины осциллографа, то получится развертка во времени исследуемого (подаваемого на Y-пластины) напряжения. Частота развертывающего напряжения изменяется грубо переключателем П, включающим конденсатор той или иной емкости, и плавно — переменным сопротивлением R_1 . Чем больше емкость и сопротивление, тем медленнее идет заряд и тем меньше частота развертки. Эту частоту подбирают так, чтобы она была в целое число раз меньше частоты исследуемого напряжения или равна ей.

Недостаток данной схемы состоит в том, что заряд конденсатора происходит неравномерно: сначала быстрее, а затем медленнее. Такая неравномерность будет иметь место и в нарастающей пилообразного напряжения, и в движении пятна на экране трубки. Поэтому и развертка осциллограмм получается искаженной, с неравномерным масштабom времени. Чтобы исправить этот недостаток, зарядку конденсатора производят через пятиэлектродную лампу — пентод (например, 6Ж8). При постоянных напряжениях на сетках пентода его анодный ток почти не зависит от анодного напряжения. Пусть этот ток равен I_0 . Тогда заряд конденсаторов Q растет пропорционально времени, т.е. $Q = I_0 t$. Напряжение на конденсаторе $U_C = Q/C = (I_0/C)t$ бу-

дет также расти пропорционально времени. Таким образом, напряжение на конденсаторе и на соединенных с ним X-пластинах осциллографа будет изменяться, как показано пунктиром на рис. 5 и, следовательно, временная развертка осциллограмм не будет искажаться. Схема генератора развертки с пентодом показана на рис. 6.

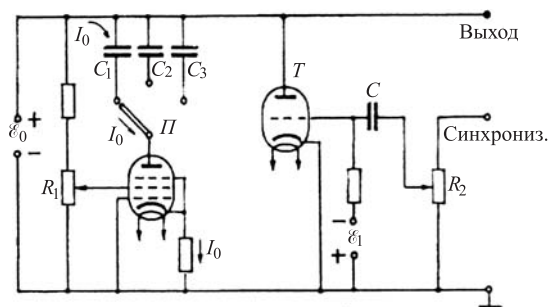


Рис. 6

Здесь плавная регулировка частоты развертки осуществляется изменением анодного тока пентода. Для этого при помощи потенциометра R_1 меняется напряжение на сетке пентода.

Частота генератора развертки, как правило, не является стабильной и легко меняется при изменении питающих напряжений, температуры и от многих других причин. Подбранное кратное соотношение между частотой f исследуемого напряжения и частотой развертки $f_{\text{разв}}$ не будет сохраняться. Осциллограмма начинает бежать по экрану.

Для стабилизации картины, наблюдаемой на экране, используется синхронизирующее устройство. Его работа основана на том, что напряжение зажигания тиратрона уменьшается при положительном потенциале на сетке тиратрона и увеличивается при отрицательном. При так называемой внутренней синхронизации потенциал сетки тиратрона меняется за счет самого исследуемого напряжения, которое через потенциометр R_2 и конденсатор подается на сетку тиратрона (см. рис. 6).

Из рис. 3 видно, что при полной синхронизации зажигание тиратрона (разряд конденсатора) должно происходить при смене знака исследуемого напряжения с отрицательного на положительный. Если частота развертки $f_{\text{разв}}$ несколько меньше частоты f исследуемого напряжения, т.е. тиратрон еще не зажигается к концу периода исследуемого напряжения, то после смены

знака исследуемого напряжения на сетке тиратрона потенциал станет положительным, что вызовет ускоренное зажигание тиратрона. При $f_{\text{разв}} > f$ отрицательное исследуемое напряжение, наоборот, задержит зажигание тиратрона, пока не приблизится время смены знака исследуемого напряжения. В результате автоматически поддерживается кратное соотношение между частотами $f_{\text{разв}}$ и f , несмотря на возможные их небольшие изменения. Увеличивая напряжения на сетке тиратрона потенциометром R_2 , можно усиливать действие синхронизации, т.е. увеличивать степень устойчивости осциллограммы на экране.

Упражнение 1

Ознакомление с панелью осциллографа и ручками управления

Не включая осциллографа, ознакомиться с ручками управления, находящимися на передней панели осциллографа. Зарисовать панель управления (рис. 7).

Записать назначение ручек управления на панели, указав на их связь с элементами схемы электронно-лучевой трубки и схемой генератора развертки. Включить осциллограф в сеть (220 В), для чего тумблер «Сеть» поставить в положение «Включено». После прогрева в течение 2–3 мин отрегулировать яркость так, чтобы пятно от электронного луча на экране было слабым, но хорошо видимым. Проверить управление лучом.

Упражнение 2

Определение чувствительности осциллографа

Собрать схему по рис. 8 и зарисовать ее.



Рис. 7

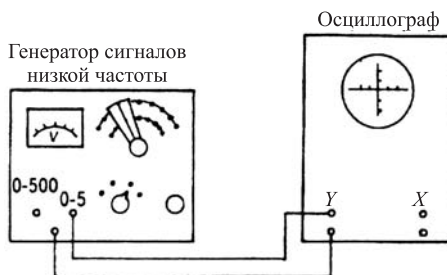


Рис. 8

Включить генератор развертки. После этого переключатель «Род работы» поставить в положение «Усил», ручку «Синхр» в положение «0», а переключатель «Род синхр» — в положение «От сети». Установить переключатель «Ослабление сигналов» в положение 1:10. Поставить ручку «Усиление» входа Y на максимальное усиление (на наибольшее деление). Установить частоту генератора низких частот 1000 Гц. Включить ГНЧ в сеть и установить напряжение сигнала сначала $U_{эф} = 1$ В, а затем $U_{эф} = 2$ В (10 и 20 делений по вольтметру на панели ГНЧ при помощи ручки «Регулятор выхода»). Для каждого значения напряжения измерить двойную амплитуду L сигнала на экране осциллографа (длину светящейся полоски). Чувствительность осциллографа подсчитать по формуле

$$\gamma = \frac{10L}{2\sqrt{2U_{эф}}}.$$

Заполнить табл. 1.

Таблица 1

$U_{эф}$, В	L , мм	γ , мм/В
1		
2		

Упражнение 3

Наблюдение фигур Лиссажу на экране осциллографа

Сравнение частот колебаний. Фигуры Лиссажу. Одним из применений осциллографа является сравнение частот двух колебаний. Для этого на X -пластины подают напряжение известной частоты f_x (например, от сети частоты $f_x = 50$ Гц), а на Y -пластины — исследуемое напряжение частоты f_y (например, от генератора низкой частоты). Меняя частоту f_y , добиваются на экране неподвижной замкнутой кривой Лиссажу (рис. 9).

При равенстве частот $f_x = f_y$ на экране получаются эллипс, окружность или наклонная линия в зависимости от сдвига фаз между напряжениями и от соотношения между их амплитудами. При равенстве амплитуд напряжений и разности их фаз $\varphi = \pi/2$ получается окружность, а при разности фаз $\varphi = 0$ и равенстве амплитуд — отрезок прямой с наклоном 45° к вертикали. Фигура в виде восьмерки или двойной дуги соответствует отношению частот 1:2 или 2:1, так как за время одного колебания в одном направлении происходит два колебания в перпендикуляр-

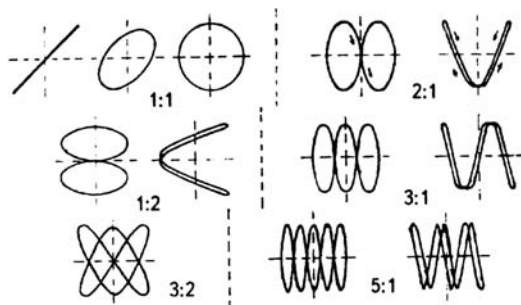


Рис. 9

ном направлении. Когда отношение частот больше 1:100, то фигуры уже трудно разобрать.

Для наблюдения фигур Лиссажу достаточно перевести ручку «Синхр» на передней панели осциллографа в положение «2». При этом на X -пластины осциллографа подается синусоидальное напряжение с частотой 50 Гц от городской сети, на Y -пластины – напряжение 2,0 В (20 делений по вольтметру на панели ГНЧ). Установив частоту ГНЧ $f = 50$ Гц, следует отрегулировать вертикальное и горизонтальное усиление так, чтобы на экране осциллографа получилась окружность, диаметр которой равен $3/4$ диаметра экрана. Если фигура на экране не остается неподвижной, то ее останавливают очень осторожным движением ручки шкалы частот ГНЧ в ту или другую сторону. Изменяя затем частоту ГНЧ, следует получить на экране осциллографа фигуры Лиссажу с соотношением частот 1:1, 2:1, 3:1, 5:1. Зарисовать эти фигуры.

Упражнение 4

Определение частоты генератора развертки осциллографа С1-5

Частоту следует определить для двух положений ручки «Развертка» (эти положения отмечены на передней панели красными точками) и десяти положений ручки «Частота плавно». Включить внутреннюю синхронизацию, для чего поставить переключатель «Род синхр.» в положение «Внутрен», а ручку «Синхр» – в положение «10». Поставить ручку «Род работы» в положение «Непрер». Устанавливая ручку «Частота плавно» в последовательные положения, с помощью ручек «Усиление входа» и «Регулировка выхода» добиться, чтобы на экране осцил-

лографа был один (примерно) период неподвижной, симметричной относительно горизонтальной оси синусоиды. В этом случае имеет место равенство частот ГНЧ и генератора развертки осциллографа. Заполнить табл. 2.

Таблица 2

Положение ручки «Развертка»	Частота, Гц									
	Положение ручки «Частота плавно»									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I										
II										

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 2. Электричество и магнетизм. – 4-е изд., перераб. – М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 10. Движение заряженных частиц.

10.2. Отклонение движущихся заряженных частиц электрическим и магнитным полями.

Приложение
КРАТКАЯ ИНФОРМАЦИЯ
О РАСПОЛОЖЕНИИ И ФУНКЦИОНАЛЬНОМ
НАЗНАЧЕНИИ ОРГАНОВ УПРАВЛЕНИЯ
ЭЛЕКТРОИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ,
ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТАХ
Прибор комбинированный цифровой — вольтамперомметр
Щ 4300 (Щ 4313)

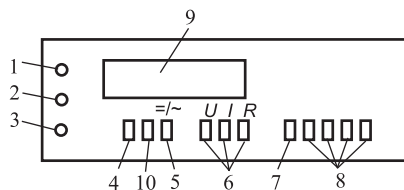


Рис. 1

1. Гнездо для подключения щупа (красного) при измерении U и R .
2. Гнездо для подключения щупа (красного) при измерении I .
3. Гнездо для подключения черного щупа (заземление).
4. Включение прибора.
5. Измерение постоянных величин U , I , R — кнопка отжата (=), измерение переменных величин U , I — кнопка нажата.
6. Переключение рода работы: вольтметр — U , амперметр — I , омметр — R .
7. Предел измерений 200 мВ, мкА, Ом в зависимости от рода работы.
8. Пределы измерений 2, 20, 200, 2000, В; mA; кОм в зависимости от рода работы.
9. Световое табло.
10. Подсветка светового табло.

Генератор переменного напряжения ГЗ-111, ГЗ-118

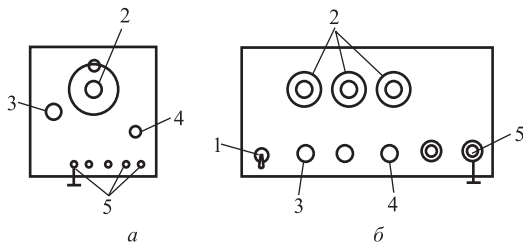


Рис. 2

1. Включение прибора (для ГЗ-111 включение вилки в сетевую розетку).

2. Декадные переключатели частоты (ГЗ-118), плавная установка частоты (ГЗ-111).

3. Переключатель «Множитель»; значение частоты, установленное ручками (2), надо умножить на коэффициент, на который указывает штрих на ручке.

4. Регулятор выходного напряжения.

5. Гнезда, с которых снимается выходное напряжение переменной частоты.

Осциллограф С1-93

1. Включение осциллографа.

2. Управление яркостью свечения лучей.

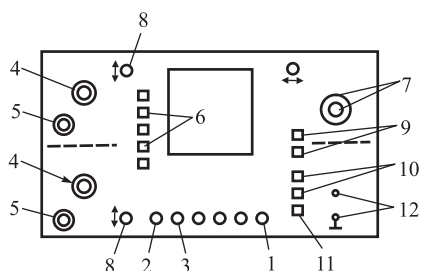


Рис. 3

3. Фокусировка лучей.

4. Ступенчатое переключение чувствительности каналов осциллографа (В/см, мВ/см). Плавная регулировка усиления не используется (ручки в крайнем положении по часовой стрелке).

5. Входные гнезда каналов осциллографа.

6. Кнопки включения одновременной работы обоих каналов.

7. Ступенчатое переключение частоты горизонтальной развертки. В центре — ручка плавной подстройки частоты развертки, используется для стабилизации изображения на экране.

8. Ручки вертикального смещения лучей.

9. Кнопки включения внутренней синхронизации развертки от 1 и 2 каналов.

10. Кнопки включения внешней синхронизации развертки.

11. Кнопка переключения осциллографа для работы в X-Y-режиме, когда требуется наблюдение одного сигнала как функции, зависящей от другого.

12. Вход внешнего сигнала, обеспечивающего горизонтальную развертку в X-Y-режиме.

ТЕМА 4

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

РАЗДЕЛ 1

ВЯЗКОСТЬ ГАЗОВ И ЖИДКОСТЕЙ

Основные понятия и соотношения

При движении соприкасающихся слоев газа (жидкости) друг относительно друга между ними действуют силы внутреннего трения, или силы вязкости. Например, если размешать жидкость в стакане, то ее движение постепенно прекратится из-за наличия сил вязкости. Другой пример такого движения – течение газа (жидкости) внутри трубки или капилляра. Наличие сил вязкости приводит к тому, что скорость течения v зависит от расстояния r до оси трубки (см. рис. 1, где направление скорости течения условно обозначено стрелками). Она равна нулю непосредственно вблизи стенок трубки ($v(R_0) = 0$), а на ее оси ($r = 0$) достигает максимального значения.

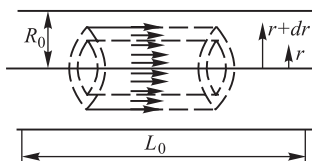


Рис. 1

Для простоты в дальнейшем будем говорить только о газах, и, если не оговорено особо, все приведенные формулы будут относиться также и к жидкостям. Законы движения газов и жидкостей существенно различаются между собой только при достаточно больших скоростях движения, когда необходимо учитывать сжимаемость газов, например при рассмотрении задач на движение самолетов со сверхзвуковой скоростью или явлений, сопровождающих взрывы. В этих случаях скорость движения лежит в таких пределах, что газ можно считать несжимаемым.

Возникновение сил вязкости в газе связано с тем, что его молекулы участвуют одновременно в двух движениях: упорядоченном и хаотическом тепловом. В нашем примере упорядоченное или макроскопическое движение газа — это его течение по трубке. Кроме того, молекулы газа двигаются хаотически, причем среднее значение модуля скорости теплового хаотического движения молекул обычно значительно превышает скорость упорядоченного движения, т.е. скорость течения.

Выделим условно слой газа,двигающийся по трубке круглого сечения с некоторым определенным значением скорости v . Этот слой представляет собой полый цилиндр с внутренним радиусом r и внешним $r + dr$ (на рис. 1 обозначен пунктиром). В результате теплового движения в него попадают молекулы из соседних слоев. Из внешнего слоя с большим значением r в выделенный слой попадают молекулы с меньшей скоростью и, наоборот — из внутреннего слоя попадают молекулы с большей скоростью. Происходит передача импульса упорядоченного движения молекул в процессе их теплового движения. Внутренний слой ускоряет, а внешний тормозит течение газа в выделенной области, что и является проявлением сил внутреннего трения, или сил вязкости. Тонкий слой газа, непосредственно примыкающий к стенкам трубки, обволакивает ее и замедляет движение соседнего слоя, который в свою очередь оказывает влияние на следующий слой, и т.д. Отметим, что приведенное качественное объяснение механизма внутреннего трения относится только к газам. В жидкостях природа вязкости связана с непосредственным электрическим взаимодействием молекул.

Величина силы вязкости F , как следует из опыта, прямо пропорциональна площади S соприкасающихся слоев газа и градиенту скорости их движения по перпендикулярному ей направлению r , т.е. производной dv/dr (формула Ньютона):

$$F = \eta S dv/dr, \quad (1)$$

где η — коэффициент вязкости или просто вязкость.

Для газов коэффициент вязкости η увеличивается с температурой ($\eta \sim \frac{\sqrt{mT}}{\sigma}$, где m — масса молекулы газа; σ — ее эффективное сечение) и не зависит от давления. Вязкость жидкостей, напротив, с увеличением температуры уменьшается. Единицей измерения вязкости в системе СИ служит [Па·с] (паскаль-се-

кунда)¹. Определенный таким образом коэффициент вязкости η в литературе называется также **коэффициентом динамической вязкости**. Для воздуха при комнатной температуре и атмосферном давлении коэффициент вязкости η составляет $1,85 \cdot 10^{-5}$ Па·с. Примерами жидкостей с небольшой вязкостью могут служить бензин, вода ($\eta = 0,1$ Па·с при тех же условиях), с большой вязкостью – глицерин ($\eta = 1,48$ Па·с), масло, смола.

В рассмотренном выше примере (см. рис. 1) характер течения по трубке зависит от скорости течения v , плотности ρ и вязкости η движущейся среды. Количественно эта зависимость определяется значением числа Рейнольдса $Re = \rho v l / \eta$ (l – характерный размер трубки, например ее радиус). При небольших значениях Re течение будет **ламинарным** и **стационарным**. Ламинарный характер течения означает, что слои газа не перемешиваются между собой, в этом случае можно выделить линии или трубки тока, по которым движутся частицы газа. Течение является стационарным, если его скорость в каждой точке не зависит от времени и имеет постоянное значение. При превышении числом Re некоторой величины характер течения становится вихревым, или **турбулентным**.

При ламинарном течении газа с плотностью ρ и вязкостью η вдоль трубки с внутренним радиусом R_0 и длиной L_0 расход M газа определяется формулой Пуазейля:

$$M = \pi \rho R_0^4 \Delta P / 8 \eta L_0, \quad (2)$$

где ΔP – разность давлений на концах трубки.

По ходу течения давление уменьшается. Величина расхода θ показывает, какая масса газа проходит за единицу времени через поперечное сечение трубки с учетом действия сил вязкого трения. Формула Пуазейля (2) является следствием формулы Ньютона (1).

Если какое-либо тело движется относительно вязкой среды, то на него со стороны этой среды действует сила лобового сопротивления, зависящая от скорости движения и направленная противоположно этой скорости. Сила лобового сопротивления обусловлена наличием вязкости и складывается из сопротивления трения и сопротивления давления. Сопротивление трения возникает из-за того, что частицы среды обволакивают движущееся тело и двигаются вместе с ним, вовлекая в движение соседние слои среды. Сопротивление давления вызывается образо-

¹ Пуаз = 0,1 Па·с.

ванием позади тела вихревой области с пониженным давлением, эта составляющая лобового сопротивления преобладает при больших скоростях движения и сильно зависит от формы тела. Для небольших значений Re сила лобового сопротивления среды возникает только из-за наличия трения. В этом случае для движущегося относительно среды шара радиуса r величина силы лобового сопротивления F подчиняется закону Стокса:

$$F = 6\pi\eta rv, \quad (3)$$

где v – скорость движения шара относительно среды.

Существенное отличие сил внутреннего трения, действующих между слоями газа (жидкости), от сил трения, действующих между твердыми телами, состоит в том, что для твердых тел существует трение покоя, тогда как газы (жидкости) им не обладают. Для того чтобы придать импульс плавающему на воде телу, достаточно малейшего усилия. Сила сопротивления, обусловленная вязкостью, при небольших скоростях движения пропорциональна скорости, а для твердых тел сила трения скольжения практически не зависит от скорости.

Задача № 29

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ ПО СКОРОСТИ ИСТЕЧЕНИЯ ЧЕРЕЗ КАПИЛЛЯР

Цель задачи: определение коэффициента вязкости η воды при комнатной температуре по скорости ее истечения через капилляр.

Экспериментальный метод

Вода вытекает из сосуда Мариотта (рис. 1) через трубку малого диаметра — капилляр (2) и наполняет мензурку известного объема (5). Сосуд Мариотта позволяет поддерживать постоянной разность давлений ΔP между концами капилляра. Измеряется время t заполнения мензурки водой при различных значениях h — высоты столба жидкости в сосуде Мариотта между осью капилляра и нижним концом вертикальной трубки (3). Определяется расход воды Q при истечении ее через капилляр. Коэффициент вязкости η рассчитывается через тангенс угла наклона прямой, соответствующей зависимости расхода Q от высоты h .

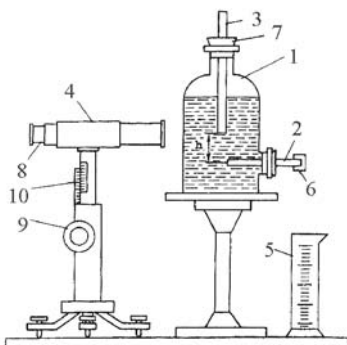


Рис. 1

Вывод расчетной формулы

При небольшой величине разности давлений ΔP течение воды по капилляру (2) имеет ламинарный характер, поэтому для расчета коэффициента вязкости η можно воспользоваться формулой Пуазейля. Под расходом воды Q в данном случае понимают ее объем, вытекший за единицу времени, при этом $Q = M/\rho$, где ρ — плотность воды. Разность давлений ΔP на концах капилляра согласно закону Паскаля и с учетом поправки к

давлению Δp_n , обусловленной силами поверхностного натяжения, равна $\rho gh - \Delta p_n$. Выражение для расхода воды запишется в виде:

$$Q = Ah - B,$$

где $A = \pi \rho g R^4 / 8 L_0 \eta$; $B = \pi R^4 \Delta p_n / 8 L_0 \eta$; $\Delta p_n = 2\sigma / r$, а L_0 и R – соответственно длина и радиус капилляра; r – радиус кривизны поверхности жидкости в трубке (3).

Тангенс A угла наклона прямой $Q(h)$ позволяет определить значение коэффициента вязкости η по формуле

$$\eta = \pi \rho g R^4 / 8 L_0 A. \quad (1)$$

Порядок измерений

Время t истечения воды измеряется секундомером, объем V вытекшей воды – мензуркой (5), что позволяет определить расход $Q = V/t$. Высота столба жидкости h измеряется с помощью горизонтального микроскопа (4), закрепленного на стойке. Длина капилляра L_0 измеряется миллиметровой линейкой. Особое внимание нужно обратить на измерение радиуса (диаметра) капилляра R_0 ($D_0 = 2R_0$), поскольку эта величина входит в формулу (1) в четвертой степени и точность ее измерения во многом определяет погрешность опыта. Рассмотрим на примере микроскопа «Мир-12» (рис. 2) порядок действий по измерению внутреннего диаметра капилляра.

1. Закрепить вертикально капилляр (1) вместе с пробкой в специальном держателе (2) и поместить в прорезь предметного столика микроскопа «Мир-12». Установить капилляр так, чтобы его торец был виден в окуляре.

2. Провести грубую фокусировку посредством вертикального перемещения микроскопа. Для этого предварительно освободи-

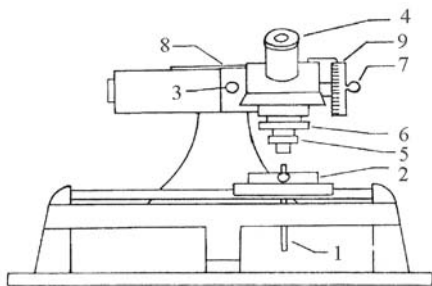


Рис. 2

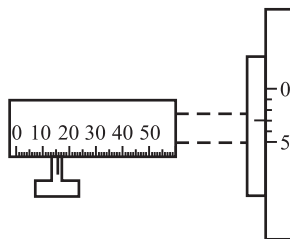


Рис. 3

дуть винт (3), затем вращением оправы (4) навести окуляр на резкость по изображению штриха и шкалы окуляра.

3. Провести точную фокусировку вращением объектива за нижний накатанный пояс (5) и закрепить объектив контргайкой (6).

4. Совместить с помощью микрометрического винта (7) штрих окуляра микроскопа с левым краем внутреннего диаметра капилляра и сделать отсчет по миллиметровой шкале (8) и по барабану винта (9), цена деления которого составляет 0,01 мм. Так, например, показанием микроскопа для случая, приведенного на рис. 3, следует считать 16,03 мм. При измерениях вращать барабан в одну сторону, медленно подводя штрих окуляра к краю капилляра. Если край капилляра окажется пройденным, то вернуться назад на полоборота барабана и подвести штрих окуляра заново.

5. Совместить штрих окуляра с правым краем внутреннего диаметра и также провести отсчет. Разность отсчета для левого и правого краев капилляра даст искомый диаметр.

6. Внутренний диаметр капиллярной трубки измерить по нескольким направлениям сначала на одном, а затем на другом конце трубки. Полученные результаты усреднить.

При проведении измерений необходимо выполнить следующие операции:

1. Плотно вставить капилляр вместе с резиновой пробкой в боковое отверстие сосуда Мариотта и закрыть капилляр резиновой пробкой (6). Налить в сосуд дистиллированную воду и плотно закрыть горловину сосуда пробкой (7) с вставленной в нее трубкой (3) (см. рис. 1).

2. Вращением оправы окуляра (8) микроскопа (4) сфокусировать видимую в поле зрения шкалу. Если шкала расположена не вертикально, повернуть тубус микроскопа. Вращением головки (9) кремальеры стойки установить микроскоп на уровне оси капилляра и, двигая микроскоп по столу, добиться четкого изображения торца капилляра и конца трубки одновременно. Следует учесть, что микроскоп дает перевернутое изображение, поэтому изображение трубки оказывается ниже изображения капилляра.

3. Установить расстояние между центром капилляра и концом трубки, равным 25–30 наименьшим делениям шкалы микроскопа (4). Для этого, возможно, придется изменить высоту микроскопа. Вращением головки (9) установить горизонталь-

ный штрих окуляра на центр капилляра. Произвести отсчет положения оси капилляра по нониусу (10) на стойке микроскопа (4) и записать это показание. Поднимая микроскоп (4), вращением головки (9) установить горизонтальный штрих на конец трубки (3). Произвести отсчет положения конца трубки и записать это показание. Разность отсчетов даст значение h .

4. Снять с капилляра пробку (6), при этом вода начнет вытекать в мензурку (5). Дождаться появления на нижнем конце трубки (3) пузырьков воздуха. После этого в сосуде установится нужное распределение давления и можно приступить к измерению расхода воды.

5. Снять пробку (6) с капилляра и измерить время, в течение которого наполнится мензурка.

6. Осторожно поднять трубку (3) и измерить расход воды Q еще при 4–5 значениях h , повторив операции пунктов 4–6. Примерные значения h в делениях шкалы микроскопа могут быть следующие: $h_1 = 25$, $h_2 = 30$, $h_3 = 35$ и т.д.

Обработка результатов измерений

Изобразить полученные результаты на графике, отложив по оси абсцисс h , а по оси ординат Q . При нарушении ламинарного характера течения разность давлений растет быстрее, чем расход, поэтому для определения коэффициента вязкости η пригоден только прямолинейный участок графика.

Рассчитать тангенс A угла наклона полученной прямой (например, по методу наименьших квадратов) и по формуле (1) определить значение коэффициента вязкости η .

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 1. Механика. – 4-е изд., перераб. – М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 9. Гидродинамика.

§ 9.4. Силы внутреннего трения.

§ 9.5. Ламинарное и турбулентное течения.

§ 9.6. Течение жидкости в круглой трубе.

Задача № 30

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ ПО МЕТОДУ СТОКСА

Цель задачи: определение коэффициента вязкости η жидкости при комнатной температуре по методу Стокса.

Экспериментальный метод

Небольшой твердый шарик падает в вязкой жидкости. Измеряется время движения шарика между двумя метками, нанесенными на сосуд с жидкостью, определяется скорость движения и на основании этих данных рассчитывается коэффициент вязкости.

Вывод расчетной формулы

На шарик, опущенный в жидкость, действуют три силы: сила тяжести mg , сила Архимеда F_A и сила лобового сопротивления F_c . Предполагается, что шарик достаточно мал, поэтому при движении он не возмущает жидкость и не оставляет за собой вихрей. Такой шарик, двигаясь в жидкости, вовлекает в движение прилегающие слои, причем скорость этих слоев тем меньше, чем дальше они находятся от шарика. Таким образом, при вычислении сопротивления среды следует учитывать трение отдельных слоев жидкости между собой, а не трение шарика о жидкость. Для маленького шарика при малых скоростях падения в безграничной жидкости сила сопротивления трения определяется законом Стокса.

Второй закон Ньютона в векторной форме для шарика массы m , падающего в жидкости, запишется в виде

$$ma(t) = mg + F_A + F_c. \quad (1)$$

В проекции на ось, параллельную направлению скорости движения шарика, это уравнение имеет вид

$$ma(t) = 4/3\pi r^3 \rho_{\text{ш}} g - 4/3\pi r^3 \rho_{\text{ж}} g - 6\pi \eta r v(t), \quad (2)$$

где $\rho_{\text{ш}}$ — плотность вещества шарика; $\rho_{\text{ж}}$ — плотность глицерина; $v(t)$ — скорость; $a(t) = dv(t)/dt$ — ускорение шарика.

Как видно, сила тяжести и сила Архимеда — постоянные величины, а сила сопротивления зависит от скорости движения шарика. Определим зависимость $v(t)$ скорости шарика от времени.

Запишем уравнение (2) в виде

$$mdv/dt = F_0 - 6\pi \eta r v(t), \quad (3)$$

где первый член $F_0 = 4/3\pi r^3 g(\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}})$ представляет собой модуль векторной суммы силы тяжести и силы Архимеда и от времени не зависит. Для того чтобы решить дифференциальное уравнение (3), т.е. найти функцию $v(t)$, обращаящую его в тождество, введем новую переменную $V(t)$:

$$V(t) = v(t) - F_0/6\pi\eta r. \quad (4)$$

Второй член в правой части (4) – постоянная величина, поэтому $dV = dv$. Выразим из соотношения (4) скорость шарика $v(t)$ через новую переменную $V(t)$ и подставим в уравнение (3):

$$m dV(t)/dt = -6\pi\eta r V(t). \quad (5)$$

Разделив обе части уравнения (5) на $V(t)$ и умножив на dt , получим

$$dV(t)/V(t) = -6\pi\eta r/m dt. \quad (6)$$

Проинтегрировав левую и правую части уравнения (6) от $V_0 = V(0)$ до $V(t)$ и от 0 до t соответственно и используя формулу для разности логарифмов, имеем

$$\ln V(t)/V_0 = -(6\pi\eta r/m)t,$$

или

$$V(t) = V_0 e^{-6\pi\eta r/m t}, \quad (7)$$

где V_0 – начальное значение переменной $V(t)$ в момент времени $t=0$. Выразив $V(t)$ через прежнюю переменную – скорость шарика $v(t)$ (4) и учитывая выражение для F_0 , запишем формулу (7) в виде

$$v(t) = 2/9 r^2 g/\eta(\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}})(1 - e^{-6\pi\eta r/m t}). \quad (8)$$

Как видно из выражения (8), скорость шарика с течением времени стремится к выражению

$$v_0 = \frac{2r^2}{9\eta} g(\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}}). \quad (9)$$

Движение с постоянной скоростью v_0 называется установившимся.

Ускорение шарика изменяется со временем по закону

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{4\pi r^3}{3m} g(\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}}) e^{-\frac{6\pi\eta r}{m} t}. \quad (10)$$

На рис. 1 представлены графики изменения скорости и ускорения шарика со временем. В начале шарик движется с ускорением, его скорость возрастает, следовательно, возрастает и сила сопротивления, что, в свою очередь, приводит к уменьшению ускорения в соответствии с уравнением (5).

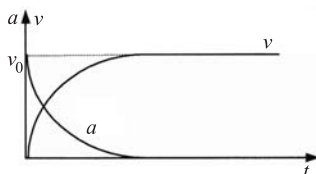


Рис. 1

Из (9) получаем формулу для определения η :

$$\eta = \frac{2 (\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}})}{9} gr^2. \quad (11)$$

Формула (11) не учитывает влияния стенок сосуда на движение шарика, она получена для случая бесконечно протяженной жидкости.

Если шарик падает вдоль оси цилиндрического сосуда, то влияние стенок сосуда радиуса R учитывается поправкой к формуле (11):

$$\eta = \frac{2}{9} gr^2 \frac{\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}}}{v_0 (1 + 24r/R)}. \quad (12)$$

Порядок измерений

В задаче измеряется коэффициент внутреннего трения глицерина, который находится в стеклянном цилиндрическом сосуде, помещенном в сосуд с водой для уменьшения влияния изменения температуры в помещении, так как вязкость жидкости сильно зависит от температуры. Для измерения вязкости глицерина используются маленькие шарики из сплава Вуда¹. Для проведения измерений необходимо выполнить следующие операции:

1. Измерить диаметр шарика с помощью микроскопа с окулярным микрометром. Поместить шарик стеклянной лопаточкой на предметное стекло микроскопа, сделать отсчет положе-

¹ Сплав Вуда (Bi — 50,10%, Pb — 24,90 %, Sn — 14,20 %, Cd — 10,80 %) удобен для использования тем, что обладает сравнительно низкой температурой плавления 70°С.

ния левого и правого концов диаметра шарика, найти их разность в делениях микроскопа и в миллиметрах. Результаты занести в таблицу, приведенную ниже.

2. Осторожно опустить шарик в сосуд с глицерином, как можно ближе к его оси. На цилиндрическом сосуде с глицерином нанесены две круговые метки. Одна – на 5–6 см ниже уровня глицерина, другая – на 20 см ниже верхней. В тот момент, когда шарик проходит верхнюю метку, включить секундомер и выключить его, когда шарик пройдет нижнюю метку. Время движения шарика между метками занести в таблицу.

3. Операции пунктов 1, 2 повторить для 10 шариков.
4. Измерить расстояние l между метками.

Обработка результатов измерений

Для каждого шарика определить установившуюся скорость движения $v_0 = l/t$ и по формуле (11) или (12) рассчитать коэффициент вязкости. Результаты свести в таблицу, рассчитать погрешность для η .

№ п/п	Отсчет по шкале микроскопа		Диаметр шарика, мм	Время падения, с	Скорость падения, м/с	Вязкость, Па·с	Погрешность
	слева, дел.	справа, дел.					
1							
2							
3							
...							
10							
Цена деления микроскопа – ..., плотность жидкости – ..., плотность материала шарика – ..., радиус внутреннего сосуда – ..., расстояние l между метками – Среднее значение коэффициента вязкости η –							

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 1. Механика. – 4-е изд., перераб. – М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 9. Гидродинамика.

§ 9.4. Силы внутреннего трения.

§ 9.5. Ламинарное и турбулентное течения.

§ 9.7. Движение тел в жидкостях и газах.

Задача № 31

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЯЗКОСТИ ВОЗДУХА ПО СКОРОСТИ ИСТЕЧЕНИЯ ЧЕРЕЗ КАПИЛЛЯР

Цель задачи: определение коэффициента динамической вязкости η воздуха в интервале температур 20–100°C по скорости его истечения через капилляр.

Экспериментальный метод

Воздух накачивается в сосуд до давления, превышающего атмосферное на некоторую величину $\Delta P_{\text{нач}}$, а затем постепенно выходит из сосуда в атмосферу через трубку малого диаметра – капилляр. При этом разность ΔP давления в сосуде и атмосферного давления уменьшается с течением времени. Фиксируются значения времени t , при которых достигаются определенные разности давлений ΔP . Коэффициент вязкости η рассчитывается через тангенс угла наклона прямой, соответствующей линейному участку зависимости $\ln(\Delta P/\Delta P_{\text{нач}})$ от t . Расчетные формулы выводятся для небольших по сравнению с атмосферным давлением значений ΔP .

Вывод расчетной формулы

При проведении эксперимента воздух вытекает из сосуда объемом V_0 через капилляр длины L_0 и диаметра D_0 в атмосферу. Запишем уравнение состояния для воздуха в этом сосуде:

$$PV_0 = \frac{m}{\mu} RT, \quad (1)$$

где μ – молярная масса воздуха; m – масса воздуха в сосуде; R – универсальная газовая постоянная ($R = 8,314$ Дж/моль·К).

Считая температуру воздуха в сосуде постоянной, для производной dP/dt давления по времени можно записать:

$$\frac{dP}{dt} = \frac{RT}{V_0\mu} \frac{dm}{dt} = -\frac{RT}{V_0\mu} M, \quad \text{где } M = -dm/dt. \quad (2)$$

Знак «–» в этом соотношении показывает, что с течением времени количество воздуха в сосуде уменьшается. Расход воздуха $M = -dm/dt$ при его ламинарном стационарном течении определяется формулой Пуазейля, в которой $\Delta P = P - P_0$ – разность давлений на концах капилляра, L_0 – длина капилляра; R_0 – его радиус. Плотность воздуха $\rho = m/V_0$ можно выразить из уравнения состояния (1):

$$\rho = \frac{m}{V_0} = \frac{P\mu}{RT}. \quad (3)$$

Из соотношений (3), формулы Пуазейля и (2) учитывая, что $R_0 = D_0/2$, $dP = d(\Delta P)$, получаем дифференциальное уравнение

$$\frac{dP}{dt} = -\frac{\pi D_0^4 P \Delta P}{128 \eta L_0 V_0}. \quad (4)$$

Его можно упростить, принимая во внимание, что разность давлений ΔP мала по сравнению с атмосферным давлением. Примем стоящее в правой части уравнения (4) давление в сосуде $P = P_0 + \Delta P$ равным некоторому среднему значению $\langle P \rangle$ за время проведения эксперимента, разделим переменные в полученном линейном уравнении и преобразуем его левую часть:

$$\frac{d(\Delta P)}{\Delta P} = -\frac{\pi \langle P \rangle D_0^4}{128 \eta L_0 V_0} dt, \\ d \ln(\Delta P) = A dt. \quad (5)$$

Постоянная A дается выражением

$$A = -\frac{\pi \langle P \rangle D_0^4}{128 \eta L_0 V_0}.$$

Интегрируя левую часть уравнения (5) в пределах от $\ln(\Delta P_{\text{нач}})$ до $\ln(\Delta P)$, а правую в пределах от 0 до t и используя формулу для разности логарифмов, получим

$$\ln(\Delta P / \Delta P_{\text{нач}}) = A t.$$

Введем обозначения: $Y = \ln(\Delta P / \Delta P_{\text{нач}})$, $X = t$. Тангенс A угла наклона прямой

$$Y = A X \quad (6)$$

позволяет определить значение коэффициента вязкости η по формуле

$$\eta = -\frac{\pi \langle P \rangle D_0^4}{128 |A| L_0 V_0}, \quad (7)$$

где $|A|$ – абсолютное значение углового коэффициента A прямой.

Порядок измерений

Задача может выполняться на лабораторных комплексах ЛКТ-2 (при различных температурах), ЛКТ-5 и ЛКТ-10 (при комнатной температуре). Измерения на каждом комплексе рекомендуется проводить вдвоем: один человек фиксирует и диктует показания электронных часов, второй их записывает. Электронные часы предназначены для измерения интервалов време-

ни с разрешением 0,01 с и управляются тремя кнопками. Кнопка «MODE» – выбор режима работы. В режиме «секундомер» мигает надпись «SUN ... SAT» в верхней части дисплея. Кнопка «ADVANCE» в режиме «секундомер» запускает и останавливает отсчет времени. Если не сбрасывать отсчеты, то происходит суммирование измеряемых интервалов времени. Кнопка «SET», нажатая в процессе отсчета времени, фиксирует показания дисплея, но не останавливает отсчет времени. При повторном нажатии этой кнопки показания дисплея будут соответствовать продолжающемуся отсчету времени. Кнопка «SET», нажатая при остановленном отсчете времени (после нажатия кнопки «ADVANCE»), сбрасывает (обнуляет) отсчет и показания дисплея. В некоторых моделях электронных часов средняя кнопка «Δ Δ» объединяет функции «SET» и «ADVANCE», при этом нажатие на левый край кнопки «Δ Δ» соответствует «SET», на правый – «ADVANCE».

ЛКТ-5. Все элементы комплекса размещены в каркасе, состоящем из передней панели и двух боковин. Органы управления вынесены на переднюю панель, на которой нанесена схема соединений элементов комплекса (рис. 1).

Основной элемент комплекса – баллон объемом 3,0 л, который находится за передней панелью (на рис. 1 не показан). Баллон снабжен краном К3 (1), рукоятка которого выведена на панель прибора. В целях безопасности на баллон в рабочем состоянии надет мешок из плотной ткани. За передней панелью

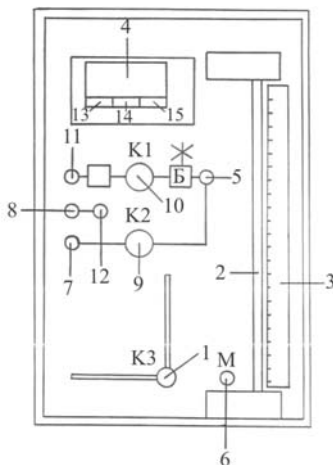


Рис. 1

установлен осушитель (стеклянный баллончик с силикагелем), удерживаемый пружиной.

Дифференциальный водяной манометр (2) состоит из нижнего и верхнего бачков, соединенных прозрачной трубкой. Вблизи трубки расположена линейка (3), по которой отсчитывается уровень жидкости в пределах от 0 до 22 см с разрешением 1 мм.

При проведении измерений на ЛКТ-5 необходимо выполнить следующие операции:

1. Ознакомиться с работой электронных часов (4) и установить режим «секундомер» кнопкой «MODE». В этом режиме на экране дисплея мигает надпись «SAN ... SAT».

2. Собрать пневматическую схему для проведения эксперимента.

2.1. Соединить баллон (штуцер (5)) с водяным манометром (штуцер М(6)) силиконовым шлангом.

2.2. Соединить выход баллона (штуцер (7)) с капилляром (8) или (12) силиконовым шлангом.

2.3. Присоединить резиновую грушу к штуцеру (11).

3. Убедиться, что уровень воды в манометре соответствует нулевой отметке шкалы при открытом баллоне (вертикальном положении «ОТКР» крана К3 (1)). В случае необходимости корректировки уровня обратиться к лаборанту.

4. Закрыть баллон краном К3 (1), поставив его в горизонтальное положение «ЗАКР».

5. Накачать воздух в баллон.

5.1. Закрыть кран К2 (9) вращением ручки на панели по часовой стрелке до упора. При этом перекрывается выход баллона через капилляр.

5.2. Открыть входной кран К1 (10), повернув его на несколько оборотов против часовой стрелки.

5.3. Накачать воздух в баллон резиновой грушей через штуцер (11), следя за показаниями манометра и медленно повышая давление в баллоне до значения 200–220 мм водяного столба по отношению к атмосферному давлению. Перекрыть кран К1 (10), вращая его ручку по часовой стрелке до упора, и выждать 1–2 мин. Показания манометра не должны заметно изменяться со временем.

6. Снять зависимость давления в баллоне от времени.

6.1. Остановить секундомер кнопкой «ADVANCE» и сбросить его показания кнопкой «SET». На экране должно появиться значение «0-0000».

6.2. Открыть кран К2 (9), при этом воздух начнет выходить из баллона через капилляр в атмосферу и показания манометра (2) будут уменьшаться. При подходе давления к выбранному значению $\Delta P_{\text{нач}}$ (можно взять $\Delta P_{\text{нач}} = 160\text{--}180$ мм водяного столба) включить секундомер кнопкой «ADVANCE».

6.3. При достижении столбиком манометра первого заданного значения ΔP (см. таблицу в разделе «Обработка результатов измерений») зафиксировать показания секундомера кнопкой «SET» и записать их в таблицу, затем снова нажать «SET», зафиксировать второе значение и т.д. Всего необходимо зафиксировать 8–10 значений давления и соответствующих значений времени.

7. Повторить последовательность операций пунктов 5, 6 не менее пяти раз сначала для капилляра (8), а затем для капилляра (12), предварительно соединив его с выходом баллона (штуцер (7)) силиконовым шлангом.

При использовании капилляра с большим значением радиуса давление в баллоне падает довольно быстро, поэтому можно не фиксировать показания секундомера для разности давлений $\Delta P > 150$ мм водяного столба.

При скачкообразном изменении показаний манометра во время истечения воздуха через капилляр повторить опыт, предварительно несколько раз повысив и сбросив давление в манометре при помощи резиновой груши.

ЛКТ-2. Элементы комплекса ЛКТ-2 размещены в трех ярусах каркаса (рис. 2). Нижний ярус – служебный. В него встроены приборы и размещаются блоки, неиспользуемые в данный момент, и ящики для принадлежностей, которые вдвигаются в каркас по направляющим. В среднем ярусе размещены компрессор, блок баллонов и некоторые функциональные модули. Нужные для работы блоки устанавливаются вертикально в среднем ярусе на штырях двух балок, ограничивающих рабочую зону сверху и снизу. Блоки закрепляются гайками, навинчивающимися на штыри.

На задней стенке установлены розетки электропитания (сеть 220 В). На правой боковине (с внутренней стороны) имеется клемма заземления.

Верхний ярус каркаса – полка, на которой размещается дополнительное оснащение.

Компрессор (1) предназначен для создания потока воздуха с напором до 30 кПа и расходом до 90 мл/с. Компрессор снабжен

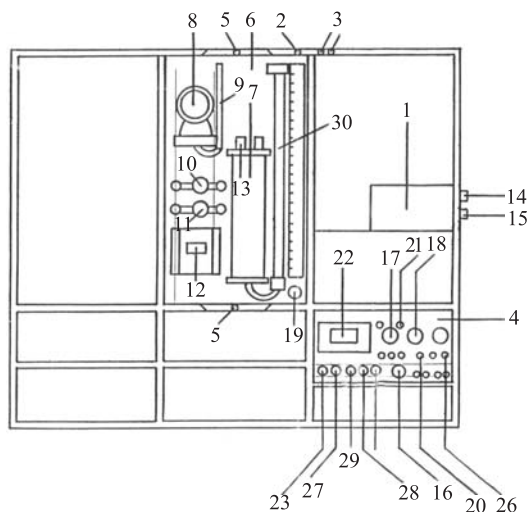


Рис. 2

балластным объемом 0,65 л для сглаживания пульсаций давления. Сушитель представляет собой баллончик с силикагелем, удерживаемый пружиной. После балластного объема и осушителя воздух поступает на штуцер, установленный на передней верхней балке каркаса и обозначенный (2).

Два блока баллонов содержат по два баллона объемом 1,06 л каждый. Выходы блоков выведены на штуцеры на верхней передней балке каркаса и обозначены (3).

Измерительная система ИСТ-2 (4) занимает одну секцию нижнего этажа каркаса. Она служит для электропитания нагревателей, управления температурой изучаемых объектов (в частности, термостатирования) и т.д. Измерение температуры осуществляется при помощи датчиков, представляющих собой полупроводниковые диоды. При протекании через диод фиксированного тока в прямом направлении напряжение на нем практически линейно зависит от температуры. Система ИСТ-2 задает ток и измеряет напряжение на диоде, а затем преобразует это напряжение так, чтобы показания цифрового индикатора давали значения температуры с разрешением $0,1^{\circ}\text{C}$.

Перед проведением измерений на комплексе ЛКТ-2 должен быть установлен вертикально на штырях и закреплен гайками (5) блок «ГАЗ – ЖИДКОСТЬ» (6). На нем расположены реометр (7) – устройство для измерения расхода газа, манометр (8)

на 300 мм рт. ст. (40 кПа) с разветвителем (9), два крана (10) и (11) со штуцерами и электронные часы (12). Рабочие баллоны (3) соединяются с капилляром (13), разветвителем манометра (9) и выходом компрессора (2) силиконовыми шлангами. Схема приводится в приложении к установке. Сборка схемы выполняется лаборантом.

При проведении измерений на ЛКТ-2 необходимо выполнить следующие операции:

1. Ознакомиться с устройством комплекса и расположением его основных узлов (компрессора, измерительной системы ИСТ-2 и пр.).

2. Ознакомиться с работой электронных часов (12) и установить режим «секундомер» кнопкой «MODE». В этом режиме на экране дисплея мигает надпись «SAN ... SAT». В модели секундомера на ЛКТ-2 средняя кнопка « $\Delta \Delta$ » объединяет функции «SET» и «ADVANCE». Нажатие на левый край кнопки « $\Delta \Delta$ » соответствует «SET», на правый – «ADVANCE».

3. Накачать воздух в баллоны.

- 3.1. Закрыть кран (11), вращая его по часовой стрелке до упора, при этом перекрывается выход баллонов через капилляр.

- 3.2. Открыть кран (10), вращая его против часовой стрелки на несколько оборотов, при этом баллоны соединяются с компрессором.

- 3.3. Поставить регулятор (14) компрессора в крайнее положение, вращая его против часовой стрелки до упора, обеспечить минимальный начальный напор воздуха. Включить компрессор тумблером (15) и, следя за показаниями манометра, накачать в баллоны воздух до давления приблизительно 180–200 мм рт. ст. При необходимости увеличить мощность работы компрессора регулятором (14).

- 3.4. Закрыть кран (10) и выключить компрессор. Показания манометра не должны меняться с течением времени.

4. Снять зависимость давления в баллонах от времени.

- 4.1. Остановить секундомер кнопкой «ADVANCE» (нажатием на правый край кнопки « $\Delta \Delta$ ») и сбросить его показания кнопкой «SET» нажатием на левый край кнопки « $\Delta \Delta$ »). На экране должно появиться значение «0-0000».

- 4.2. Открыть кран (11), при этом воздух начнет выходить из баллонов через капилляр в атмосферу и показания манометра (8) будут уменьшаться. При подходе давления к выбранному значению $\Delta P_{\text{нач}}$ (можно взять $\Delta P_{\text{нач}} = 160$ мм рт. ст.) включить секундо-

мер кнопкой «ADVANCE» (нажатием на правый край кнопки « $\Delta \Delta$ »).

4.3. При достижении столбиком манометра первого заданного значения ΔP (140 мм. рт. ст., см. таблицу в разделе «Обработка результатов измерений») зафиксировать показания секундомера кнопкой «SET» (нажатием на левый край кнопки « $\Delta \Delta$ ») и записать их в таблицу, затем снова нажать «SET», зафиксировать второе значение и т.д. Всего необходимо зафиксировать 8–10 значений давления и соответствующих значений времени.

5. Операции пунктов 3–4 проделать не менее пяти раз сначала при комнатной температуре, а затем при температуре 60–100°C. Для того чтобы нагреть воздух в полости реометра, необходимо:

5.1. Соединить кабелем гнездо (15) нагревателя реометра с гнездом (16) измерительной системы ИСТ-2.

5.1. Включить измерительную систему ИСТ-2 тумблером (19).

5.2. Задать требуемую температуру регулятором «ТЕМПЕРАТУРА» (17) и напряжение нагревателя примерно 14–16 В регулятором «НАГРЕВ» (18) (напряжение контролируется по цифровому индикатору (22) при нажатой кнопке (28)).

5.3. Включить нагреватель тумблером (20). При достижении заданной температуры система перейдет в режим термостатирования и загорится красный индикатор (21). После этого можно проводить измерения. Значение температуры в градусах Цельсия считывается с цифрового индикатора (22) при нажатой кнопке (23).

По окончании измерений выключить нагреватель и питание измерительной системы ИСТ-2.

ЛКТ-10. Элементы комплекса ЛКТ-10 (баллоны, весы, манометр) смонтированы на плите-основании (рис. 3). При проведении измерений на ЛКТ-10 необходимо выполнить следующие операции:

1. Ознакомиться с работой электронных часов и установить режим «секундомер» кнопкой «MODE». В этом режиме на экране дисплея мигает надпись «SAN ... SAT». В модели секундомера на ЛКТ-10 средняя кнопка « $\Delta \Delta$ » объединяет функции «SET» и «ADVANCE». Нажатие на левый край кнопки « $\Delta \Delta$ » соответствует «SET», на правый – «ADVANCE».

2. Соединить силиконовыми шлангами при помощи тройников (6) баллон (1), резиновую грушу (3), манометр (4) и капилляр (5) так, как показано на рис. 3.

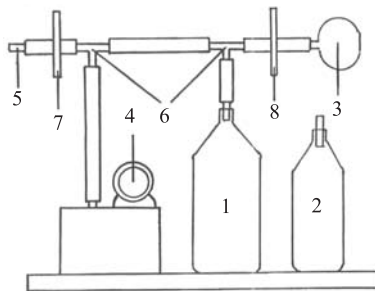


Рис. 3

3. Перекрыть капилляр зажимом (7), накачать в баллон воздух до разности давлений $\Delta P_{\text{нач}} \approx 180\text{--}200$ мм рт. ст., перекрыть зажимом (8) шланг от резиновой груши.

4. Снять зависимость давления в баллоне от времени.

4.1. Остановить секундомер кнопкой «ADVANCE» (нажатием на правый край кнопки « $\Delta \Delta$ ») и сбросить его показания кнопкой «SET» (нажатием на левый край кнопки « $\Delta \Delta$ »). На экране должно появиться значение «0-0000».

4.2. Открыть капилляр, ослабив зажим (7), при этом воздух начнет выходить из баллона через капилляр в атмосферу и показания манометра (4) будут уменьшаться. При подходе давления к выбранному значению $\Delta P_{\text{нач}}$ (можно взять $\Delta P_{\text{нач}} = 160$ мм рт. ст.) включить секундомер кнопкой «ADVANCE» (нажатием на правый край кнопки « $\Delta \Delta$ »).

4.3. При достижении столбиком манометра первого заданного значения ΔP (см. таблицу в разделе «Обработка результатов измерений») зафиксировать показания секундомера кнопкой «SET» (нажатием на левый край кнопки « $\Delta \Delta$ ») и записать их в таблицу, затем снова нажать «SET», зафиксировать второе значение и т.д. Всего необходимо зафиксировать 8–10 значений давления и соответствующих значений времени.

5. Операции пунктов 3–4 проделать не менее пяти раз.

Обработка результатов измерений

Примерный вид таблицы, в которую заносятся экспериментальные данные, может быть следующим:

Капилляр $L_0 = \dots$ мм, $D_0 = \dots$ мм, Баллон $V_0 = \dots$ л, Температура $T = \dots$ К.

Диаметр D_0 и длина L_0 используемых капилляров, а также объем баллонов V_0 приводятся в приложении к экспериментальной установке. Для обработки результатов необходимо:

мм вод. ст. (ЛКТ-5)	ΔP мм рт. ст. (ЛКТ-2, ЛКТ-10)	t_1 (мин-с)	t_2	t_3	t_4	t_5	$\langle t \rangle$	$\ln(\Delta P/\Delta P_{нач})$
160 $(\Delta P_{нач})$	160	0-00,00	0
140	140							
120	120							
100	100							
80	80							
70	70							
60	60							
50	50							
40	40							
...	...							
Угловой коэффициент (тангенс наклона) $A = \dots$,								
Коэффициент вязкости $\eta = \dots$ (Па-с)								

1) для каждого значения ΔP найти среднее значение времени $\langle t \rangle = \sum t_n/n$, при котором оно достигалось ($n = 5$);

2) построить график зависимости $\ln(\Delta P/\Delta P_{нач})$ от времени $\langle t \rangle$;

3) выделить линейные участки графика, определить область ламинарного течения воздуха. Для данных, снятых при давлениях $P \leq 200$ мм рт. ст. (на установках ЛКТ-2 и ЛКТ-10), линейных участков будет два. Один из них соответствует турбулентному течению воздуха (для значений ΔP , превышающих приблизительно 100 мм рт. ст.), а другой – ламинарному (для более низких перепадов давления). Точка излома графика будет соответствовать изменению типа течения (рис. 4);

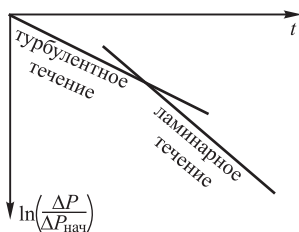


Рис. 4.

4) рассчитать коэффициент вязкости η по формуле (7) через тангенс A угла наклона прямой, соответствующей участку ламинарного течения;

5) сравнить значения коэффициента вязкости, полученные при разных температурах, объяснить результат (для данных, снятых на установке ЛКТ-2).

Расчет углового коэффициента A можно провести методом наименьших квадратов.

Рассчитать среднее давление $\langle P \rangle = P_0 + \langle \Delta P \rangle$ в баллоне можно, например, следующим образом. Пусть ламинарный характер течения газа по капилляру соответствует разностям давлений, лежащим в интервале от ΔP_L до последнего измеренного значения ΔP_N . Этим значениям $\Delta P_L, \Delta P_L + 1, \Delta P_L + 2, \dots, \Delta P_N$ соответствуют средние значения времени $\langle t \rangle_L, \langle t \rangle_L + 1, \langle t \rangle_L + 2, \dots, \langle t \rangle_N$ (см. таблицу). Тогда для $\langle P \rangle$ можно записать:

$$\langle \Delta P \rangle = \left\{ \Delta P_L \frac{\langle t \rangle_{L+1} - \langle t \rangle_L}{2} + \Delta P_{L+1} \frac{\langle t \rangle_{L+2} - \langle t \rangle_L}{2} + \Delta P_{L+2} \frac{\langle t \rangle_{L+3} - \langle t \rangle_{L+1}}{2} + \dots \right. \\ \left. \dots + \Delta P_N \frac{\langle t \rangle_N - \langle t \rangle_{N-1}}{2} \right\} \frac{1}{\langle t \rangle_N - \langle t \rangle_L}.$$

Литература

1. Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 3. Молекулярная физика и термодинамика. – 4-е изд., перераб. – М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 7. Физическая кинетика.

§ 7.5. Вязкость газов.

2. Белов Д. В. Механика. – М.: Физический факультет МГУ, НЭВЦ ФИПТ, 1998.

§ 29. Движение вязкой жидкости.

Задача № 32

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ВОЗДУХА

Цель задачи: определение коэффициента теплопроводности воздуха κ методом нагретой нити.

Экспериментальный метод

Исследуемый газ (воздух) заполняет пространство внутри цилиндрической трубки, по оси которой натянута металлическая нить. Через нить пропускается электрический ток, при этом в соответствии с законом Джоуля—Ленца выделяется тепло и воздух в трубке нагревается. Коэффициент теплопроводности κ можно рассчитать, зная мощность нагрева W и разность температур нити и корпуса $T - T_{\kappa}$.

Вывод расчетной формулы

Перенос тепла от более нагретой части какого-либо тела к менее нагретой может осуществляться тремя способами: теплопроводностью, конвекцией и лучеиспусканием. В случае передачи тепла путем теплопроводности количество тепла dQ , проходящее за время dt через площадку dS , перпендикулярную к направлению, в котором существует градиент температуры dT/dx , будет равно

$$dQ = -\kappa \frac{dT}{dx} dS dt, \quad (1)$$

где κ — коэффициент теплопроводности, зависящий от свойств вещества.

Уравнение (1) — эмпирическое уравнение теплопроводности. Его называют также законом Фурье.

Если нить нагреть током, а температуру стенок трубки поддерживать постоянной, то в направлении радиуса трубки возникает градиент температуры. Через любую коаксиальную с нитью поверхность радиуса r за единицу времени пройдет количество тепла

$$Q = -\kappa 2\pi r L \frac{dT}{dr}, \quad (2)$$

где L — длина нити.

Для стационарного процесса Q — величина постоянная. Разделим переменные в полученном уравнении:

$$\frac{Q}{r} dr = -\kappa 2\pi L dT.$$

Интегрируя левую часть в пределах от d до D , правую в пределах от T_k до T и используя свойства логарифмов, для коэффициента теплопроводности получим

$$\kappa = \frac{Q}{2\pi L} \cdot \frac{\ln \frac{D}{d}}{T - T_k}, \quad (3)$$

где D – диаметр трубки; d – диаметр нити; T и T_k – соответственно температуры нити и корпуса трубки.

Температуру трубки T_k можно определить с помощью датчика температуры, ввернутого в корпус. Температуру нити T определяют по изменению ее электрического сопротивления при нагревании. В области применяемых температур сопротивление металлической нити R растет с температурой по линейному закону

$$R = R_0(1 + \alpha T), \quad (4)$$

где R_0 – сопротивление нити при 0°C ; α – температурный коэффициент сопротивления материала нити.

Измерив сопротивление нити R_1 до нагревания при начальной температуре T_1 (т.е. температура равна температуре корпуса) и сопротивление R при искомой температуре T и зная температурный коэффициент сопротивления вещества нити α , получим

$$T = T_1 + \frac{R - R_1}{R_1} \cdot \frac{1 + \alpha T_1}{\alpha}. \quad (5)$$

Считая, что все выделяемое идущим по нити током тепло переносится путем теплопроводности, по установившейся разности температуры T нити и температуры T_k корпуса определяют коэффициент теплопроводности воздуха:

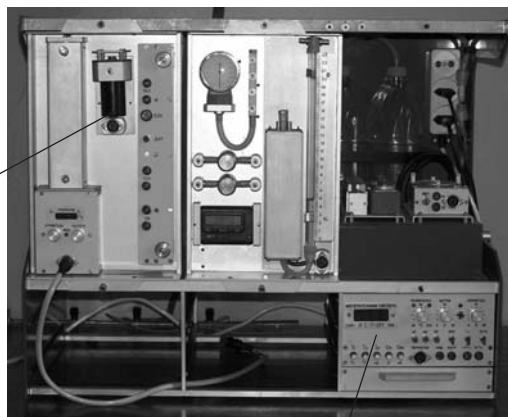
$$\kappa = \frac{W}{2\pi L} \cdot \frac{\ln \frac{D}{d}}{T - T_k}, \quad (6)$$

где W – мощность нагревания нити.

Порядок измерений

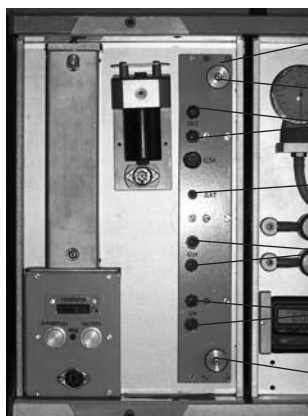
Работа выполняется на универсальном лабораторном комплексе ЛКТ-2, который позволяет проводить измерения различных процессов в газах. Общий вид установки представлен на рис. 1а. При выполнении данной работы используются: экспериментальный модуль (рис. 1б), измерительная система ИСТ-2М, соединительные провода.

Экспери-
ментальный
модуль

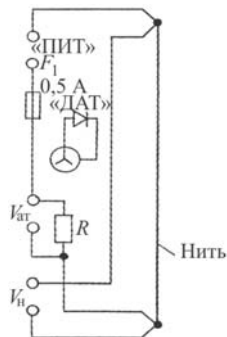


Измерительная
система ИСТ-2М

a



Корпус
цилиндрического
канала
Пробка
Гнезда «ПИТ»
Гнездо датчика
температуры
Гнезда « $U_{ЭТ}$ »
Гнезда « U_H »
Пробка



б

б



з

Рис. 1

В корпусе экспериментального модуля на передней панели расположен цилиндрический канал (трубка), внутри которого по оси трубки натянута металлическая нить из сплава на основе никеля. Канал закрыт пробками. Схема соединений нити показана на рис. 1в. Нить подключена к гнездам « U_n » на панели модуля. Последовательно с нитью включен эталонный резистор R_0 , подключенный к гнездам « $U_{ст}$ ». К гнездам «ПИТ» подключают источник питания измерительной системы ИСТ-2М. С помощью мультиметра (рис. 2) поочередно измеряют напряжение на нити и на эталонном резисторе, из чего определяют сопротивление нити R и выделившуюся в ней тепловую мощность W . По сопротивлению нити определяют ее температуру T . Температуру корпуса T_k измеряют с помощью датчика температуры, ввернутого в корпус (гнездо «ДАТ»).

При проведении измерений необходимо выполнить следующие операции:

1. Собрать электрическую схему.

1.1. Включить источник питания в схему соединений нити. Для этого к гнездам «ПИТ» экспериментального модуля с помощью соединительных проводов подсоединить источник питания измерительной системы (гнезда «НАГР» и «ОБЩ» на передней панели измерительной системы ИСТ-2М (см. рис. 1г));

1.2. Датчик температуры корпуса (гнездо «ДАТ» на панели модуля) с помощью соединительного провода подключить к гнезду «Д₁» измерительной системы ИСТ-2М. Нажать кнопку «Т₁». Температура корпуса T_k в °С будет высвечиваться на цифровом индикаторе.

1.3. Гнезда « $U_{ст}$ » и « U_n » панели модуля служат для измерения напряжения U_0 на эталонном резисторе и напряжения U_n на нити. В процессе выполнения работы к ним поочередно подключается мультиметр. При измерениях напряжения пределы измерений мультиметра следует выбирать так, чтобы показания имели не менее трех значащих цифр.

2. С помощью мультиметра измерить сопротивление эталонного резистора R_0 (гнезда « $U_{ст}$ » модуля).

3. С помощью цифрового индикатора на передней панели измерительной системы ИСТ-2М измерить начальную температуру корпуса и нити T_1 .

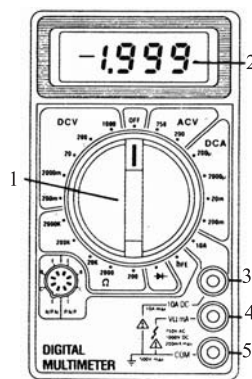


Рис. 2

4. Тумблером «ВКЛ» на измерительной панели ИСТ-2М включить питание нагревателя.

5. Подсоединив измерительные провода мультиметра к гнездам « U_n » панели модуля вращением ручки «НАГРЕВ» измерительной панели, установить необходимое значение напряжения нити U_n . Величина U_n высвечивается на панели мультиметра. Для данного значения U_n с помощью мультиметра измерить напряжение на эталонном резисторе U_0 и с помощью цифрового индикатора измерительной панели ИСТ-2М температуру корпуса T_k .

6. Провести измерения для минимального значения U_0 , а затем порядка 8–10 измерений для различных значений U_0 в диапазоне 1000–4000 мВ. Результаты занести в таблицу.

U_n , мВ	U_0 , мВ	I , мА	R , Ом	W , Вт	T , °С	T_k , °С	κ , Вт/(м·К)
Диаметр нити $d = \dots$, диаметр канала $D = \dots$, длина нити $L = \dots$, температурный коэффициент сопротивления нити $\alpha = \dots$.							

Ток I в нити определяют по формуле: $I = U_0 / R_0$.

Сопротивление R нити: $R = U_n / I$.

Мощность нагревания W нити: $W = I^2 R$.

Температуру нити определить по формуле (5), коэффициент теплопроводности воздуха – по формуле (6).

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 3. Молекулярная физика и термодинамика. – 4-е изд., перераб. – М.: Наука, Физматлит, 1998.

Глава 7. Физическая кинетика.

§ 7.4. Теплопроводность газов.

РАЗДЕЛ 2

ПОВЕРХНОСТНОЕ НАТЯЖЕНИЕ ЖИДКОСТЕЙ

Основные понятия и соотношения

Существуют два эквивалентных определения коэффициента поверхностного натяжения жидкости σ :

1) как величины, численно равной коэффициенту пропорциональности в соотношении между поверхностной энергией W и площадью поверхности S :

$$W = \sigma S \quad (1)$$

(другими словами, как поверхностной энергии, отнесенной к единице площади);

2) как величины, численно равной коэффициенту пропорциональности в соотношении между силой поверхностного натяжения F , действующей на некотором отрезке любой линии на поверхности жидкости и длиной отрезка l :

$$F = \sigma l \quad (2)$$

(другими словами, как силы поверхностного натяжения, отнесенной к единице длины. Эта сила касательна к поверхности и направлена перпендикулярно к рассматриваемому элементу линии).

Опыт и наблюдения показывают, что поверхностный слой жидкости по своим свойствам во многом напоминает растянутую эластичную пленку. В том и другом случае действуют поверхностные силы: в одном случае – силы поверхностного натяжения, в другом – силы упругости. Те и другие силы представляют собой силы сцепления, действующие со стороны одной части слоя (пленки) на другую, и обусловлены взаимным притяжением молекул, находящихся по разные стороны линии, разделяющей обе части (рис. 1).

Всякая изогнутая (выпуклая или вогнутая) растянутая упругая пленка, ограниченная плоским контуром, стремится выпрямиться, стать плоской. Так же ведет себя и поверхностный слой жидкости. Будучи по каким-либо причинам изогнутым, он оказывает на жидкость большее давление, чем давление, которое испытывает жидкость с плоской поверхностью. В последнем случае силы поверхностного натяжения направлены вдоль по-

верхности и не создают дополнительно-го давления — давление под поверхностью равно внешнему давлению P_0 . Если поверхность жидкости искривлена, давление под поверхностью будет отличаться от внешнего давления: давления по разные стороны поверхности оказываются различными. В случае выпуклой поверхности (рис. 2а) дополнительное давление прибавляется к давлению, которое испытывает жидкость под плоской поверхностью, т.е. является положительным. В случае вогнутой поверхности (рис. 2б) давление, испытываемое жидкостью, будет меньше, чем под плоской поверхностью, т.е. дополнительное давление является отрицательным.

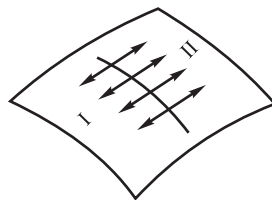


Рис. 1

Величина дополнительного давления ΔP зависит от степени искривленности поверхности и определяется формулой Лапласа:

$$\Delta P = \sigma \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right), \quad (3)$$

где r_1 и r_2 — радиусы кривизны поверхности для двух взаимно перпендикулярных сечений.

В случае когда поверхность жидкости представляет собой часть сферы радиуса r , выполняется равенство $r_1 = r_2 = r$ и

$$\Delta P = \frac{2\sigma}{r}. \quad (4)$$

Формула (4) определяет избыточное давление в каплях сферической формы и в пузырьках газа, находящихся внутри жидкости. В обоих случаях избыточное давление направлено к центру кривизны сферы (рис. 3). Величина давления, как следует из

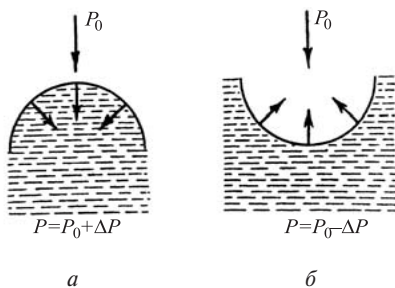


Рис. 2

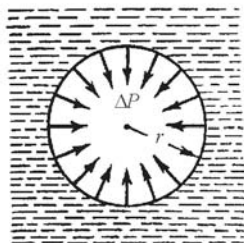


Рис. 3

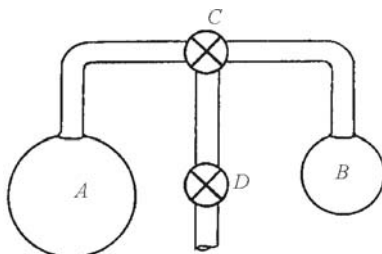


Рис. 4

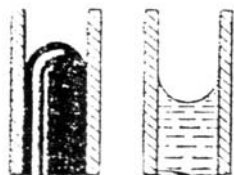
формулы (3), тем больше, чем меньше радиус сферы. Эту зависимость хорошо иллюстрирует опыт, схематически изображенный на рис. 4. На концах стеклянной трубки выдуваются два мыльных пузыря *A* и *B* разных размеров. Краны *C* и *D* позволяют выдувать оба пузыря отдельно и затем сообщать их друг с другом (при закрытом кране *D*). При сообщении пузырей воздух в меньшем пузыре окажется под большим давлением и начнет по трубке перетекать в больший пузырь. В результате малый пузырь будет становиться все меньше, пока полностью не стянется, большой же пузырь будет увеличиваться, поглощая маленький.

Дополнительное давление ΔP , обусловленное силами поверхностного натяжения, внутри мыльного пузыря может быть найдено по формуле (4), при этом необходимо учесть вклады, создаваемые внешней и внутренней стенками пузыря, поэтому полное дополнительное давление внутри пузыря равно $4\sigma/r$.

Наличие сил поверхностного натяжения приводит к поднятию жидкости в трубках малого сечения — капиллярах. Такое явление происходит, например, при соприкосновении жидкости с пористыми телами, имеющими большое число узких, незаметных каналов (промокание тканей, поднятие воды в почве или керосина по фитилю и т.д.). Форма поверхности жидкости в капилляре — мениск — может быть выпуклой и вогнутой (рис. 5а, 5б) соответственно при несмачивании и смачивании жидкостью поверхности капилляра. При полном смачивании (рис. 5б) можно считать, что радиус кривизны мениска совпадает с внутренним радиусом трубки r . Гидростатическое давление столба жидкости уравнивается дополнительным давлением, обусловленным силами поверхностного натяжения, поэтому

$$\Delta P = 2\sigma/r = \rho gh. \quad (5)$$

Из этого соотношения видно, что высота поднятия жидкости в капилляре при прочих равных условиях тем больше, чем уже капилляр (рис. 6).



a

б

Рис. 5

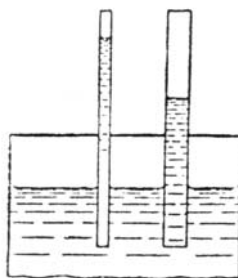


Рис. 6

Задача № 33

ИЗМЕРЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ С ПОМОЩЬЮ ПРИБОРА РЕБИНДЕРА

Цель задачи: определение зависимости коэффициента поверхностного натяжения σ спиртового раствора от концентрации при комнатной температуре.

Экспериментальный метод

Метод максимального давления в пузырьке, используемый в задаче, основан на измерении максимального давления при образовании воздушного пузырька, выдавливаемого из капиллярного кончика в жидкость. Коэффициент поверхностного натяжения σ рассчитывается с помощью формулы Лапласа.

На рис. 1 показан простейший вариант прибора, позволяющего реализовать идею метода. Нажатием на резиновую грушу создается повышенное давление (по сравнению с атмосферным) внутри трубки, кончик которой соприкасается с поверхностью жидкости, находящейся при атмосферном давлении. В результате воздушный столбик прогибает поверхность жидкости, что, в свою очередь, вызывает появление дополнительного давления, направленного вверх и уравнивающего (при медленном процессе) избыток давления в трубке. Разность давлений измеряется жидкостным манометром. Как видно из рис. 2, по мере увеличения разности давлений возникающий на кончике трубки воздушный пузырек увеличивается, но его радиус вначале

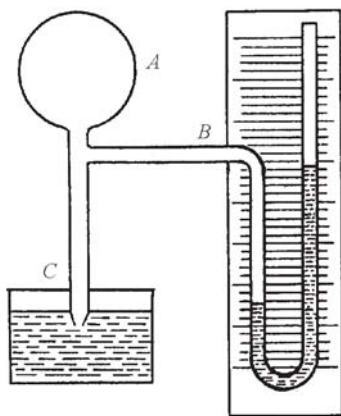


Рис. 1

уменьшается (рис. 2а). Это уменьшение прекращается, как только радиус пузырька r становится равным радиусу отверстия кончика r_0 . В этот момент пузырек имеет форму полусферы радиусом r_0 (рис. 2в). В дальнейшем радиус пузырька увеличивается (рис. 2г). Таким образом, радиус пузырька не может быть меньше радиуса отверстия трубки r_0 . Следовательно, максимально возможное давление в пузырьке, обязанное силам поверхностного натяжения, определяется величиной

$$\Delta P_{\max} = \frac{2\sigma}{r_0}. \quad (1)$$

Максимальное избыточное давление в трубке, которое компенсируется поверхностным натяжением и измеряется разностью высот уровней жидкости в манометре, также определяется формулой (1).

Этим объясняется название метода измерений – метода максимального давления в пузырьке.

Определение коэффициента поверхностного натяжения производится с помощью формулы (1).

Вывод расчетной формулы

Идея метода, описанного выше, реализована в несколько другой форме в приборе Ребиндера, используемом в настоящей задаче (рис. 3). Исследуемая жидкость помещается в стеклянном сосуде B . Стеклянная трубка, оттянутый кончик которой соприкасается с жидкостью, выведена через пробку наружу и сообщается с атмосферой. Трубка своим верхним концом может быть впаяна в верхнюю часть сосуда, в этом случае пробка не нужна. В отличие от рассмотренного выше примера перепад давлений, необходимый для образования пузырьков воздуха, создается не повышением давления в трубке, а разрежением воздуха в сосуде B , т.е. понижением давления воздуха над жидкостью. Разрежение создается с помощью аспиратора A – наполненного водой сосуда, – из которого при открытом кране E по каплям вытека-

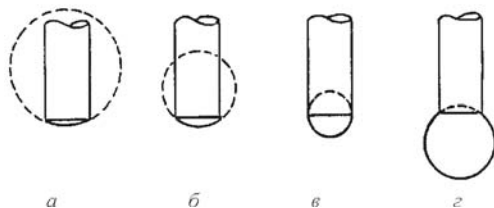


Рис. 2

ет вода. При этом уровень жидкости в аспираторе понижается, объем воздуха в системе «аспиратор – сосуд B – соединительные трубки» увеличивается, а давление падает, как этого требует закон Бойля–Мариотта. При определенной степени разрежения пузырьки воздуха, возникающие на кончике трубки, начинают проходить через жидкость. Разность давлений атмосферного воздуха и воздуха в сосуде B измеряется разностью высот уровней жидкости в коленах манометра M .

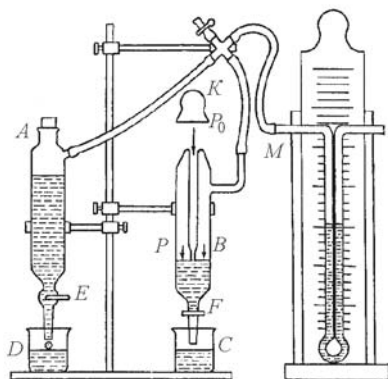


Рис. 3

Аспиратор сверху закрыт пробкой, при открытии которой система сообщается с атмосферой. Сосуд B может быть сверху закрыт колпачком.

Для определения коэффициента поверхностного натяжения по формуле (5) необходимо знать радиус отверстия кончика r_0 . Прямое измерение этой величины представляется затруднительным прежде всего потому, что трубка обычно бывает не вполне круглой. Поэтому предпочтительно рассматривать r_0 как величину, определяемую из предварительного опыта с «эталонной» жидкостью (например, с дистиллированной водой), коэффициент поверхностного натяжения которой σ_0 хорошо известен.

Введя обозначение $k = r_0/2$, формулу (1) можно переписать в виде

$$\sigma = k \Delta P_{\max}. \quad (2)$$

Для «эталонной» жидкости, коэффициент поверхностного натяжения которой известен и равен σ_0 , а разность давлений в

момент отрыва воздушного пузырька, определяемая из опыта, равна $\Delta P_{0 \max}$, соотношение (2) запишется в виде

$$\sigma_0 = k \Delta P_{0 \max}. \quad (3)$$

Отсюда величина k , которую называют постоянной прибора, поскольку она зависит от размеров «кончика», определится следующим образом:

$$k = \frac{\sigma_0}{\Delta P_{0 \max}}. \quad (4)$$

Определив постоянную прибора k , можно приступить к определению коэффициента поверхностного натяжения любой жидкости в соответствии с формулой

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{\Delta P_{0 \max}} \Delta P_{\max}. \quad (5)$$

Поскольку разность давлений атмосферного воздуха и воздуха в сосуде B пропорциональна разности высот H уровней жидкости в коленах манометра M , можно формулу (5) записать в виде

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{H_0} H. \quad (6)$$

Порядок измерений

Для проведения измерений необходимо выполнить следующие операции:

1. Подготовить установку к измерениям.

1.1. Налить в аспиратор воду (водопроводную) до уровня бокового отростка и закрыть его пробкой. Сосуд B заполнить дистиллированной водой. Для этого сначала наполнить водой стакан, расположенный под сосудом так, чтобы нижняя часть сосуда была погружена в воду.

1.2. Открыть кран F . Сосуд B сверху закрыть колпачком. Приоткрыть кран E аспиратора, при этом вода начнет по каплям вытекать из него и уровень воды будет понижаться. В пространстве над водой и в соединенных с ним верхней части сосуда и левом колене манометра образуется разрежение. Под влиянием разности давлений – атмосферного, действующего на жидкость в стакане C , и пониженного в сосуде B – жидкость постепенно всасывается в сосуд B до уровня, находящегося несколько выше кончика стеклянной трубки. Кран F сосуда B и кран E аспиратора закрыть, с сосуда B снять колпачок.

1.3. Приоткрыть кран F , сливать избыток жидкости в сосуде до тех пор, пока кончик стеклянной трубки не соприкоснется с поверхностью жидкости. После этого кран F закрыть. Установка готова к измерениям.

2. Определить постоянную прибора.

2.1. Открыть пробку аспиратора, установив внутри системы атмосферное давление. При этом уровни жидкости в коленях манометра выравниваются.

2.2. Передвигая шкалу манометра, установить нулевое деление на общий уровень жидкости в обоих коленях.

2.3. Закрыть аспиратор пробкой, разобшив систему с атмосферой. Приоткрыв кран аспиратора, следует проследить за образованием и отрывом пузырьков в сосуде B . Открыть кран так, чтобы изменение давления происходило достаточно медленно и можно было легко отсчитывать высоты уровней в манометре в момент отрыва пузырьков. Отсчеты провести для 10–12 пузырьков, записывая значения H_0 в таблицу.

2.4. Подставить в формулу (6) среднее значение $H_{0\text{cp}}$ и взятое из таблиц значение σ_0 , найти постоянную прибора k .

№ п/п	Эталонный раствор (вода) H_0	Растворы				
		10% H_1	20% H_2	30% H_3	40% H_4	50% H_5
1						
.						
.						
5						
среднее						
k						
σ						

3. Определить зависимость коэффициента поверхностного натяжения от концентрации раствора.

3.1. Вылить воду из сосуда B , наполнить его раствором метилового спирта наименьшей концентрации.

3.2. Прополоскать сосуд и особенно «кончик» раствором метилового спирта наименьшей концентрации.

3.3. Следуя методике, описанной выше, определить величину H и по формуле (6) найти значение σ_0 для раствора данной концентрации.

3.4. Измерения повторить для ряда растворов и по полученным данным построить график зависимости σ от их концентрации.

3.5. Оценить погрешность измерений.

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 3. Молекулярная физика и термодинамика. – 4-е изд., перераб. – М.: Наука, Физматлит, 1998.

Глава 5. Жидкое состояние.

§ 5.2. Поверхностное натяжение.

§ 5.3. Давление под изогнутой поверхностью жидкости.

Задача № 34

ИЗМЕРЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ КАПИЛЛЯРНЫМ МЕТОДОМ

Цель задачи: определение коэффициента поверхностного натяжения σ жидкости при комнатной температуре по высоте ее поднятия в капилляре.

Экспериментальный метод

Капилляры погружаются в сосуд с исследуемой жидкостью и затем устанавливаются вертикально над сосудом таким образом, чтобы нижний конец капилляров находился в жидкости (рис. 1). При этом часть жидкости остается в капиллярах, а коэффициент поверхностного натяжения σ определяется из условия равенства гидростатического давления, определяемого законом Паскаля, и дополнительного давления, определяемого формулой Лапласа.

Вывод расчетной формулы

Пусть высоты поднятия жидкости в капиллярах с внутренними радиусами r_1 , r_2 , r_3 равны соответственно h_1 , h_2 и h_3 , тогда в соответствии с формулой (5) раздела «Основные понятия и соотношения» можно записать:

$$\sigma = \frac{r_1 h_1}{2} \rho g = \frac{r_2 h_2}{2} \rho g = \frac{r_3 h_3}{2} \rho g, \quad (1)$$

$$h_1 - h_2 = \frac{2\sigma}{r_1 \rho g} - \frac{2\sigma}{r_2 \rho g}, \quad h_1 - h_3 = \frac{2\sigma}{r_1 \rho g} - \frac{2\sigma}{r_3 \rho g}, \quad (2)$$

и для коэффициента поверхностного натяжения имеем:

$$\sigma = \frac{r_1 r_2}{2(r_2 - r_1)} (h_1 - h_2) \rho g = \frac{r_1 r_3}{2(r_3 - r_1)} (h_1 - h_3) \rho g. \quad (3)$$

Порядок измерений

При проведении измерений необходимо выполнить следующие операции:

1. Тщательно промыть капилляры кислотным и спиртовым раствором, а затем дистиллированной водой.

2. Просушить капилляры пропусканием через них нагретого воздуха.

3. Измерить внутренние диаметры капилляров вдоль нескольких направлений при помощи микроскопа (порядок измерений на примере микроскопа «Мир-12» описан в задаче № 29), полученные результаты усреднить.

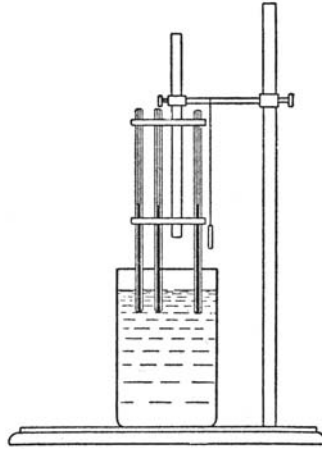


Рис. 1

4. Закрепить капилляры строго вертикально по отвесу в держателе.

5. Опустить держатель таким образом, чтобы капилляры погрузились на несколько сантиметров в сосуд с дистиллированной водой и выждать несколько минут для смачивания стенок капилляров.

6. Приподнять держатель таким образом, чтобы нижние концы капилляров оставались в воде.

7. Произвести отсчет положений вершин менисков при помощи горизонтального микроскопа (см. задачу № 29), прибавить к каждому отсчету поправку на мениск, равную $1/3$ внутреннего радиуса капилляра.

8. Повторить операции пунктов 5–7 для трех значений глубины погружения.

9. Рассчитать по формуле (3) коэффициент поверхностного натяжения. Значение плотности воды ρ при температуре наблюдения взять из справочных таблиц.

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 3. Молекулярная физика и термодинамика. – 4-е изд., перераб. – М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 5. Жидкое состояние.

§ 5.2. Поверхностное натяжение.

§ 5.3. Давление под изогнутой поверхностью жидкости.

§ 5.5. Капиллярные явления.

РАЗДЕЛ 3

ТЕПЛОЕМКОСТЬ ИДЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ

Основные понятия и соотношения

Первое начало термодинамики. Первое начало термодинамики утверждает, что бесконечно малое количество теплоты dQ , сообщенное системе (телу), идет на изменение внутренней энергии dU и совершение системой работы δA над внешними телами:

$$\delta Q = dU + \delta A. \quad (1)$$

Это соотношение выражает закон сохранения энергии для термодинамических систем. Величина δQ , стоящая в левой части уравнения (1), представляет собой энергию, которая переходит от одного тела к другому при теплообмене и считается положительной, если она сообщается телу, и отрицательной, если забирается от него. Бесконечно малое изменение внутренней энергии dU связано с изменением кинетической и потенциальной энергий молекул. Эта величина является полным дифференциалом, так как определяется только начальным и конечным состояниями системы. Элементарная работа δA и количество теплоты δQ зависят от вида процесса, при котором система переходит из начального состояния в конечное. Они не являются полными дифференциалами, поэтому для их обозначения используется знак δ .

Пусть работа δA совершается силами давления газа, находящегося под поршнем. Если давление газа равно P , то при перемещении поршня площадью S на бесконечно малую величину dx газ совершит работу:

$$\delta A = f dx = P S dx = P dV,$$

где f — сила давления газа на поршень; $S dx = dV$ — приращение объема газа.

Подставив это выражение в уравнение (1), получим

$$\delta Q = dU + P dV. \quad (2)$$

Теплоемкость. Пусть при сообщении системе количества теплоты δQ ее температура изменилась на величину dT , их отношение

$$C = \delta Q / dT \quad (3)$$

называется **теплоемкостью** системы. С учетом (2) можно записать:

$$C = \delta Q/dT = dU/dT + PdV/dT. \quad (4)$$

Теплоемкость характеризует способность системы изменять свою температуру при сообщении ей некоторого количества теплоты. Она зависит от рода вещества, его агрегатного состояния, термодинамических параметров и вида процесса теплообмена. При расчетах удобно пользоваться **удельной теплоемкостью** c и **молярной теплоемкостью** C . Удельной теплоемкостью c называется отношение теплоемкости системы к ее массе. Эта величина численно равна количеству теплоты, которое необходимо сообщить 1 кг вещества для изменения его температуры на 1 К. Единицей измерения удельной теплоемкости является Дж/кг·К. Аналогично вводится понятие молярной теплоемкости C , или теплоемкости одного моля вещества, которое будет использоваться в дальнейшем. Молярная теплоемкость C измеряется в Дж/моль·К. Нетрудно видеть, что между удельной и молярной теплоемкостями существует простая связь: $c = C/\mu$, где μ — молярная масса вещества. Эти величины используются, если система однородна по своему составу. В этом случае они являются характеристиками вещества системы.

В зависимости от вида процесса, происходящего с системой, различают понятия теплоемкости при постоянном объеме C_V и теплоемкости при постоянном давлении C_p . Эти величины заметно отличаются друг от друга для газов, а в случае твердых и жидких тел они близки. Трудность экспериментального определения теплоемкостей жидкостей и газов состоит в необходимости учета количества теплоты, идущего на нагревание сосуда, в котором находится исследуемая жидкость или газ.

Теплоемкости C_p и C_V идеального газа. Свойства многих газов в достаточно широком интервале давлений и температур хорошо описываются при помощи модели идеального газа. В ее основе лежит представление о газе как о совокупности находящихся в тепловом движении молекул, которые упруго сталкиваются между собой, но не взаимодействуют на расстоянии. Внутренняя энергия идеального газа представляет собой суммарную кинетическую энергию всех его молекул и определяется только температурой газа: $U = U(T)$. Для идеального газа легко получить соотношение между C_p и C_V . Если объем газа постоянен, т.е. $V = \text{const}$, то $dV = 0$ и из уравнения (4) получаем выражение для теплоемкости C_V идеального газа:

$$C_V = dU/dT. \quad (5)$$

Тогда для теплоемкости при постоянном давлении C_p соотношение (4) запишется в виде

$$C_p = C_v + P(\partial V/\partial T)_p. \quad (6)$$

Индекс P при скобках в правой части указывает на то, что дифференцирование производится при постоянном давлении, поэтому здесь взята частная производная $\partial V/\partial T$. Ее значение можно определить из уравнения состояния

$$PV = RT, \quad (7)$$

справедливого для одного моля идеального газа. Возьмем дифференциалы от обеих частей этого уравнения:

$$\begin{aligned} d(PV) &= R dT, \\ V dP + p dV &= R dT. \end{aligned}$$

Если $P = \text{const}$, то $dP = 0$ и в этом случае

$$(\partial V/\partial T)_p = R/P. \quad (8)$$

В результате из уравнения (6) получим, что молярная теплоемкость идеального газа C_p больше его молярной теплоемкости C_v на величину универсальной газовой постоянной R :

$$C_p - C_v = R. \quad (9)$$

Это соотношение называется **уравнением Майера**. Отношение теплоемкостей при постоянном давлении и постоянном объеме $\gamma = C_p/C_v$ всегда больше единицы, так как $C_p > C_v$. Это можно пояснить следующим образом. При изохорическом процессе, когда объем системы не меняется ($dV = 0$), в соответствии с первым началом термодинамики (2) вся сообщенная газу теплота идет на изменение его внутренней энергии. При изобарическом процессе часть теплоты идет на совершение газом работы PdV . Для одного моля идеального газа при нагревании его на 1 К при $p = \text{const}$ эта работа, как нетрудно видеть из уравнения (8), равна универсальной газовой постоянной R . Поэтому для изменения температуры газа на 1 К при постоянном давлении требуется затратить большее количество теплоты, чем при постоянном объеме, т.е. $C_p > C_v$.

Согласно теореме о равномерном распределении энергии по степеням свободы, средняя энергия молекулы газа равна

$$\langle \varepsilon \rangle = i/2kT, \quad (10)$$

где i — число степеней свободы молекулы.

Умножив ее на число Авогадро N_A , получим внутреннюю энергию одного моля идеального газа:

$$U = N_A \langle \varepsilon \rangle = i/2 N_A k T = i/2 R T. \quad (11)$$

Отсюда можно выразить теплоемкости C_p и C_v через число степеней свободы молекулы газа i :

$$\begin{aligned} C_v &= dU/dT = i/2 R, \\ C_p &= C_v + R = (i + 2)/2 R, \\ \gamma &= C_p/C_v = (i + 2)/i. \end{aligned} \quad (12)$$

Таким образом, для идеального газа теплоемкости C_p и C_v постоянны и определяются числом i . Оно равно сумме числа поступательных, числа вращательных и удвоенного числа колебательных степеней свободы молекулы:

$$i = n_{\text{пост}} + n_{\text{вращ}} + 2n_{\text{колеб}}. \quad (13)$$

Для многих двухатомных газов, в том числе для воздуха, можно принять $i = 5$ (три поступательные степени свободы и две вращательные). В этом случае отношение теплоемкостей $\gamma = 1,4$.

Политропический процесс. В общем случае процесс, при котором теплоемкость системы C остается постоянной, называется **политропическим**. Выведем его уравнение для идеального газа. С учетом определения теплоемкости (3) и соотношения (5) первое начало термодинамики (2) можно записать в виде

$$CdT = C_v dT + PdV. \quad (14)$$

Выразим давление газа p из уравнения состояния (7):

$$P = RT/V = (C_p - C_v) T/V,$$

где учтено, что $R = C_p - C_v$.

Разделяя переменные в выражении (14), получим

$$dT/T + (C_p - C_v)/(C_v - C) dV/V = 0.$$

Это уравнение легко интегрируется:

$$\ln T + (C_p - C_v)/(C_v - C) \ln V = \text{const}.$$

Используя свойства логарифмов, в результате для политропического процесса получаем

$$TV^{n-1} = \text{const}, \quad (15)$$

где введено обозначение $(C_p - C_v)/(C_v - C) = n - 1$.

Если в уравнении состояния (7) выразить температуру газа через его давление и объем ($T = PV/R$) и подставить в (15), получим уравнение **политропы**:

$$PV^n = \text{const}, \quad (16)$$

где $n = (C - C_p)/(C - C_v)$ – показатель политропы.

Рассмотрим некоторые частные случаи этого уравнения.

1. $n = 0$, $P = \text{const}$, изобарический процесс. В этом случае $C = C_p$, т.е. теплоемкость есть теплоемкость при постоянном давлении.

2. $n = \pm\infty$, $V = \text{const}$, изохорический процесс, $C = C_v$.

3. $n = 1$, $PV = \text{const}$, изотермический процесс. В этом случае $dT = 0$, так как $T = \text{const}$, и из определения теплоемкости (3) следует, что $C = \pm\infty$.

4. $n = \gamma$, адиабатический процесс, $C = 0$. В этом случае система не обменивается теплотой с окружающими телами, т.е. $\delta Q = 0$. Для адиабатического процесса справедливо уравнение

$$PV^\gamma = \text{const}. \quad (17)$$

Таким образом, теплоемкость системы во многом определяется характером процесса и может принимать любые значения.

Все рассуждения, проведенные выше, относятся к классической теории теплоемкости. Согласно ее результатам C_p и C_v не зависят от температуры и являются постоянными величинами. Они определяются числом степеней свободы молекулы газа i (12). Результаты классической теории согласуются с экспериментальными значениями C_p и C_v лишь в определенном температурном интервале. Они справедливы, в частности, для воздуха при температурах, лежащих вблизи комнатной. Вне этого интервала, при достаточно низких или высоких температурах, теплоемкость уже не является постоянной величиной. Ее температурная зависимость находит свое отражение в квантовой теории.

Задача № 35

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ ТЕПЛОЕМКОСТЕЙ ВОЗДУХА ПРИ ПОСТОЯННОМ ДАВЛЕНИИ И ПОСТОЯННОМ ОБЪЕМЕ МЕТОДОМ КЛЕМАНА–ДЕЗОРМА

Цель задачи: изучение основных законов идеального газа и определение отношения теплоемкостей $\gamma = C_p/C_v$ воздуха при постоянном давлении и постоянном объеме.

Экспериментальный метод

Величина γ входит в уравнение Пуассона $PV^\gamma = \text{const}$, описывающее адиабатические процессы в идеальных газах. В используемом методе Клемана–Дезорма последовательно реализуются адиабатический, изобарический и изохорический процессы для воздуха в стеклянном баллоне. Решение системы уравнений, описывающих эти процессы, позволяет рассчитать отношение теплоемкостей γ через экспериментально измеренные величины: давления в баллоне в начале адиабатического процесса h_1 и в конце изохорического процесса h_2 (в мм вод. ст.) и время t , в течение которого происходят адиабатический и изобарический процессы.

Вывод расчетной формулы

Адиабатическим является процесс, происходящий с термодинамической системой, заключенной в теплоизолирующую оболочку. Однако при опытах с газом такая оболочка, обладая теплоемкостью, во много раз превышающей теплоемкость самого газа, вносит очень большую погрешность в результат измерений. На практике для проведения адиабатических процессов пользуются тем, что давление в газе устанавливается сравнительно быстро — за доли секунды, в то время как для выравнивания температуры требуются минуты. Поэтому процессы, очень близкие к адиабатическим, могут быть осуществлены путем быстрого изменения давления газа. Именно такой прием и используется в данной работе, чтобы найти значение γ для воздуха.

Установка (рис. 1) состоит из стеклянного баллона (1) объемом 10–20 л; насоса (2), служащего для создания в баллоне избыточного давления воздуха; трехходового крана (3), с помощью которого баллон может сообщаться с атмосферой или насосом (рис. 2); крана (4), разобщающего баллон и насос; U-образного водяного манометра (5), показывающего разность между давлением воздуха в баллоне и атмосферным давлением. Для измере-

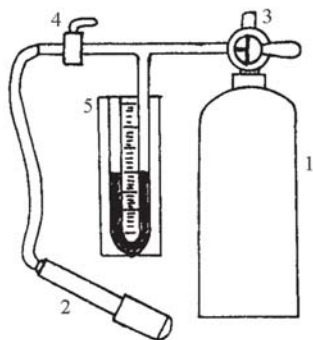


Рис. 1

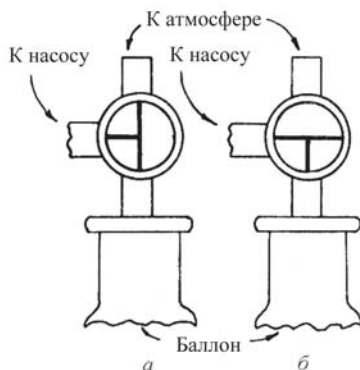


Рис. 2

ния промежутков времени, в течение которых открыт кран (3) (баллон сообщен с атмосферой), используется секундомер.

Процессы, происходящие с воздухом в баллоне, показаны на PV -диаграмме (рис. 3). В начале измерений в баллон накачивают воздух, после чего разобщают баллон с атмосферой. Так как при сжатии воздух нагревается, температура воздуха в баллоне после накачивания становится выше комнатной. Состоянию воздуха в баллоне в этот момент на PV -диаграмме соответствует точка 1. Далее с воздухом происходят следующие процессы.

Изохорический процесс 1–2 — это остывание воздуха при постоянном объеме, которое в соответствии с законом Шарля сопровождается уменьшением давления. По окончании этого процесса воздух приобретает комнатную температуру T_0 и давление $P_1 = P_0 + \Delta P_1$ (P_0 — атмосферное давление).

Адиабатический процесс 2–3. В начале этого процесса состоянию воздуха отвечает точка 2. Баллон открывается, и в течение долей секунды после сообщения баллона с атмосферой из него выходит часть воздуха и устанавливается атмосферное давление P_0 . Этот процесс ввиду его краткости следует считать адиабатическим расширением воздуха. Кривая 2–3 на рис. 3 представляет собой отрезок адиабаты. Температура воздуха в баллоне при адиабатическом расширении резко падает и в точке 3 приобретает значение T_1 .

Газовые законы обычно применяются для расчетов изменений, происходящих с газом, масса которого остается постоянной. В данном случае часть воздуха выходит из баллона при со-

общении его с атмосферой. Разделим условно воздух в баллоне на две части. Одна часть все время присутствует в баллоне, а другая часть может рассматриваться как поршень, который выдвигается из баллона при расширении. Дальнейшие рассуждения относятся не ко всему воздуху в баллоне, а лишь к той части, которая все время присутствует в баллоне и остается в нем после его разобщения с атмосферой в точке 4. Для наглядности процессы, происходящие с воздухом в баллоне, показаны на рис. 4 (где а, б, в, г соответствуют точкам 2, 3, 4, 5 на диаграмме рис. 3).

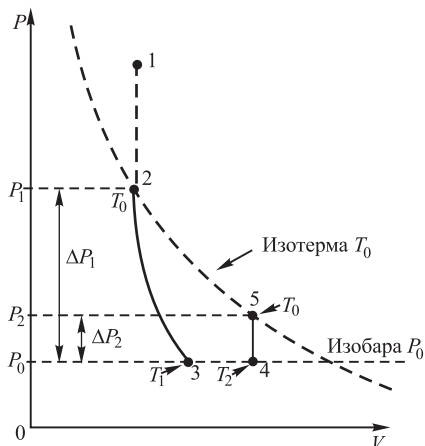


Рис. 3

Логарифмируя уравнение Клапейрона $PV/T = C_1$, справедливое для любого процесса, и уравнение Пуассона $PV^\gamma = C$ для адиабатического процесса (C и C_1 – константы), получим соответственно:

$$\ln P + \ln V - \ln T = \ln C_1, \quad (1)$$

$$\ln P + \gamma \ln V = \ln C. \quad (2)$$

Выразив $\ln V$ из уравнения (2) и подставляя в уравнение (1), получим для точек 2 (P_1, T_0) и 3 (P_0, T_1):

$$\frac{\gamma - 1}{\gamma} \ln P_1 - \ln T_0 = \ln C_1 - \frac{1}{\gamma} \ln C, \quad (3)$$

$$\frac{\gamma - 1}{\gamma} \ln P_0 - \ln T_1 = \ln C_1 - \frac{1}{\gamma} \ln C. \quad (4)$$

Вычтем уравнение (4) из уравнения (3) и применим формулу для разности логарифмов

$$\frac{\gamma - 1}{\gamma} \ln P_1/P_0 + \ln T_1/T_0 = 0.$$

Учитывая, что $P_1 = P_0 + \Delta P_1$, а $T_0 = T_1 + \Delta T_1$, последнее соотношение запишется в виде:

$$\frac{\gamma - 1}{\gamma} \ln(1 + \Delta P_1/P_0) - \ln(1 + \Delta T_1/T_1) = 0. \quad (5)$$

Примем во внимание, что в рассматриваемом случае изменения давления и температуры малы: давление P_1 воздуха в баллоне отличается от атмосферного давления P_0 на сотые доли P_0 , температура изменяется на 2–3 градуса: очень мало по сравнению с комнатной температурой $T_0 \approx 300$ К, т.е. $\Delta P_1/P_0 \ll 1$, $\Delta T_1/T_1 \ll 1$. Это позволяет воспользоваться приближенной формулой для логарифмической функции при малых x : $\ln(1 + x) \approx x$. В итоге для адиабатического процесса 2–3 уравнение (5) примет вид

$$\frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot \frac{P_0 - P_1}{P} = \frac{T_1 - T_0}{T_1}. \quad (6)$$

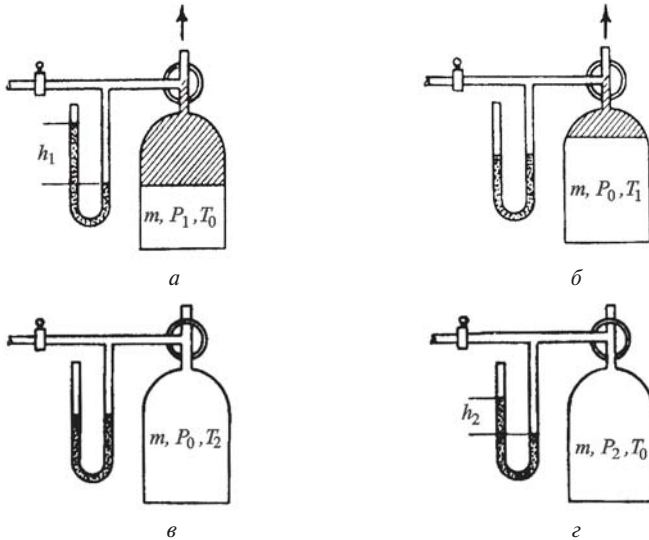


Рис. 4

Изобарический процесс 3–4. По окончании адиабатического процесса и установления в баллоне атмосферного давления происходит повышение температуры воздуха в баллоне при постоянном атмосферном давлении P_0 (изобарическое нагревание) за счет притока тепла из окружающего воздуха через стенки баллона (прямая 3–4 на рис. 3 – изобара). В конце изобарического процесса 3–4 баллон разобщается с атмосферой. К этому моменту температура воздуха в баллоне достигает некоторого значения T_2 , не превышающего комнатной температуры T_0 . Разница в значениях T_0 и T_2 уменьшается при увеличении времени t , в течение которого баллон был открыт.

При изобарическом процессе 3–4 происходит нагревание воздуха в баллоне путем теплопередачи через стенки баллона. Согласно предположению Ньютона количество теплоты dQ , приобретенное телом при нагревании в течение малого промежутка времени dt , пропорционально разности температур между поверхностью тела и окружающей средой и данному промежутку времени. При этом температура тела увеличивается на некоторую малую величину dT , причем $dQ = CdT$, где C – теплоемкость тела. В нашем случае отсюда следует дифференциальное уравнение

$$dQ = C_p dT = \alpha(T_0 - T)dt, \quad (7)$$

где C_p – теплоемкость при постоянном давлении той части воздуха в баллоне, которую, как говорилось выше, следует принимать во внимание; T – температура воздуха в баллоне в данный момент времени t ; T_0 – температура среды, окружающей баллон, т.е. комнатная; α – коэффициент теплопередачи, зависящий от свойств стенок баллона.

Уравнение (7) можно представить в виде

$$\frac{dT}{T - T_0} = \frac{\alpha}{C_p} dt. \quad (8)$$

При изобарическом процессе 3–4 время изменяется от 0 до t (короткий промежуток времени, в течение которого идет адиабатический процесс, можно не принимать во внимание), а температура от T_1 до T_2 . Интегрируя в этих пределах, найдем

$$\ln \frac{T_2 - T_0}{T_1 - T_0} = -\frac{\alpha}{C_p} t. \quad (9)$$

Изохорический процесс 4–5. После разобщения баллона с атмосферой воздух в баллоне продолжает нагреваться при посто-

янном объеме до тех пор, пока его температура не поднимется от значения T_2 до комнатной температуры T_0 (прямая 4–5 на рис. 3 – изохора). При изохорическом повышении температуры воздуха его давление увеличивается на величину ΔP_2 по сравнению с атмосферным.

Логарифмируя уравнение изохорического процесса $P/T = C_2$ (закон Шарля), найдем

$$\ln P - \ln T = \ln C_2. \quad (10)$$

Записывая это уравнение для точек 4 и 5 и действуя аналогично случаю адиабатического процесса 2–3, получим

$$(P_2 - P_0)/P_0 = (T_0 - T_2)/T_2. \quad (11)$$

Разделив уравнение (6) на уравнение (11), найдем

$$(\gamma - 1)/\gamma(P_1 - P_0)/(P_2 - P_0) = (T_1 - T_0)/(T_2 - T_0) T_2/T_1. \quad (12)$$

Здесь разности давлений $P_1 - P_0 = \Delta P_1$ и $P_2 - P_0 = \Delta P_2$ пропорциональны разностям h_1 и h_2 уровней жидкости в коленах манометра, измеренным в точках 2 и 5 соответственно (рис. 3). Отношение температур T_2/T_1 будем считать приблизительно равным единице. Следовательно,

$$\frac{T_1 - T_0}{T_2 - T_0} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot \frac{h_1}{h_2}. \quad (13)$$

Обратим внимание на то, что точки 2 и 5 лежат на одной изотерме, соответствующей комнатной температуре T_0 воздуха в баллоне, а точки 3–4 – на одной изобаре, соответствующей атмосферному давлению P_0 . Эти значения температуры и давления устанавливаются сами собой, не требуется никаких дополнительных действий или устройств для их поддержания, что значительно упрощает эксперимент.

Учитывая выражение (9), путем несложных преобразований приведем выражение (13) к виду

$$\ln \frac{h_1}{h_2} = \ln \frac{\gamma}{\gamma - 1} + \frac{\alpha}{C_p} t. \quad (14)$$

Введем обозначения:

$$\ln \frac{h_1}{h_2} = y, \quad \ln \frac{\gamma}{\gamma - 1} = a, \quad \frac{\alpha}{C_p} = b. \quad (15)$$

Тогда

$$y = a + bt. \quad (16)$$

Таким образом, величина $y = \ln(h_1/h_2)$ представляет собой линейную функцию времени t . На графике зависимость y от t должна изображаться в виде прямой линии, отсекающей от оси ординат (при $t = 0$) отрезок a (рис. 5). Потенцируя выражение

$$\ln \frac{\gamma}{\gamma - 1} = a, \quad (17)$$

найдем

$$\frac{\gamma}{\gamma - 1} = e^a. \quad (18)$$

Отсюда легко получить искомое значение γ через величину a , найденную опытным путем:

$$\gamma = \frac{1}{1 - e^{-a}}. \quad (19)$$

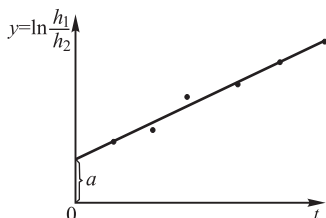


Рис. 5

Порядок измерений

В процессе измерений необходимо выполнить следующие операции:

1. Накачать воздух в баллон.

1.1. Баллон сообщить с атмосферой краном (3) (положение ходов крана (3) показано на рис. 2а), кран (4) открыть (его ручка должна быть направлена вдоль соединительной трубки). При этом жидкость в коленях манометра должна находиться на одном уровне вблизи середины шкалы. Проветрить баллон в течение 10–12 с.

1.2. Краном (3) разобщить баллон с атмосферой так, чтобы его сообщение с насосом сохранилось (положение ходов крана (3) показано на рис. 2б).

1.3. Накачать насосом воздух так, чтобы один уровень жидкости в одном из колен манометра оказался вблизи верхнего конца шкалы. Во избежание выплескивания жидкости из манометра

метра накачивание воздуха следует производить медленными перемещениями рукоятки насоса, замедляя эти перемещения по мере увеличения разности уровней жидкости в коленах манометра.

1.4. Краном (4) баллон разобщить с насосом (ручка крана должна стоять перпендикулярно соединительной трубке).

2. Выждать не менее 30 с для установления в баллоне комнатной температуры T_0 . Необходимый промежуток времени для установления в баллоне комнатной температуры можно определить при проведении первого измерения, включив секундомер в момент разобщения баллона с насосом, и, наблюдая за изменением уровней жидкости в манометре, заметить по секундомеру время, за которое изменение уровней прекратится. При дальнейших измерениях время установления температуры можно определять при помощи секундомера, не следя за движением жидкости в манометре.

Так как при сжатии воздух нагревается, температура воздуха в баллоне после накачивания становится выше комнатной. После закрытия крана (4) начинается **изохорический процесс 1–2** (см. рис. 3) остывания воздуха при постоянном объеме. При этом давление воздуха в баллоне падает. Этот процесс сопровождается уменьшением разности уровней жидкости в коленах манометра. Таким образом, в данном случае баллон, снабженный манометром, используется в качестве газового термометра для регистрации изменения температуры.

Прекращение уменьшения разностей уровней жидкости в коленах манометра указывает на то, что температура воздуха в баллоне достигла комнатной температуры T_0 (точка 2 на рис. 3). В результате в баллоне устанавливается давление, превышающее атмосферное давление P_0 на величину ΔP_1 , пропорциональную разности h_1 уровней жидкости в коленах манометра.

3. Зафиксировать значение h_1 в таблице.

4. Сообщить баллон с атмосферой, возвращая кран (3) в положение, показанное на рис. 2а, и одновременно включить секундомер. По истечении заданного времени t (от нескольких секунд до минуты, см. таблицу) баллон разобщают с атмосферой, ставя кран (3) в положение, показанное на рис. 2б. При этом последовательно происходят **адиабатический процесс 2–3, изобарический процесс 3–4** (так как в баллоне в течение времени t за исключением краткого промежутка, пока идет адиабатический процесс, сохраняется атмосферное давление, жидкость в коле-

нах манометра находится на одном уровне) и **изохорический процесс 4–5** (в результате чего вновь возникает разность уровней жидкости в коленах манометра). Когда температура воздуха в баллоне сравнивается с комнатной, необходимо зафиксировать разность уровней h_2 , предварительно выждав не менее 30 с.

5. Измерения повторить несколько раз с различными промежутками времени t , в течение которых баллон сообщен с атмосферой (кран (3) открыт). Рекомендуется брать значения t от 5 до 50 с через каждые 5 с.

6. Значения времени t , в течение которого баллон был сообщен с атмосферой, и соответствующие значения h_1 и h_2 разностей уровней жидкости в коленах манометра занести в таблицу.

Время сообщения баллона с атмосферой t , с	Измерение разности уровней h_1		Измерение разности уровней h_2			$\ln(h_1/h_2)$	
	Высота уровня жидкости, дел.		h_1 , дел.	Высота уровня жидкости, дел.			h_2 , дел.
	слева	справа		слева	справа		
5							
10							
15							
.							
.							
50							

Обработка результатов измерений

Для каждого значения t вычислить $\ln(h_1/h_2)$ и занести полученные значения в таблицу (при вычислениях следует ограничиться четырьмя значащими цифрами). На график зависимости величины $y = \ln(h_1/h_2)$ от времени t по полученным данным нанести экспериментальные точки. По этим точкам следует провести прямую линию $y = a + bt$ и найти отрезок a , отсекаемый этой прямой от оси ординат (см. рис. 5). Полученное значение a следует подставить в формулу (19) для нахождения γ .

Из-за неизбежных погрешностей эксперимента точки обычно не лежат на одной прямой. Поэтому прямую следует проводить так, чтобы она проходила между точками, причем выше и ниже прямой лежало бы приблизительно одинаковое число точек. При проведении прямой на глаз возникает неопределенность в ее наклоне и, следовательно, в величине отрезка a , т.е. эта величина содержит погрешность, оценить которую затруднительно.

Существует, однако, объективный метод проведения прямой: наилучшей считается такая прямая, сумма квадратов расстояний от которой до экспериментальных точек на графике — наименьшая (метод наименьших квадратов). Для этой прямой теория вероятностей дает способ оценки погрешностей, допущенных в значениях коэффициентов a и b уравнения.

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 3. Молекулярная физика и термодинамика. — 4-е изд., перераб. — М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 1. Предварительные сведения.

§ 1.9. Внутренняя энергия и теплоемкость идеального газа.

§ 1.10. Уравнение адиабаты идеального газа.

Задача № 36

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОЕМКОСТИ ВОЗДУХА ПРИ ПОСТОЯННОМ ДАВЛЕНИИ

Цель задачи: определение молярной теплоемкости воздуха при постоянном давлении C_p по нагреву струи.

Экспериментальный метод

Поток воздуха, создаваемый компрессором, проходит через трубку с нагревателем, получая при этом некоторое количество теплоты, и выходит в окружающую среду (рис. 1). Температура воздуха $t_{\text{выход}}$ на выходе трубки в результате нагрева выше, чем температура $t_{\text{вход}}$ на входе, а давление при небольшой скорости течения примерно одинаковое и равно атмосферному. Для некоторых постоянных значений разности температур $t_{\text{вход}}$ и $t_{\text{выход}}$ снимается зависимость мощности нагревателя от расхода воздуха, т.е. скорости его подачи компрессором на вход трубки. Эта зависимость является линейной и теплоемкость C_p рассчитывается через тангенс угла наклона соответствующей прямой.

Вывод расчетной формулы

Мощность, выделяемая нагревателем, расходуется на нагрев струи воздуха и на потери теплоты установкой в результате теплоотдачи с поверхности трубки в окружающую среду, что можно выразить уравнением теплового баланса:

$$W = \frac{dQ_{\text{получ}}}{dt} + \frac{dQ_{\text{потер}}}{dt}. \quad (1)$$

Мощность нагревателя W равна произведению силы тока I в его обмотке на напряжение U на ней:

$$W = IU. \quad (2)$$

Отношение $dQ_{\text{получ}}/dt$ бесконечно малого количества теплоты $dQ_{\text{получ}}$, полученной воздухом за интервал времени dt , к величине этого интервала представляет собой скорость или мощность нагрева струи воздуха. Аналогично $dQ_{\text{потер}}/dt$ — это скорость потери теплоты установкой. Величина потерь пропорциональна площади поверхности трубки и разности температур между ней и окружающей средой. При стационарном распределении температуры воздуха величина потерь постоянна.

Пусть через трубку прошло некоторое число молей воздуха dn . Это количество воздуха получит от нагревателя теплоту $dQ_{\text{получ}}$, увеличив свою температуру на величину ΔT . Считая, что разность давлений на концах трубки достаточно мала

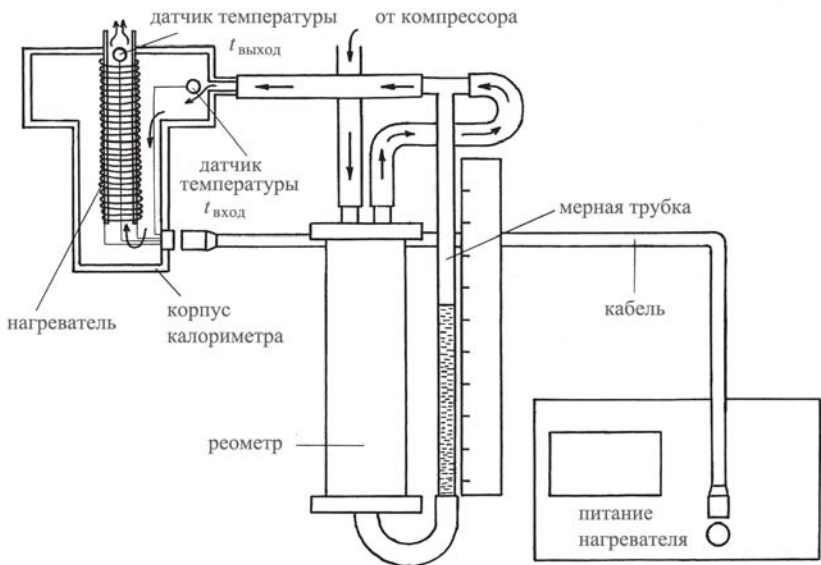


Рис. 1

по сравнению с атмосферным давлением и воздух нагревается при постоянном (атмосферном) давлении, по определению теплоемкости можно записать

$$dQ_{\text{получ}} = C_p \Delta T dn. \quad (3)$$

Из уравнения состояния идеального газа можно выразить число молей dn прошедшего воздуха через его объем dV :

$$\begin{aligned} PV &= nRT, \\ dn &= \frac{P}{RT} dV, \end{aligned} \quad (4)$$

где P , T – давление и температура воздуха на входе в трубку; R – универсальная газовая постоянная.

Подставим соотношения (2), (3), (4) в уравнение теплового баланса (1) и для постоянного значения разности температур ΔT получим

$$IU = \frac{C_p P \Delta T}{RT} \frac{dV}{dt} + \frac{dQ_{\text{потер}}}{dt}. \quad (5)$$

Отношение $\lambda = dV/dt$ объема dV прошедшего через трубку воздуха к интервалу времени dt представляет собой расход воз-

духа. Введем обозначения: $X = \lambda$, $Y = IU$, $A = C_p P \Delta T / RT$, $B = dQ_{\text{потер}}/dt$, тогда уравнение (5) запишется в виде

$$Y = AX + B. \quad (6)$$

Теплоемкость C_p рассчитывается через тангенс A угла наклона прямой, соответствующей полученной линейной зависимости $Y(X)$ (6), по формуле

$$C_p = \frac{ART}{P \Delta T}. \quad (7)$$

Порядок измерений

Задача выполняется на лабораторном комплексе ЛКТ-2, элементы которого размещены в трех ярусах каркаса (рис. 2).

Перед проведением измерений на комплексе ЛКТ-2 должны быть установлены вертикально на штырях и закреплены гайками блоки (5) и (6). Выход (2) компрессора, реометр (7) — устройство для измерения расхода газа и газовый калориметр (24) соединяются силиконовыми шлангами. Гнездо (16) измеритель-

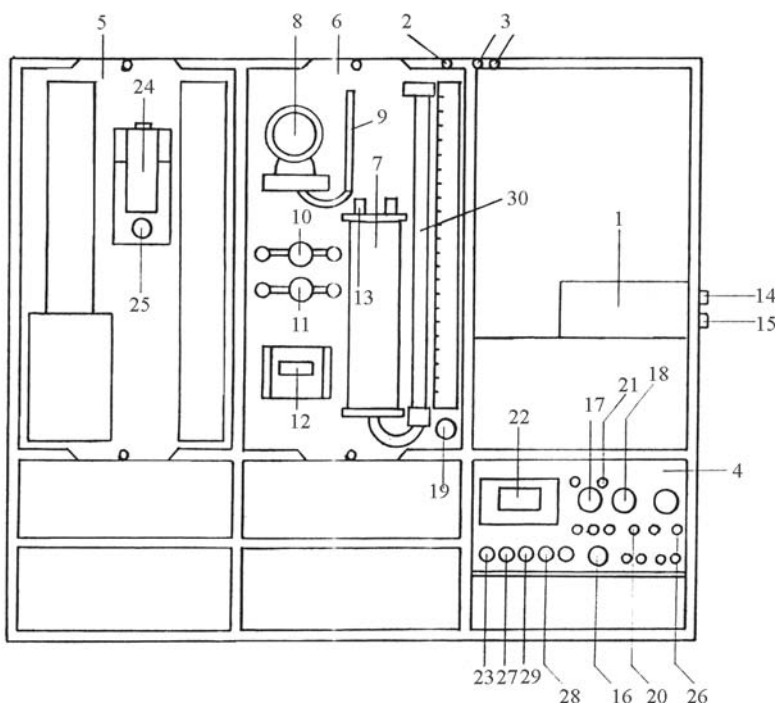


Рис. 2

ной системы ИСТ-2 соединяется кабелем с гнездом калориметра (25), к которому подключены нагреватель и датчики температуры. Комплекс ЛКТ-2 должен быть подключен к сети 220 В. Перечисленные выше операции выполняются только с помощью лаборанта.

При проведении измерений на ЛКТ-2 необходимо выполнить следующие операции.

1. Зафиксировать значение h_0 уровня жидкости в мерной трубке реометра при выключенном компрессоре.

2. Поставить регулятор (14) компрессора в крайнее положение, вращая его против часовой стрелки до упора, обеспечив минимальный начальный расход воздуха, и включить компрессор тумблером (15). Воздух будет проходить через реометр (7) в калориметр (24), при этом уровень жидкости в мерной трубке реометра повысится с начального уровня h_0 до некоторого уровня h . Расход воздуха определяется по величине разности $\Delta h = h - h_0$ (см. приложение к установке). Убедиться в возможности регулировки расхода воздуха, медленно вращая регулятор (14) компрессора по часовой стрелке.

3. Поставить регуляторы «ТЕМПЕРАТУРА» (17) и «НАГРЕВ» (18) в крайнее положение, вращая их против часовой стрелки до упора.

4. Включить тумблером (26) измерительную систему ИСТ-2 и записать с цифрового индикатора (22) начальные значения температуры на входе в трубку и выходе из нее. Температура на входе $t_{\text{вход нач}}$ в градусах Цельсия считывается при нажатой кнопке (27), а температура на выходе $t_{\text{выход нач}}$ — при нажатой кнопке (23).

5. Задать температуру нагрева воздуха примерно 60°C регулятором «ТЕМПЕРАТУРА» (17), повернув его по часовой стрелке на 3–4 деления. Задать напряжение нагревателя примерно 14–16 В регулятором «НАГРЕВ» (18), вращая его по часовой стрелке (напряжение контролируется по цифровому индикатору (22) при нажатой кнопке (28)). Включить нагреватель тумблером (20). После этого температура воздуха на выходе трубки $t_{\text{выход}}$ начнет увеличиваться. При достижении заданной температуры система перейдет в режим термостатирования и загорится красный индикатор (21).

6. После стабилизации температуры, напряжения и тока в нагревателе записать с цифрового индикатора их значения при нажатых кнопках ($t_{\text{вход}}$) (27), ($t_{\text{выход}}$) (23), $U_{\text{н}}$ (напряжение в вольтах) (28), $I_{\text{н}}$ (ток в миллиамперах) (29).

7. Увеличить расход воздуха регулятором (14) компрессора, установив следующее значение Δh (см. таблицу в разделе «Обработка результатов измерений») и выждать несколько минут для установления распределения температуры. После этого величина $t_{\text{выход}}$ должна оставаться постоянной, а необходимая для этого мощность нагревателя автоматически увеличиться. Допускается незначительное отклонение температуры $t_{\text{выход}}$ от предыдущего значения на $1-2^\circ\text{C}$.

8. Операции пунктов 6–8 следует выполнить для ряда указанных в таблице значений расхода воздуха, затем повторить всю серию измерений для более высокой температуры на выходе трубки, задав ее регулятором (17). Рекомендуется взять следующую температуру на $20-30^\circ\text{C}$ выше первоначальной, повернув регулятор (17) на 2–3 деления по часовой стрелке.

Обработка результатов измерений

1. Рассчитать средние значения температур $\langle t_{\text{выход}} \rangle = \sum St_{\text{выход}}/n$, $\langle t_{\text{вход}} \rangle = \sum St_{\text{вход}}/n$ (n – число используемых значений расхода воздуха) и по ним определить среднее значение разности температур $\langle \Delta T \rangle$ (см. таблицу).

$$\langle t_{\text{выход}} \rangle = \dots; \langle t_{\text{вход}} \rangle = \dots;$$

$$\langle \Delta T \rangle = (\langle t_{\text{выход}} \rangle - t_{\text{выход нач}}) - (\langle t_{\text{вход}} \rangle - t_{\text{вход нач}}) = \dots$$

Реометр: Δh , мм	30	60	90	120	180
Расход, мл/с
$t_{\text{выход}}$					
$t_{\text{вход}}$					
U , В					
I , мА					
W , Вт					
$A = \dots$					
$C_p = \dots$					

2. Построить графики зависимостей мощности нагрева W от расхода воздуха λ для каждого значения разности $\langle \Delta T \rangle$, построить соответствующие прямые, определить угловой коэффициент A и рассчитать значение C_p по формуле (7), положив в ней

$$T = (t_{\text{выход нач}} + t_{\text{вход нач}})/2 + 273, \Delta T = \langle \Delta T \rangle.$$

Значения расхода воздуха λ в миллилитрах в секунду, соответствующие определенным значениям разности уровней Δh , приведены в приложении к экспериментальной установке.

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 3. Молекулярная физика и термодинамика. – 4-е изд., перераб. – М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 1. Предварительные сведения.

§ 1.9. Внутренняя энергия и теплоемкость идеального газа.

Задача № 37

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ ТЕПЛОЕМКОСТЕЙ ВОЗДУХА ПО СКОРОСТИ ЗВУКА

Цель задачи: определение скорости ультразвуковой волны в воздухе и отношения теплоемкостей $\gamma = C_p / C_v$, где C_p — теплоемкость воздуха при постоянном давлении; C_v — теплоемкость воздуха при постоянном объеме.

Экспериментальный метод

При проведении измерений изменяется расстояние между источником и приемником ультразвуковых сигналов, а переменное напряжение от них подается на осциллограф. Фиксируются такие расстояния между источником и приемником, при которых между ними укладывается целое число полувольт.

Вывод расчетной формулы

Скорость распространения звука в газе может быть найдена по формуле Лапласа:

$$v = \sqrt{\gamma \frac{P}{\rho}}. \quad (1)$$

Так как при данной температуре давление P и плотность ρ пропорциональны друг другу, то, как показывает формула (1), скорость звука не зависит от давления в газе. Из этой же формулы следует, что скорость звука существенно зависит от температуры среды. Действительно, из уравнения состояния идеального газа можно получить следующее соотношение:

$$\frac{P}{\rho} = \frac{RT}{\mu}, \quad (2)$$

где μ — молярная масса газа; R — универсальная газовая постоянная; T — температура газа по Кельвину.

Подставляя (2) в (1), получим формулу, определяющую скорость звука в газе в зависимости от температуры:

$$v = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}}. \quad (3)$$

В данной работе для нахождения скорости распространения упругих колебаний в воздухе используются колебания, частота которых лежит в ультразвуковом диапазоне ($\nu > 20\,000$ Гц). Использование ультразвука в данной задаче обусловлено в основном двумя причинами. Во-первых, он не воспринимается человеческим ухом, и это позволяет располагать в одной лабо-

ратории несколько установок; во-вторых, малая длина ультразвуковой волны (порядка нескольких мм) дает возможность значительно уменьшить размеры экспериментальной установки.

Колебания воздуха высокой частоты обычно получают с помощью пьезоэлектрических преобразователей.

Если кристалл кварца, вырезанный определенным образом, зажать между двумя металлическими пластинками (электродами), а затем подвергнуть его сжатию, то на электродах появляются разноименные электрические заряды. В результате между пластинками возникает разность потенциалов (электрическое напряжение). При растяжении кристалла знаки зарядов на электродах изменяются на противоположные. Это явление носит название прямого пьезоэффекта. Обратным пьезоэффектом называется возникновение деформации кристалла при создании электрического напряжения между электродами. При перемене знака напряжения изменяется на противоположный и знак деформации.

Источниками и приемниками звука в данной работе являются акустические головки. Основной частью этих головок является кристалл кварца с нанесенными на его поверхность электродами. Головки рассчитаны на вполне определенные частоты (в данной установке ~ 60 кГц).

От генератора переменного электрического напряжения на электроды кристалла кварца излучающей головки подается напряжение, изменяющееся по синусоидальному закону

$$u_1(t) = u_{10} \sin \omega t \quad (4)$$

с частотой ω , на которую рассчитана головка. Вследствие обратного пьезоэффекта возникают колебания кристалла, которые передаются связанной с кристаллом мембране, образующей поверхность головки. В результате колебаний мембраны вблизи поверхности головки возникает избыточное по отношению к атмосферному давлению воздуха P , изменяющееся по закону

$$\Delta P(t) = \Delta P_0 \sin \omega t \quad (5)$$

с частотой ω , равной частоте подаваемого на кристалл напряжения. Изменения давления будут распространяться в воздухе по направлению, перпендикулярному поверхности головки в виде волны, описываемой формулой

$$\Delta P(t, x) = \Delta P_0 \sin(\omega t + \varphi), \quad (6)$$

где

$$\varphi = -kx \quad (7)$$

($k = \frac{2\pi}{\lambda}$ — волновое число; λ — длина звуковой волны), представляет собой начальную фазу давления в плоскости, находящейся на расстоянии x от поверхности головки.

Если приемную акустическую головку, рассчитанную на заданную частоту колебаний, поместить так, чтобы ее поверхность, являющаяся мембраной, находилась на расстоянии x от поверхности излучающей головки, то изменения давления вблизи поверхности приемной головки вызовут колебания мембраны, что, в свою очередь, приведет к периодической деформации кристалла кварца. В результате на электродах, нанесенных на поверхности кристалла, возникнет электрическое напряжение, изменяющееся по закону

$$u_2(t) = u_{20} \sin(\omega t + \varphi), \quad (8)$$

где φ — начальная фаза, совпадающая с начальной фазой (7) изменения избыточного давления вблизи поверхности приемной головки.

Для регистрации напряжений на электродах кристаллов кварца излучающей и приемной акустических головок используется осциллограф. Напряжение (4), подаваемое от генератора на излучающую головку, одновременно подается на горизонтально отклоняющие пластины осциллографа (вход X). Это напряжение вызывает смещение луча на экране осциллографа в горизонтальном направлении, пропорциональное напряжению (4) и происходящее по закону

$$X(t) = X_0 \sin \omega t. \quad (9)$$

Напряжение (8), возникающее на электродах кристалла кварца приемной головки, подается на вертикально отклоняющие пластины осциллографа (вход Y) и вызывает смещение луча на экране осциллографа в вертикальном направлении, происходящее по закону

$$Y(t) = Y_0 \sin(\omega t + \varphi). \quad (10)$$

Таким образом, луч на экране осциллографа одновременно совершает два смещения, происходящих во взаимно перпендикулярных направлениях и представляющих собой гармонические колебания, имеющие одинаковую частоту ω , но отличающиеся друг от друга по фазе на величину φ . В результате сложения этих колебаний луч на экране осциллографа описывает, вообще говоря, замкнутую кривую линию (по прохождении промежутка времени, равного периоду колебаний, координаты луча (9)

и (10) приобретают прежние значения). Форма траектории луча зависит от разности фаз φ между колебаниями (9) и (10). В частности, при $\varphi = 2\pi n$

$$Y(t) = Y_0 \sin(\omega t + 2\pi n) = Y_0 \sin \omega t, \quad (11)$$

т.е. напряжения на электродах кристаллов кварца излучающей и приемной акустических головок колеблются в одинаковой фазе. Разделив (11) на (9), найдем уравнение траектории луча на экране

$$Y = \frac{Y_0}{X_0} X. \quad (12)$$

Как известно, это уравнение прямой, проходящей из первого квадранта декартовой системы координат в третий квадрант (рис. 1а). В этом случае на отрезке между акустическими головками укладывается целое число ($|n|$) длин волн (четное число полуволн). Если координаты акустических головок обозначить через x_1 и x_2 , то величина отрезка между ними составляет $|x_n| = |x_1 - x_2|$. Из выражения для сдвига фаз φ получаем

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} x_n = 2\pi n, \quad x_n = \lambda n.$$

При $\varphi = (2n + 1)\pi$, $Y(t) = -Y_0 \sin \omega t$, т.е. напряжения на электродах кристаллов кварца излучающей и приемной головок колеблются в противофазе. В этом случае из формул (9) и (10) следует уравнение

$$Y = -\frac{Y_0}{X_0} X, \quad (13)$$

представляющее собой уравнение прямой, проходящей из второго квадранта в четвертый квадрант (рис. 1д). Аналогично предыдущему

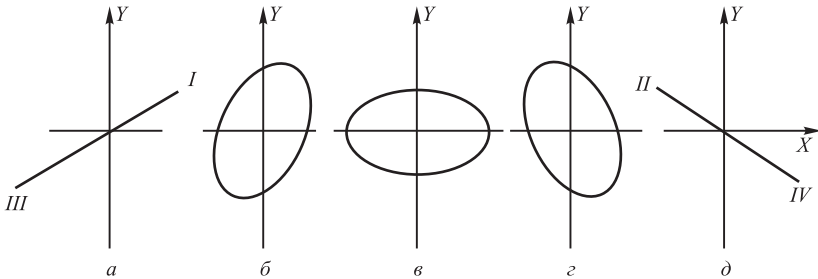


Рис. 1

му случаю на отрезке между акустическими головками $|x_{n+1/2}|$ укладывается нечетное число полуволн:

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} x_{n+1/2} = (2n + 1)\pi, \quad x_{n+1/2} = \frac{\lambda}{2}(2n + 1).$$

Можно показать, что для всех остальных значений φ сдвига фаз траектория луча на экране имеет форму эллипса (рис. 1б, в, г). Изменение расстояния между акустическими головками на величину $\Delta x = x_{n+1/2} - x_n = \lambda/2$ соответствует изменению траектории луча на экране осциллографа. Движение луча по прямой (12) в нечетной паре квадрантов (рис. 1а) переходит к движению по прямой (13) в четной паре (рис. 1д), и наоборот. Следовательно, измеряя величину Δx , соответствующую описанному выше изменению направления прямой, скорость звуковой волны в воздухе можно вычислить по формуле:

$$v = 2\Delta x \nu. \quad (14)$$

где ν — частота звуковых колебаний и учтено, что $\lambda = \frac{v}{\nu}$.

Порядок измерений

В состав экспериментальной установки для измерения скорости звука в воздухе (см. рис. 2) входят:

- 1) скамья с акустическими головками;
- 2) генератор сигналов низкой частоты ГЗ-118;
- 3) осциллограф С1-76.

Скамья предназначена для размещения акустических головок. Излучающая акустическая головка (2) (рис. 2) укреплена на неподвижном держателе, приемная акустическая головка (3) расположена на столике (4). Подвижная часть столика перемещается вместе с головкой (3) при помощи микрометрического винта (5), с которым связан барабан с нанесенной на нем шкалой,

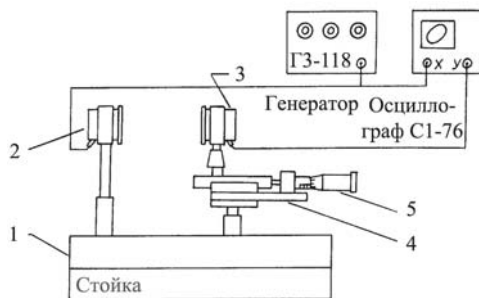


Рис. 2

имеющей 50 делений. При вращении винта барабан перемещается вдоль основной неподвижной шкалы, цена деления которой равна 0,5 мм. При этом половинные деления, чтобы не загромождать шкалу, располагаются над прямой линией основной шкалы. Шаг микрометрического винта (поступательное перемещение края барабана при повороте винта на 360°) равен 0,5 мм. Следовательно, цена одного малого деления шкалы на барабане равна 0,01 мм. Держатель излучающей головки и подвижный столик укреплены на массивном основании (1).

Генератор сигналов низкой частоты ГЗ-118 является источником переменного напряжения, подаваемого на излучающую акустическую головку и горизонтально отклоняющие пластины (вход X) осциллографа С1-76. Внешний вид передней панели генератора представлен на рис. 3, где:

- 1 — «СЕТЬ» — тумблер включения сети;
- 2 — сетевой индикатор включения генератора;
- 3 — «Hz» — переключатели установки частоты;
- 4 — « Δ dB» — переключатель ступенчатого ослабления выходного напряжения;
- 5, 6 — выходные гнезда генератора;
- 7 — ручка плавной установки выходного напряжения;
- 8 — «РАССТРОЙКА» — ручка плавной установки частоты;
- 9 — «МНОЖИТЕЛЬ» — переключатель поддиапазонов частот.

Осциллограф С1-76 используется для измерения фазовых соотношений между напряжением, подаваемым на передающую акустическую головку и напряжением, снимаемым с приемной акустической головки. Внешний вид передней панели осциллографа представлен на рис. 4, где:

- 1 — «СЕТЬ» — тумблер включения сети;

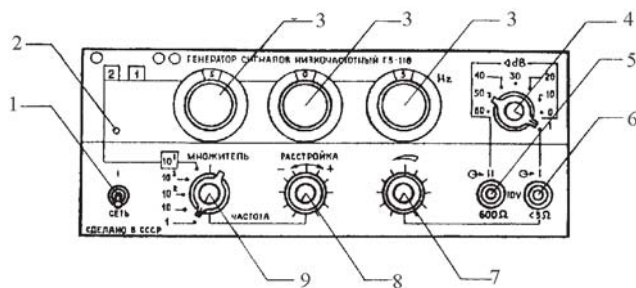


Рис. 3

2 — «ГРУБО», «ПЛАВНО» — ручки перемещения изображения по горизонтали;

3 — « \updownarrow » — ручка перемещения изображения по вертикали;

4 — «ПОИСК ЛУЧА» — кнопка для отыскания луча на экране;

5 — ручка регулировки яркости изображения;

6 — ручка фокусировки изображения;

7 — ручка переключения состояния входа усилителя вертикального отклонения:

« \perp » — вход усилителя замкнут накоротко;

« \sim » — на вход усилителя можно подавать только переменное напряжение;

8 — входное гнездо усилителя вертикального отклонения (вход Y);

9 — кнопки «0,5», « $\times 1$ », « $\times 2$ », переключатель «V/см», ручка — элементы регулировки коэффициента усиления вертикального отклонения;

10 — входное гнездо усилителя горизонтального отклонения (вход X);

11 — переключатель входного делителя напряжения усилителя горизонтального отклонения (положения «1:10», «1:1»);

12 — ручка переключения состояния входа усилителя горизонтального отклонения (в положении « $\rightarrow X$ » на вход подается напряжение, подведенное к гнезду (10)).

При проведении измерений необходимо выполнить следующие операции.

1. Подготовить к работе генератор ГЗ-118.

1.1. Ручку плавной установки выходного напряжения (7) повернуть по часовой стрелке до упора.

1.2. Ручку (8) «РАССТРОЙКА» установить в среднее положение.

1.3. Переключатель (4) ступенчатого ослабления выходного напряжения установить в положение 1.

1.4. С помощью переключателей (9) «МНОЖИТЕЛЬ» и установки частоты «Hz» (3) установить рабочее значение частоты. Рабочая частота установки указана на основании (1) скамьи (см. рис. 2).

1.5. Тумблером (1) «СЕТЬ» включить генератор и прогреть его в течение 10 мин.

2. Подготовить к работе осциллограф С1-76.

2.1. Тумблером (1) «СЕТЬ» включить осциллограф и прогреть его в течение 5 мин.

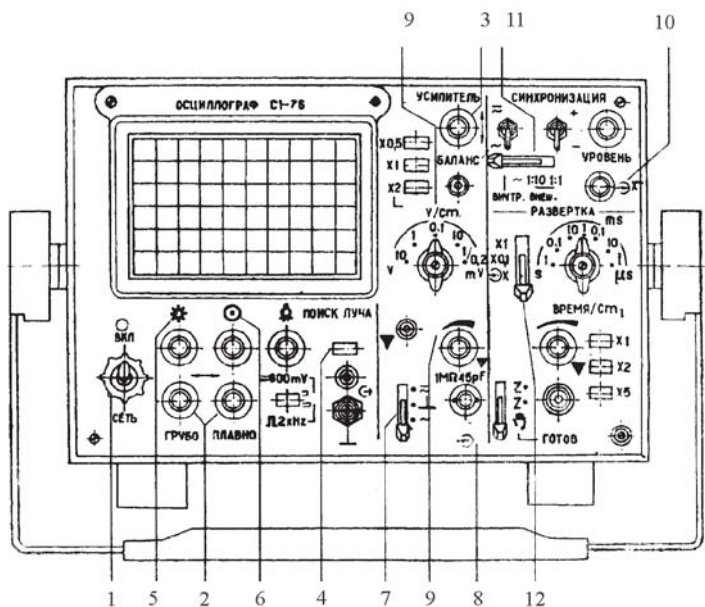


Рис. 4

2.2. Ручки переключения состояния входа (7) и (12) установить в положения «~» и «→X» соответственно.

2.3. Переключатель (11) входного делителя напряжения установить в положение «1:1».

2.4. Элементы регулировки коэффициента усиления усилителя вертикального отклонения установить в следующие положения:

нажать и зафиксировать в нажатом состоянии кнопку «×1»;

переключатель «V/см» поставить в положение 1;

ручку (9) повернуть по часовой стрелке до упора.

2.5. Ручку (5) регулировки яркости изображения поставить в среднее положение.

2.6. При появлении на экране осциллографа одной из фигур, изображенной на рис. 1, ручками (5) и (6) добиться достаточной яркости и четкости изображения.

2.7. При отсутствии изображения на экране нажать кнопку «ПОИСК ЛУЧА» и, не отпуская ее, вращением ручек (2) и (3) отыскать луч, установить его в центре экрана и выполнить указания пункта 2.6.

2.8. При необходимости регулировкой коэффициента усиления усилителя вертикального отклонения добиться того, чтобы

размер изображения по вертикали составлял 3–4 крупных деления шкалы экрана.

3. Проведение эксперимента и обработка результатов измерений.

3.1. Вращением микрометрического винта установить край барабана против нулевого деления основной шкалы так, чтобы нуль на шкале барабана располагался против горизонтальной линии. (Из-за наличия заметного люфта в приводе отсчет по шкале микрометра следует производить только тогда, когда намеченное положение достигается при движении барабана справа налево. Если в нужный момент барабан не удалось остановить, то следует повернуть его на один оборот в обратную сторону и повторить установку барабана.) При этом приемная акустическая головка будет находиться на максимальном расстоянии от передающей.

3.2. Медленно сближая головки, добиться перемещения луча на экране осциллографа по прямой линии в первом – третьем или втором – четвертом квадрантах, при этом передающая головка может оставаться неподвижной.

3.3. Записать в таблицу отсчет по шкалам винтового микрометра x_1 , отсчитывая по линейной шкале миллиметры с точностью до 0,5 мм, а по шкале барабана – до сотых долей миллиметра. Рекомендуемая форма таблицы приводится ниже.

3.4. Продолжать сближение головок до тех пор, пока луч на экране не станет вычерчивать прямую линию, лежащую в другой паре квадрантов.

3.5. Записать в таблицу результаты отсчетов по шкалам винтового микрометра x_2 .

3.6. Описанные в пунктах 3.1–3.5 измерения проводить до тех пор, пока число таких измерений не станет равным 11.

	x , (мм)	Δx , (мм)	v , (м/с)	$v_{cp} \pm \Delta v$, α
1				
.				
.				
.				
11				

Обработка результатов измерений

После окончания измерений вычислить значения $\Delta x = x_{i+1} - x_i$. Для всех значений Δx по формуле (14) найти скорость звуковой волны v . Все результаты записать в таблицу. При отчете представить среднее значение скорости звука с указани-

ем доверительного интервала Δv и соответствующей доверительной вероятности α .

Отношение теплоемкостей γ вычислить по формуле

$$\gamma = (\mu / RT) v^2.$$

Эта формула является следствием формулы (3). При расчете использовать следующие числовые значения:

$$\mu_{\text{возд}} = 29,2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}, R = 8,31 \text{ Дж/моль}\cdot\text{К}.$$

Температуру воздуха T определить по показанию термометра, находящегося в комнате. Результаты вычислений γ представить с указанием погрешности. Погрешности числовых значений μ и R не учитывать.

Литература

1. Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 3. Молекулярная физика и термодинамика. – 4-е изд., перераб. – М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 1. Предварительные сведения.

§ 1.10. Уравнение адиабаты идеального газа.

2. Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 4. Волны. Оптика. – М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 1. Упругие волны.

§ 1.1. Распространение волн в упругой среде.

§ 1.2. Уравнения плоской и сферической волн.

§ 1.3. Уравнение плоской волны, распространяющейся в произвольном направлении.

§ 1.4. Волновое уравнение.

§ 1.9. Звук.

§ 1.10. Скорость звука в газах.

ТЕМА 5

ОПТИКА

РАЗДЕЛ 1

ЗАКОНЫ ОТРАЖЕНИЯ И ПРЕЛОМЛЕНИЯ СВЕТА. ПОКАЗАТЕЛЬ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

Задача № 38

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ ЖИДКИХ И ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Цель задачи: определение показателя преломления вещества методом рефрактометрии.

Основные понятия и соотношения

Из опыта известно, что в однородной прозрачной среде свет распространяется прямолинейно. Однако если луч света падает на границу раздела двух прозрачных сред, то происходит изменение направления его распространения: свет частично отражается от границы раздела этих сред, частично же преломляется и проходит во вторую среду.

Закон отражения света: угол падения i равен углу отражения i' . Луч падающий 1, луч отраженный 2 и нормаль к границе раздела сред, проведенная через точку падения, лежат в одной плоскости (рис. 1).

Закон преломления света: отношение синуса угла падения i к синусу угла преломления r для двух данных изотропных сред в случае монохроматического света есть величина постоянная (не зависящая от угла падения). Это отношение называется **относительным показателем преломления** второй среды по отношению к первой. Луч падающий 1, луч преломленный 3 и нормаль к границе раздела сред, проведенная через точку падения, лежат в одной плоскости (рис. 1). Относительный показатель преломления равен отношению скоростей распространения v_1 и v_2 монохроматического света в этих средах:

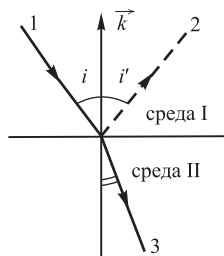


Рис. 1

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \text{const} = n_{12} = \frac{v_1}{v_2}. \quad (1)$$

Если монохроматический свет падает на границу среды из вакуума, то показатель преломления среды по отношению к вакууму называют **абсолютным показателем преломления** (или просто показателем преломления). Очевидно, что абсолютный показатель преломления среды

$$n = c/v, \quad (2)$$

где c — скорость света в вакууме; v — его скорость в данной среде.

Для двух сред со скоростями распространения света v_1 и v_2 абсолютные показатели преломления соответственно $n_1 = c/v_1$ и $n_2 = c/v_2$. Отсюда следует, что относительный показатель преломления второй среды по отношению к первой

$$n_{21} = n_2/n_1. \quad (3)$$

Среда, у которой абсолютный показатель преломления больше, считается оптически более плотной.

Полное внутреннее отражение. При падении световой волны на границу раздела двух прозрачных сред происходит как отражение, так и преломление света. Энергия падающей волны распределяется между отраженной и преломленной волнами. При переходе света из оптически более плотной среды I в среду, оптически менее плотную II (рис. 2), луч света удаляется от нормали к границе раздела сред (угол преломления r больше угла падения i).

По мере увеличения угла падения энергия отраженного луча растет, а энергия преломленного луча падает. При некотором угле падения $i_{\text{пред}}$, называемом предельным углом, преломленный луч будет скользить по границе раздела сред (для него угол преломления $r_3 = \pi/2$). При углах падения, превышающих $i_{\text{пред}}$, световая волна проникает в оптически менее плотную среду всего на расстояние порядка длины волны, а затем возвращается обратно, т.е. при углах падения $i \geq i_{\text{пред}}$ световая волна в оптически менее плотную среду практически не проникает, а полно-

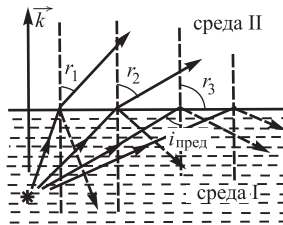


Рис. 2

стью отражается на границе раздела сред. Это явление носит название **полного внутреннего отражения**.

Приборы ИРФ-22 и ИРФ-23

Ход лучей и расчетные формулы

Для измерения показателей преломления вещества служат приборы, называемые **рефрактометрами** («рефракция» — преломление). Принцип действия рефрактометров, используемых в настоящей задаче, основан на определении угла преломления скользящего луча (угол падения 90°), идущего вдоль границы раздела исследуемой среды с неизвестным показателем преломления n и среды с известным показателем преломления N , при условии, что $N > n$. Главной частью рефрактометра является измерительная призма с преломляющим углом, изготовленная из стекла с показателем преломления N (рис. 3).

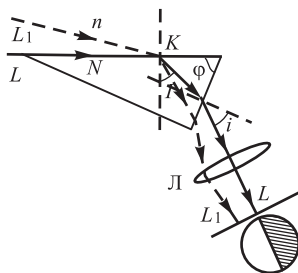


Рис. 3

Если вещество с неизвестным показателем преломления n заполняет пространство над верхней гранью призмы, то для скользящего луча LK согласно закону преломления

$$n \sin 90^\circ = N \sin I,$$

или

$$n = N \sin I, \quad (4)$$

где I — предельный угол преломления. Формула (4) лежит в основе вычисления n для всех типов рефрактометров.

Экспериментальная часть настоящей задачи выполняется с использованием двух рефрактометров ИРФ-23 и ИРФ-22.

В рефрактометре ИРФ-23 измерительная призма является прямоугольной (рис. 4), т.е. ее преломляющий угол $\varphi = 90^\circ$.

Для скользящего луча LK справедливо соотношение $N \sin(90^\circ - I) = \sin i$. Отсюда $\cos I = (\sin i) / N$, где i — угол между

нормалью к вертикальной грани измерительной призмы и вышедшим из призмы лучом (показатель преломления воздуха здесь принят за единицу).

Так как $\sin I = \sqrt{1 - \cos^2 I}$, то $\sin I = \frac{\sqrt{N^2 - \sin^2 i}}{N}$.

Подставляя это выражение в (4), получим формулу

$$n = \sqrt{N^2 - \sin^2 i}, \quad (5)$$

по которой, зная показатель преломления N вещества измерительной призмы и измерив угол i , можно определить показатель преломления n неизвестного вещества. В приборе ИРФ-23 вещество освещается почти параллельным пучком лучей, падающих на верхнюю грань призмы под углом 90° , поэтому в поле зрения видна светлая полоска, резкий верхний край которой соответствует лучам, падающим под предельным углом (рис. 4).

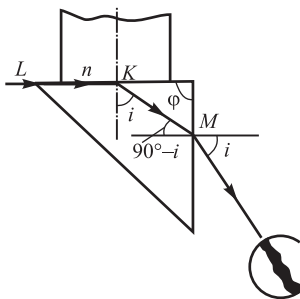


Рис. 4

В рефрактометре ИРФ-22 измерительная призма имеет острый преломляющий угол φ (см. рис. 3). В этом случае формула для определения n усложняется и имеет вид

$$n = \sin \varphi \sqrt{N^2 - \sin^2 i} - \cos \varphi \sin i, \quad (6)$$

где i — угол между направлением преломившегося под предельным углом луча после выхода его из призмы и нормалью к грани призмы.

Из хода лучей (рис. 3) видно, что любой луч, падающий на призму под углом меньше 90° , по выходе из призмы будет составлять с нормалью к ее грани угол больше i . Поэтому при освещении от источника, дающего лучи с различными углами падения (что имеет место в рефрактометре ИРФ-22) в фокальной плоскости линзы Л будет видна резкая граница раздела между

светлым и темным полями (светлое поле соответствует лучам, падающим на верхнюю грань призмы под углом меньше 90°).

Описание прибора ИРФ-23

В рефрактометре ИРФ-23 используются прямоугольные измерительные призмы, закрепляемые на столике прибора. При определении показателя преломления твердых тел из исследуемого вещества изготавливают кубик с хорошо отполированными гранями. Для соблюдения оптического контакта между гранью измерительной призмы и исследуемым веществом помещают каплю жидкости, показатель преломления которой больше, чем показатель преломления исследуемого вещества, но меньше, чем показатель преломления измерительной призмы. Введение между испытуемым веществом и призмой параллельного слоя жидкости не оказывает влияния на ход лучей в системе. Поэтому окончательная формула (5) для определения показателя преломления исследуемого вещества остается той же. При определении показателя преломления жидкостей употребляют измерительную призму с приклеенным к ней цилиндрическим сосудом, в который наливают исследуемую жидкость. Не останавливаясь более детально на оптической схеме ИРФ-23 (с ней можно ознакомиться по описанию, имеющемуся у лаборанта), опишем назначение ручек управления прибора. Внешний вид рефрактометра показан на рис. 5.

Лимб помещается в кожухе (1). Для питания лампочки подсветки (2) рефрактометр подключается к сети переменного тока

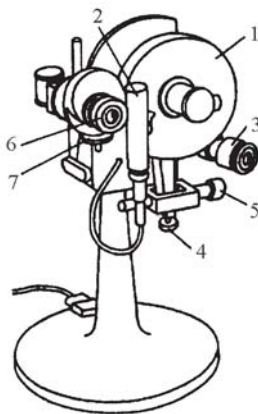


Рис. 5

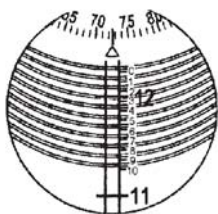


Рис. 6

через понижающий трансформатор. Вращением оправы (3) окуляра зрительной трубы добиваются четкого изображения креста нитей в поле зрения трубы. Грубое вращение трубы производится вручную при освобожденном винте (4). Плавное вращение трубы осуществляется при затянутом винте (4) вращением головки (5). Вращая оправу (6) окуляра отсчетного микроскопа, можно получить четкое изображение шкалы лимба.

При помощи маховичка (7) производится отсчет сотых и тысячных долей градуса по шкале лимба.

Отсчет положения зрительной трубы. В поле зрения отсчетного микроскопа (рис. 6) видны градусная шкала с ценой деления 1° ; вертикальная неподвижная шкала, десять делений которой равняются одному делению градусной шкалы; двойные спирали, шаг которых равен одному делению неподвижной шкалы (десятой доле градуса) и расположенная сверху круговая шкала.

При перемещении двойной спирали на одно деление вертикальной неподвижной шкалы указатель на круговой шкале пробегает 100 делений. Следовательно, одно деление круговой шкалы равно $0,001$ градуса.

Определение положения зрительной трубы при помощи отсчетного микроскопа производится следующим образом. Число целых градусов определяется по штриху градусной шкалы, который находится в пределах неподвижной вертикальной шкалы (на рис. 6 отсчет дает 12°). Десятые доли градуса определяются числом целых делений неподвижной вертикальной шкалы, которые уже пройдены штрихом градусной шкалы. На рис. 6 штрих, помеченный 12° , находится ниже деления неподвижной шкалы, обозначенного цифрой 2, что означает $0,2$. Для определения части деления неподвижной шкалы служит спиральный микрометр (нониус). С помощью маховичка (7) (см. рис. 5) вращают двойные спирали в любом направлении до тех пор, пока градусный штрих не займет симметричного положения между линиями двойной спирали; тогда указатель круговой шкалы покажет на ней значение сотых, тысячных и десятитысячных долей градуса (десятитысячные доли отсчитываются на глаз). На рис. 6 положение круговой шкалы соответствует отсчету $0,0725^\circ$. Таким образом, приведенное на рис. 6 расположение всех шкал в поле зрения отсчетного микроскопа дает для положения зрительной трубы отсчет угла $12,2725^\circ$.

Порядок измерений

Включают через понижающий трансформатор лампочку подсветки. Настраивают по глазам окуляры зрительной трубы и отсчетного микроскопа.

Нулевой отсчет. Устанавливают оптическую ось объектива зрительной трубы перпендикулярно вертикальной грани измерительной призмы. Для этого, освободив винт (4) (см. рис. 5), вращают трубу вручную до появления в поле зрения отражения креста нитей и по возможности ближе совмещают отражение с самим крестом. Затянув винт (4), вращением головки (5) добиваются точного совмещения. Если такого совмещения сделать не удастся, то добиваются симметричного расположения изображения относительно креста (рис. 7а).

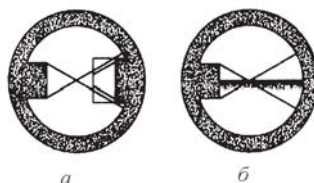


Рис. 7

Производят отсчет нулевого положения трубы, пользуясь отсчетным микроскопом, и записывают отсчитанное значение.

Определение показателя преломления жидкости. Закрепляют в рефрактометре измерительную призму со стеклянным цилиндром на верхней грани. Устанавливают источник света (газоразрядную натриевую лампу) и при помощи вспомогательной отражательной призмы направляют пучок света вдоль границы раздела между исследуемым веществом и измерительной призмой. Отпустив винт (4) (см. рис. 5), вращают зрительную трубу и добиваются, чтобы в нее попали преломленные в измерительной призме лучи. При этом в поле зрения трубы видна желтая полоса монохроматического света, соответствующего линии натрия D . Наводят центр креста нитей на верхнюю резкую границу полосы (рис. 7б), пользуясь для точной наводки головкой (5) при затянутом винте (4). С помощью отсчетного микроскопа отсчитывают положение зрительной трубы. Отсчет производят пять раз, сбивая каждый раз наводку и проводя ее заново. Находят среднее значение угла i_1 , определяющего положение трубы. Разность значений углов i_1 и i_0 дает величину угла i , входя-

шего в формулу (5). Зная угол i , по таблице для измерительной призмы с данным показателем преломления N , прилагаемой к прибору, определяют показатель преломления исследуемой жидкости [таблицы составлены на основании формулы (5)].

Определение показателя преломления стекла. В этом случае в качестве образцов используются кубики, изготовленные из исследуемых сортов стекла. Стеклопалочкой на рабочую грань кубика наносят каплю альфамонобромнафталина, показатель преломления которого $n_D = 1,6588$ при 20°C , и устанавливают кубик на горизонтальную поверхность измерительной призмы. Кубик и измерительная призма должны быть хорошо притерты друг к другу. В остальном порядок измерения тот же, что и при определении показателя преломления жидкости.

Описание прибора ИРФ-22

Рефрактометр ИРФ-22 типа Аббе предназначен для быстрого измерения показателей преломления жидкостей, но может употребляться и для измерения показателей преломления твердых тел, а также для определения средней дисперсии веществ.

Упрощенная оптическая схема рефрактометра показана на рис. 8.

Основной деталью рефрактометра является стеклянный параллелепипед (1), состоящий из двух призм I и II, изготовленных из одного сорта стекла. Призма I имеет хорошо отполированную грань A_1B_1 и является измерительной, а призма II имеет матовую грань A_2B_2 и является осветительной. Для измерения показателя преломления жидкости несколько ее капель помещается в щель между призмами. Пучок света от какого-либо источника с помощью зеркала (2) направляется на осветительную призму. Вследствие рассеяния света ее матовой поверхностью в

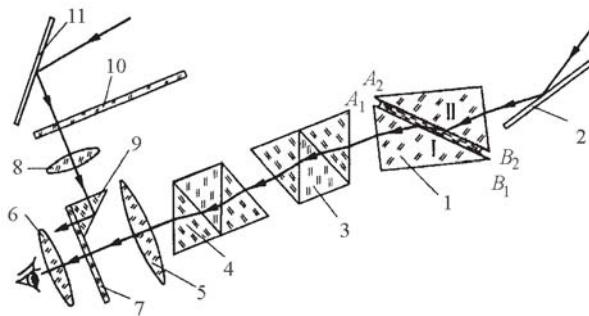


Рис. 8

исследуемую жидкость лучи входят по различным направлениям. Среди этих лучей имеются лучи, скользющие вдоль грани A_1B_1 призмы I, которые, проходя в эту призму, преломляются под предельным углом. Углы же преломления остальных лучей больше предельного. Выйдя из измерительной призмы, свет проходит через две дисперсионные призмы Амичи прямого зрения (3) и (4) (о назначении этих призм будет сказано ниже) и попадает в зрительную трубу, состоящую из объектива (5), окуляра (6) и отсчетного приспособления (7), расположенного в фокальной плоскости объектива. В этой плоскости свет образует светлое и темное поля (см. рис. 3). Отсчетное приспособление представляет собой стеклянную пластинку. На одной части этой пластинки нанесен крест, совмещаемый при измерениях с границей раздела темного и светлого полей. На другую часть пластинки при помощи линзы (8) и призмы (9) проектируется изображение прозрачной шкалы (10), которая освещается от какого-либо источника пучком света, направляемым зеркалом (11). Таким образом, в поле зрения окуляра видны одновременно картина, образованная светом, прошедшим через измерительную призму, и изображение шкалы. Параллелепипед (1) связан с пластинкой, на которой нанесена шкала, механической передачей. При его повороте происходит перемещение шкалы и, следовательно, перемещение ее изображения в поле зрения окуляра. Конструкция прибора предусматривает, что при совмещении креста с границей раздела светлого и темного полей указатель шкалы показывает сразу значение показателя преломления исследуемого вещества для монохроматического света с длиной волны, соответствующей желтой линии натрия D .

При использовании источника белого света в измерительной призме происходит дисперсия света. В результате граница раздела светлого и темного полей, видимая в окуляр, оказывается, вообще говоря, окрашенной и размытой. Для устранения окраски границы раздела полей служат дисперсионные призмы прямого зрения. Каждая из этих призм (рис. 9) составлена из трех призм: двух крайних, изготовленных из оптического стекла с

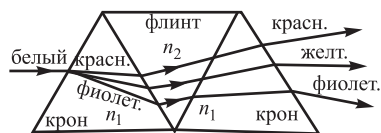


Рис. 9

малой дисперсией (крона), и средней — из стекла с большой дисперсией (флинта). Выходящий из такой системы свет оказывается разложенным в спектр.

Преломляющие углы призм подобраны так, что луч, соответствующий некоторой длине волны (обычно длине волны желтой линии натрия D), проходит систему без отклонения.

Окончательная дисперсия при прохождении света последовательно через две дисперсионные призмы (3) и (4) (см. рис. 8) зависит от ориентации призм по отношению друг к другу. Вращая одну из призм вокруг оси, идущей вдоль неотклоненного луча, можно получить любую дисперсию (от нулевой до двойной) по сравнению с дисперсией одиночной призмы. Таким образом, поворотом одной из дисперсионных призм можно компенсировать дисперсию света, возникшую в измерительной призме, и, следовательно, устранить окраску и размытие границы светлого и темного полей, наблюдаемых в окуляр.

Внешний вид прибора представлен на рис. 10 и 11.

Прибор состоит из корпуса (1), зрительной трубы (2), и измерительной головки (3). Измерительная головка состоит из двух литых полушарий. Верхнее полушарие закреплено на шарнире и может откидываться. В нем находится осветительная призма. В нижнем полушарии расположена измерительная призма. Поворот головки, происходящий совместно с перемещением шкалы, производится вращением маховичка (4). На осветительную призму свет направляется при помощи зеркала (5), а на шкалу — при помощи зеркала (6). Поворот призмы компенсатора дисперсии измерительной призмы осуществляется вращением маховичка (7). По показаниям шкалы компенсатора (8) вычисляется величина дисперсии исследуемого вещества.

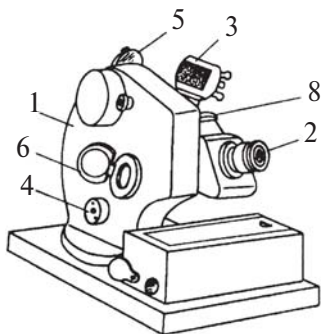


Рис. 10

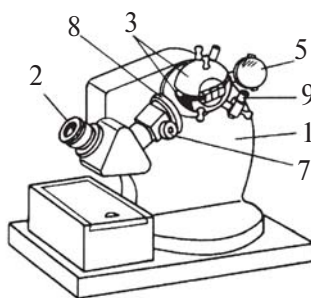


Рис. 11

Измерение показателя преломления жидкости. Устанавливают источник света (настольную лампу) так, чтобы свет падал на зеркала (5) и (6) (могут быть использованы и две лампы). Глядя в окуляр зрительной трубы, вращением оправ зеркала добиваются яркой и равномерной освещенности поля зрения. Вращая оправу окуляра, фокусируют его на крест и изображение шкалы. Откидывают верхнее полушарие измерительной головки и наносят с помощью стеклянной палочки на поверхность измерительной призмы несколько капель исследуемой жидкости. Осторожно закрывают головку. Исследуемая жидкость должна полностью заполнить зазор между измерительной и осветительной призмами. Смотря в окуляр, вращают маховичок (4) и находят границу раздела светлого и темного полей. Вращением маховичка (7) устраняют ее окраску. С помощью маховичка (4) устанавливают крест как можно точнее на границе раздела полей и снимают по шкале значение показателя преломления (индексом для отсчета служит неподвижный горизонтальный штрих). Целые, десятые, сотые и тысячные доли отсчитывают по делениям шкалы, а десятитысячные оценивают на глаз. Шкала показателя преломления рассчитана для температуры 20°C.

Измерение показателя преломления твердого тела. Перед работой верхнее полушарие измерительной головки откидывают и при дальнейшей работе не закрывают. Соприкасающиеся поверхности образца и измерительной призмы протирают спиртом и чистой салфеткой. Для соблюдения оптического контакта между гранью измерительной призмы и исследуемым веществом помещают каплю жидкости, показатель преломления которой больше, чем показатель преломления измерительной призмы. Введение между образцом и призмой параллельного слоя жидкости не оказывает влияния на ход лучей в системе. Обычно для этой цели служит монобромнафталин. Каплю жидкости помещают на полированную поверхность образца при помощи стеклянной палочки с закругленным концом. Накладывают образец полированной гранью на измерительную призму так, чтобы его матовая грань, образующая с полированной гранью острое ребро, была обращена к источнику света. При установке образца плоскость его соприкосновения с измерительной призмой должна принимать равномерную окраску. Измерение показателя преломления далее производится так же, как и в случае жидкости.

Измерение средней дисперсии. Мерой дисперсии может служить **средняя дисперсия** $n_F - n_C$, характеризующая изменение по-

казателя преломления вещества в пределах видимой части спектра (n_F и n_C — значения показателя преломления для длин волн $\lambda_F = 6563 \text{ \AA}$ и $\lambda_C = 4861 \text{ \AA}$, соответствующих красной и синей линиям водородного спектра). Для измерения средней дисперсии жидких и твердых веществ исследуемый объект устанавливают так же, как и при измерении показателя преломления. Находят показатель преломления, который здесь будет обозначаться n_D , так как рефрактометр дает значение показателя преломления для длины волны, соответствующей желтой линии натрия D .

Дисперсия определяется отсчетом положения призмы компенсатора по шкале (8) при полном устранении окраски границы раздела полей с помощью маховичка (7) (см. рис. 11) и характеризуется числом Z делений шкалы компенсатора. Если после устранения окраски вращать маховичок (7) в ту же сторону до противоположного, но равного (или почти равного) значения Z , то граница раздела вторично получится бесцветной. При измерениях следует производить не менее пяти отсчетов с двух сторон шкалы компенсатора и находить среднее арифметическое всех этих отсчетов. Для измеренного значения показателя преломления n_D находят по табл. 1 величины A и B . Если такого показателя в таблице не окажется, то величины A и B получают интерполированием, пользуясь табл. 3 пропорциональных частей. Для полученного значения Z находят по табл. 2 величину σ . Для дробных значений Z величину σ определяют также интерполированием при помощи той же таблицы пропорциональных частей. Необходимо учитывать, что для Z больше 30 величина σ принимает отрицательные значения. По найденным величинам A , B и σ вычисляют значение средней дисперсии: $n_F - n_C = A + B\sigma$. Пример записи результатов измерения и нахождения средней дисперсии приведен ниже.

Пример. Определение средней дисперсии

Отсчеты по шкале компенсатора.

Вода при 20°C , $n_D = 1,3330$. При помощи таблиц получается:

По одной стороне	41,7	41,7	41,6	42,0	41,8	Ср. 41,8
По другой стороне	42,1	42,2	42,0	41,9	41,9	Ср. 42,0
Общее среднее: $Z = 41,9$						

$$A = 0,02418, B = 0,03120, \sigma = -0,584,$$

$$n_F - n_C = A + B\sigma = 0,02418 - 0,01822 = 0,00596.$$

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 4. Волны. Оптика. – 4-е изд., перераб. – М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 3. Предварительные сведения.

§ 3.1. Световая волна.

§ 3.3. Отражение и преломление световой волны на границе двух диэлектриков.

Таблица 1

n_D	A	Δ	B	Δ
1,300	0,02437		0,03168	
1,310	0,02431	-6	0,03155	-13
1,320	0,02425	-6	0,03141	-14
1,330	0,02420	-5	0,03125	-16
1,340	0,024150	-5	0,03108	-17
1,350	0,02410	-5	0,03089	-19
1,360	0,02405	-5	0,03069	-20
1,370	0,02401	-4	0,03047	-22
1,380	0,02396	-5	0,03023	-24
1,390	0,02392	-4	0,02998	-25
1,400	0,02388	-4	0,02971	-27
1,410	0,02384	-4	0,02942	-29
1,420	0,02380	-4	0,02912	-30
1,430	0,02376	-4	0,02880	-32
1,440	0,02373	-3	0,02846	-34
1,450	0,02370	-3	0,02810	-36
1,460	0,02367	-3	0,02773	-37
1,470	0,02364	-3	0,02734	-39
1,480	0,02362	-2	0,02693	-41
1,490	0,02359	-3	0,02650	-43
1,500	0,02357	-2	0,02605	-45
1,510	0,02356	-1	0,02558	-47
1,520	0,02354	-2	0,02509	-49
1,530	0,02353	-1	0,02457	-52
1,540	0,02352	-1	0,02403	-54
1,550	0,02352	0	0,02346	-57
1,560	0,02352	0	0,02287	-59
1,570	0,02352	0	0,02225	-62
1,580	0,02353	1	0,02160	-65
1,590	0,02354	1	0,02092	-68
1,600	0,02356	2	0,02021	-71
1,610	0,02358	2	0,01947	-74
1,620	0,02361	3	0,01869	-78
1,630	0,02365	4	0,01786	-83
1,640	0,02370	5	0,01698	-88
1,650	0,02376	6	0,01605	-93
1,660	0,02383	7	0,01506	-99
1,670	0,02391	8	0,01400	-106
1,680	0,02400	9	0,01286	-114
1,690	0,02411	11	0,01162	-124
1,700	0,02425	14	0,01025	-137

Таблица 2

Z	σ	Δ	Z
0	1,000	-1	60
1	0,999	-4	59
2	0,995	-7	58
3	0,988	-10	57
4	0,978	-12	56
5	0,966	-15	55
6	0,951	-17	54
7	0,934	-20	53
8	0,914	-23	52
9	0,891	-25	51
10	0,866	-27	50
11	0,839	-30	49
12	0,809	-32	48
13	0,777	-34	47
14	0,743	-36	46
15	0,707	-38	45
16	0,669	-40	44
17	0,629	-41	43
18	0,588	-43	42
19	0,545	-44	41
20	0,500	-45	40
21	0,454	-46	39
22	0,407	-47	38
23	0,358	-49	37
24	0,309	-49	36
25	0,259	-50	35
26	0,208	-51	34
27	0,156	-52	33
28	0,104	-52	32
29	0,052	-52	31
30	0,000	-52	30

Таблица 3

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2
2	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4
3	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8	2,1	2,4	2,7	3,0	3,3	3,6
4	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0	2,4	2,8	3,2	3,6	4,0	4,4	4,8
5	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0
6	0,6	1,2	1,8	2,4	3,0	3,6	4,2	4,8	5,4	6,0	6,6	7,2
7	0,7	1,4	2,1	2,8	3,5	4,2	4,9	5,6	6,3	7,0	7,7	8,4
8	0,8	1,6	2,4	3,2	4,0	4,8	5,6	6,4	7,2	8,0	8,8	9,6
9	0,9	1,8	2,7	3,6	4,5	5,4	6,3	7,2	8,1	9,0	9,9	10,8

Продолжение табл. 3

	13	14	15	16	17	19	20	22	23	24	25	27
1	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,9	2,0	2,2	2,3	2,4	2,5	2,7
2	2,6	2,8	3,0	3,2	3,4	3,8	4,0	4,4	4,6	4,8	5,0	5,4
3	3,9	4,2	4,5	4,8	5,1	5,7	6,0	6,6	6,9	7,2	7,5	8,1
4	5,2	5,6	6,0	6,4	6,8	7,6	8,0	8,8	9,2	9,6	10,0	10,8
5	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5	9,5	10,0	11,0	11,5	12,0	12,5	13,5
6	7,8	8,4	9,0	9,6	10,2	11,4	12,0	13,2	13,8	14,4	15,0	16,2
7	9,1	9,8	10,5	11,2	11,9	13,3	14,0	15,4	16,1	16,8	17,5	18,9
8	10,4	11,2	12,0	12,8	13,6	15,2	16,0	17,6	18,4	19,2	20,0	21,6
9	11,7	12,6	13,5	14,4	15,3	17,1	18,0	19,8	20,7	21,6	22,5	24,3
	29	30	32	34	36	37	38	39	40	41	43	45
1	2,9	3,0	3,2	3,4	3,6	3,7	3,8	3,9	4,0	4,1	4,3	4,5
2	5,8	6,0	6,4	6,8	7,2	7,4	7,6	7,8	8,0	8,2	8,6	9,0
3	8,7	9,0	9,6	10,2	10,8	11,1	11,4	11,7	12,0	12,3	12,9	13,5
4	11,6	12,0	12,8	13,6	14,4	14,8	15,2	15,6	16,0	16,4	17,2	18,0
5	14,5	15,0	16,0	17,0	18,0	18,5	19,0	19,5	20,0	20,5	21,5	22,5
6	17,4	18,0	19,2	20,4	21,6	22,2	22,8	23,4	24,0	24,6	25,8	27,0
7	20,3	21,0	22,4	23,8	25,2	25,9	26,6	27,3	28,0	28,7	30,1	31,5
8	23,2	24,0	25,6	27,2	28,8	29,6	30,4	31,2	32,0	32,8	34,4	36,0
9	26,1	27,0	28,8	30,6	32,4	33,3	34,2	35,1	36,0	36,9	38,7	40,5
	46	47	49	50	51	52	54	57	59	62	65	68
1	4,6	4,7	4,9	5,0	5,1	5,2	5,4	5,7	5,9	6,2	6,5	6,8
2	9,2	9,4	9,8	10,0	10,2	10,4	10,8	11,4	11,8	12,4	13,0	13,6
3	13,8	14,1	14,7	15,0	15,3	15,6	16,2	17,1	17,7	18,6	19,5	20,4
4	18,4	18,8	19,6	20,0	20,4	20,8	21,6	22,8	23,6	24,8	26,0	27,2
5	23,0	23,5	24,5	25,0	25,5	26,0	27,0	28,5	29,5	31,0	32,5	34,0
6	27,6	28,2	29,4	30,0	30,6	31,2	32,4	34,2	35,4	37,2	39,0	40,8
7	32,2	32,9	34,3	35,0	35,7	36,4	37,8	39,9	41,3	43,4	45,5	47,6
8	36,8	37,6	39,2	40,0	40,8	41,6	43,2	45,6	47,2	49,6	52,0	54,4
9	41,4	42,3	44,1	45,0	45,9	46,8	48,6	51,3	53,1	55,8	58,5	61,2
	71	74	78	83	88	93	99	106	114	124	137	
1	7,1	7,4	7,8	8,3	8,8	9,3	9,9	10,6	11,4	12,4	13,7	
2	14,2	14,8	15,6	16,6	17,6	18,6	19,8	21,2	22,8	24,8	27,4	
3	21,3	22,2	23,4	24,9	26,4	27,9	29,7	31,8	34,2	37,2	41,1	
4	28,4	29,6	31,2	33,2	35,2	37,2	39,6	42,4	45,6	49,6	54,8	
5	35,5	37,0	39,0	41,5	44,0	46,5	49,5	53,0	57,0	62,0	68,5	
6	42,6	44,4	46,8	49,8	52,8	55,8	59,4	63,6	68,4	74,4	82,2	
7	49,7	51,8	54,6	58,1	61,6	65,1	69,3	74,2	79,8	86,8	95,9	
8	56,8	59,2	62,4	66,4	70,4	74,4	79,2	84,8	91,2	99,2	109,6	
9	63,9	66,6	70,2	74,7	79,2	83,7	89,1	95,4	102,6	111,6	123,3	

РАЗДЕЛ 2

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

Задача № 39

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ СТЕКЛЯННОЙ ПЛАСТИНКИ ИЗ ОПЫТОВ ПО ИНТЕРФЕРЕНЦИИ СВЕТОВЫХ ВОЛН

Цель задачи: изучение явления интерференции при большой разности хода интерферирующих лучей; нахождение закономерности образования темных и светлых полос в интерференционной картине; вычисление показателя преломления стеклянной пластинки.

Принцип работы гелий-неонового газоразрядного лазера

Излучение в гелий-неоновом лазере возникает в газоразрядной трубке, помещенной между двумя зеркалами и наполненной смесью неона и гелия. В трубку впаяны электроды, между которыми создается высоковольтное напряжение, необходимое для возникновения газового разряда. На рис. 1 изображена схема уровней энергии атомов неона Ne и гелия He, переходы между которыми обеспечивают когерентное излучение красной линии в спектре неона с длиной волны $\lambda = 6328 \text{ \AA}$ (другие уровни не показаны).

При столкновениях в газовом разряде электронов с атомами неона и гелия возбуждаются уровни E_2 неона и E'_2 гелия. Напряжение газового разряда подобрано так, чтобы другие уровни

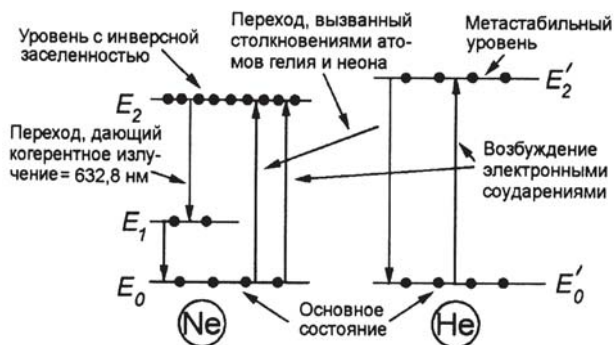


Рис. 1

возбуждались по возможности меньше. Энергия возбуждения уровня E_2' гелия несколько выше энергии возбуждения уровня E_2 неона. Уровень E_2' гелия метастабильный — его время жизни много больше времени между столкновениями атомов неона и гелия друг с другом. При таких столкновениях атом гелия отдает свою энергию без излучения атому неона, вызывая переход электрона в атоме неона с уровня E_0 на уровень E_2 . В результате столкновений возбуждение уровня E_2 неона происходит настолько часто, что создается инверсия в заселенности уровней неона E_1 и E_2 (на рис. 1 густота точек на уровнях отражает относительную заселенность). При переходах электронов в атомах неона с уровня E_2 на уровень E_1 и создается когерентное индуцированное излучение.

В установлении инверсной заселенности уровней E_1 и E_2 заметную роль играют столкновения атомов неона со стенками газоразрядной трубки. Такие столкновения уменьшают заселенность уровня E_1 , вызывая переходы с этого уровня на основной уровень E_0 . Чтобы столкновения со стенками трубки происходили достаточно часто, диаметр трубки не должен быть слишком велик.

Как уже отмечалось выше, для возникновения стабильного индуцированного излучения необходимо, чтобы испущенное каждым атомом излучение многократно проходило через рабочее вещество. Для этого у торцов трубки помещаются два сферических зеркала, пропускающих наружу лишь 1–2% падающего на них света (рис. 2). Зеркала должны быть настроены в резонанс: в расстоянии между ними должно укладываться целое число полуволн. Лишь в этом случае отраженные от обоих зеркал волны будут иметь одинаковую фазу с падающими на них волнами, т.е. будет обеспечена когерентность всего излучения.

Из торцов трубки свет выходит через так называемые окна Брюстера, представляющие собой плоскопараллельные стеклянные пластинки, расположенные так, что свет, идущий вдоль

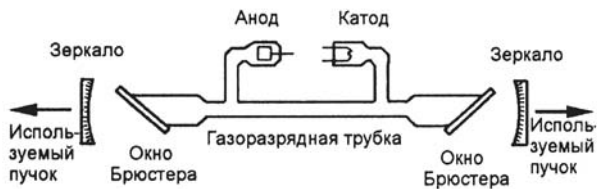


Рис. 2

трубки, падает на них под углом Брюстера. Роль этих окон следующая. Интенсивность света при прохождении через плоскопараллельную стеклянную пластинку при перпендикулярном падении уменьшается примерно на 8% вследствие отражения света на каждой из ее поверхностей. Поэтому если бы окна на торцах трубки были бы ей перпендикулярны, то после пятидесятикратного прохождения между зеркалами от первоначальной интенсивности осталось бы менее 0,3%, что недостаточно для возникновения стабильного индуцированного излучения. В то же время, если свет падает на стеклянную пластинку под углом Брюстера, то волна, поляризованная так, что вектор напряженности электрического поля этой волны лежит в плоскости падения, вообще не отражается, т.е. волна такой поляризации проходит через стеклянную пластинку без потерь. Следовательно, благодаря окнам Брюстера возможно возникновение стабильного индуцированного излучения, поляризованного в плоскости падения к окнам. Излучения же с другой поляризацией вследствие больших потерь при прохождении через окна возникнуть не может.

Если соблюдены упомянутые выше условия (размеры трубки, состав газа и его давление, анодное напряжение, коэффициент отражения зеркал и их юстировка, наличие окон Брюстера), то в газоразрядной трубке устанавливается равновесие между числом атомов неона, в которых электроны разными путями попадают на уровень E_2 , и числом атомов, в которых происходят переходы электронов с уровня E_2 на уровень E_1 с испусканием индуцированного излучения.

В результате из лазера выходит мощный световой пучок, обладающий следующими свойствами:

1) высокой направленностью. Угол расходимости лазерного луча составляет несколько угловых минут, а иногда даже угловых секунд;

2) исключительно высокой монохроматичностью. Теоретический предел ширины линии излучения лазера, определяемый броуновским движением зеркал резонатора и спонтанным излучением атомов среды, составляет малую величину $\Delta\nu \approx 10^2 - 10^{-1}$ Гц, что при $\nu \approx 10^{15}$ Гц обуславливает $\Delta\nu/\nu = 10^{-13} - 10^{-16}$. К настоящему времени благодаря развитию лазерной техники этот предел практически реализован;

3) высокой когерентностью. Под термином «когерентность» понимается корреляция каких-либо характеристик электромагнитного из-

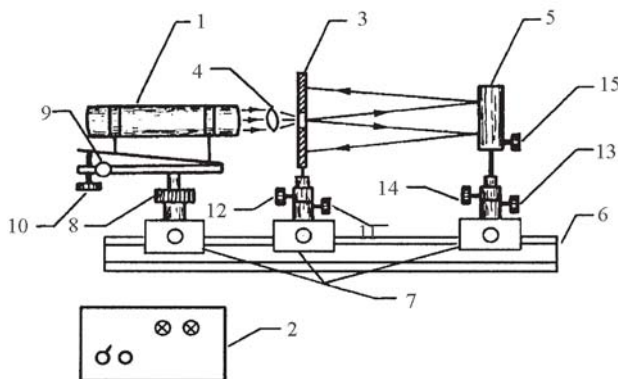


Рис. 3

лучения, например фаз. В высокой когерентности лазерного луча можно убедиться с помощью интерференционного опыта Юнга.

Перечисленные выше свойства лазерного излучения позволяют наблюдать явление интерференции при отражении от толстых стеклянных пластинок, когда возникает большая разность хода между интерферирующими лучами.

Описание установки

Схема оптической установки для изучения явления интерференции приведена на рис. 3. Она включает: лазер — (1), блок питания лазера (2), экран (3) с линзой (4), стеклянную пластинку (5), оптическую скамью (6) и рейтеры (7).

Все приборы и приспособления установки (за исключением блока питания лазера ЛГ-72) располагаются на оптической скамье на рейтерах, что позволяет легко менять их взаимное расположение. Каждый рейтер снабжен меткой. Метки рейтеров и нанесенная вдоль оптической скамьи шкала позволяют измерять расстояния между элементами установки на оптической скамье. Установка состоит из трех основных узлов:

- лазера (1), который является непосредственным источником когерентного излучения;
- толстой тщательно отполированной плоскопараллельной стеклянной пластинки с держателем (5).

Качество полировки ее рабочих поверхностей составляет примерно $0,1\lambda$, т.е. $\sim 630 \text{ \AA}$. Клинообразность пластинки (непараллельность ее рабочих поверхностей) не превышает $5''$. О степени полировки можно судить на основании следующего. Если эту пластинку подержать некоторое время в руках, то возника-

ющий от рук неравномерный прогрев пластинки приведет к заметному искажению интерференционной картины. Загрязнения, оставляемые на поверхности после касания ее пальцами рук, также сильно снижают качество интерференционной картины.

ВНИМАНИЕ! При выполнении работы касаться руками только держателя стеклянной пластинки и его регулировочных винтов;

- экрана (3) с центральным отверстием, в котором находится оправка с короткофокусной собирающей линзой (4). Задняя фокальная плоскость линзы совпадает с плоскостью экрана. Линза (4) служит для преобразования параллельного пучка света излучателя (1) в расходящийся пучок. Высокая монохроматичность и малая расходимость лазерного пучка позволяют сфокусировать луч лазера на площадку чрезвычайно малой величины и в дальнейшем рассматривать ее как точечный источник излучения. Экран служит для наблюдения интерференционной картины, образующейся в результате наложения световых волн, отразившихся от передней и задней поверхностей толстой плоскопараллельной стеклянной пластинки (5). В силу симметрии падающего на пластинку светового пучка интерференционная картина имеет вид чередующихся светлых и темных колец. Для измерения диаметров интерференционных колец в центре экрана находятся две линейные шкалы, расположенные под прямым углом друг к другу.

Каждый узел установки имеет следующие регулировки.

Лазер (1):

- гайку (8) для перемещения вверх–вниз;
- винт (9) для поворота в горизонтальной плоскости;
- винт (10) для поворота в вертикальной плоскости.

Экран (3) с линзой:

- стопорный винт (11);
- стопорное кольцо (12).

При освобождении винтов (11) и (12) смещение экрана вверх–вниз и поворот вокруг вертикальной оси осуществляется вручную. Стопорное кольцо (12) с винтом служит для фиксации экрана на выбранной высоте.

При освобождении винта (12) в целях защиты от падения экран надо удерживать рукой.

Держатель со стеклянной пластинкой (5):

- винт (15) для изменения наклона стеклянной пластинки;
- стопорный винт (13);
- стопорное кольцо с винтом (14).

При освобождении винтов (13) и (14) смещение вверх–вниз и поворот вокруг вертикальной оси осуществляются вручную. Стопорное кольцо с винтом (14) служит для фиксации стеклянной пластинки на выбранной высоте. При освобождении винта (14) в целях защиты от падения держатель стеклянной пластинки необходимо удерживать рукой. Падение держателя может привести к образованию трещин и сколов на стеклянной пластинке. Во время работы и юстировки нельзя вынимать держатель из рейтера.

Источник питания лазера находится на нижней полке стола.

Вывод расчетной формулы

Конечной целью пункта описания является получение формулы, связывающей квадрат диаметра интерференционного кольца D_N с его порядковым номером N , отсчитываемым от центра интерференционной картины.

Ход лучей в установке изображен на рис. 4.

Выделим из параллельного пучка лазерного излучения два луча 1 и 2. После прохождения через собирающую линзу L эти лучи падают на стеклянную пластинку в точках E и D . Дальнейший ход этих лучей построен с соблюдением закона отражения в точке E для луча 1 (угол падения равен углу отражения) и закона преломления в точке D для луча 2. После отражения в точке C от задней поверхности стеклянной пластинки и преломления в точке B луч 2 встречается с лучом 1 в точке M экрана. В силу свойств лазерного излучения лучи 1 и 2 когерентны, хотя

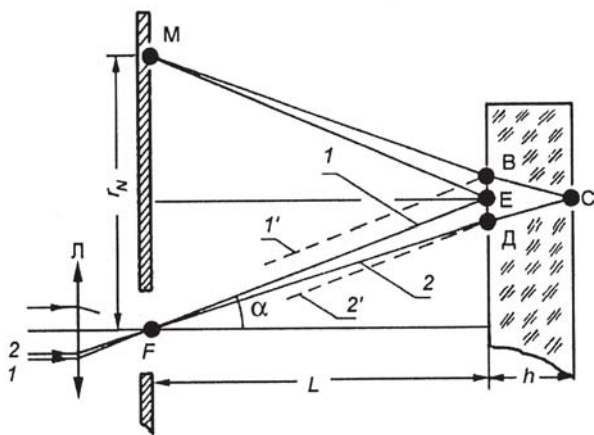


Рис. 4

и соответствуют различным сугам излучения. Следовательно, они участвуют в образовании интерференционной картины. Результат интерференции зависит от разности хода, приобретаемой этими лучами на пути от точки F к точке M .

Как видно из рис. 4, оптическая разность хода между лучами 1 и 2 на пути от точки F к точке M равна

$$\Delta_1 = 2DCn - 2(FE - FD) + \lambda/2, \quad (1)$$

где n — показатель преломления стеклянной пластинки.

Слагаемое $\lambda/2$ возникает из-за потери полуволны при отражении луча 1 от оптически более плотной среды. Разность хода можно вычислить и более простым способом, если учесть реальные параметры установки. Действительно, расстояние L в установке равно ~ 80 см, а радиус r десятого интерференционного кольца составляет ~ 3 см. Следовательно, угол α , под которым луч 1 падает на стеклянную пластинку мал ($\alpha \sim 1^\circ$). Кроме того, можно считать, что толщина стеклянной пластинки h много меньше ее расстояния до экрана L ($h/L \sim 0,03$). Следовательно, угол падения луча 2 на стеклянную пластинку мало отличается от угла падения луча 1, равного α . Вследствие этого можно считать, что наблюдаемые на экране интерференционные полосы (окружности) являются полосами равного наклона, возникающими в результате интерференции параллельных лучей 1' и 2'', падающими на стеклянную пластинку под углом α . Оптическая разность хода между такими лучами равна

$$\Delta_2 = 2h(n^2 - \sin^2\alpha)^{0,5} + \lambda/2. \quad (2)$$

Расчеты показывают, что разности хода, вычисленные по формулам (1) и (2), отличаются друг от друга на величину, меньшую, чем $\lambda/2$ ($\sim 1000 \text{ \AA}$), что можно рассматривать как доказательство справедливости использования формулы (2).

Используя соотношение (2), условие образования в точке M интерференционного минимума m -го порядка можно записать в следующем виде:

$$\Delta_2 = 2hn \left(1 - \frac{\sin^2\alpha}{n^2} \right)^{0,5} + \frac{\lambda}{2} = (2m+1) \frac{\lambda}{2}. \quad (3)$$

Так как $\sin^2\alpha/n^2 \ll 1$, то корень в выражении (3) можно разложить в ряд по формуле

$$\left(1 - \frac{\sin^2\alpha}{n^2} \right)^{0,5} = 1 - \frac{\sin^2\alpha}{2n^2}. \quad (4)$$

После подстановки (4) в выражение (3) получим

$$\Delta_2 = 2hn \left(1 - \frac{\sin^2 \alpha}{2n^2} \right) + \frac{\lambda}{2} = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (5)$$

Из рис. 4 видно, что

$$\operatorname{tg} \alpha \cong \sin \alpha = \frac{r_N}{2L}. \quad (6)$$

После подстановки (6) в формулу (5) и несложных преобразований, получим

$$\Delta_2 = 2hn - \frac{h}{4L^2 n} r_N^2 + \frac{\lambda}{2} = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (7)$$

Из (7) получаем

$$r_N^2 = \frac{4L^2 n \lambda}{h} \left(\frac{2hn}{\lambda} - m \right). \quad (8)$$

Или

$$D_N^2 = \frac{16L^2 n \lambda}{h} \left(\frac{2hn}{\lambda} - m \right), \quad (9)$$

где D_N — диаметр темного кольца.

Как видно из соотношения (9), в центре интерференционной картины располагаются кольца, соответствующие большим порядкам интерференции (большим m). Обратное расположение интерференционных линий по отношению к их расположению в обычной схеме наблюдения интерференции от двух точечных источников является особенностью данной схемы. Отсчет значений m всегда производят от точек, для которых разность хода интерферирующих лучей равна нулю. С увеличением разности хода растут значения m . В рассматриваемой схеме направлению к центру интерференционной картины соответствует максимальная разность хода $2hn$, т.е. максимальное $m(m_{\max})$. Таким образом, в наших обозначениях m_{\max} — это максимальный порядок наблюдаемого минимума. Формула (9) позволяет оценить порядок интерференционных линий m_{\max} , наблюдаемых в центре экрана. При $D_N = 0$, $m = m_{\max}$. Для m_{\max} получаем

$$m_{\max} = \frac{2hn}{\lambda}. \quad (10)$$

Оценка приводит к величине

$$m_{\max} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 1,5}{6 \cdot 10^3 \cdot 10^{-8}} \sim 10^5.$$

С учетом (10) формула (9) приобретает вид

$$D_N^2 = \frac{16L^2 n \lambda}{h} (m_{\max} - m). \quad (11)$$

Преобразуем формулу (11) так, чтобы ею было удобно пользоваться.

Положение кольца на экране при измерениях удобно определять его порядковым номером N , отсчитываемым от первого видимого на экране темного кольца, а не числом m . Рисунок 5 помогает установить соотношение между N и m .

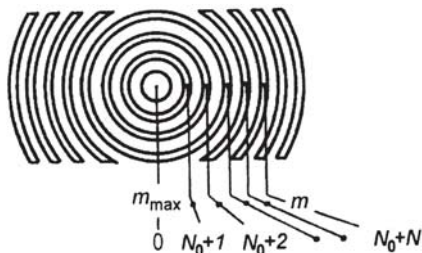


Рис. 5

Предположим, что на отверстие в центре экрана попадает N_0 интерференционных минимумов. Очевидно, что их наблюдать нельзя. Тогда первому от центра экрана наблюдаемому минимуму можно приписать номер $N_0 + 1$, второму — $N_0 + 2$, а N -му — номер $N_0 + N$. Как видно из рис. 5, это число равно $m_{\max} - m$, т.е. справедливо соотношение

$$m_{\max} - m = N_0 + N. \quad (12)$$

Подставляя (12) в формулу (11) и вводя обозначения

$$D_N^2 = \frac{16L^2 n \lambda}{h} N_0 \quad \text{и} \quad b = \frac{16L^2 n \lambda}{h}, \quad (13)$$

получим

$$D_N^2 = D_{N_0}^2 + bN. \quad (14)$$

Как следует из уравнения (14), зависимость D_N^2 от N имеет линейный вид.

Подготовка установки к измерениям

ВНИМАНИЕ! Лазер работает при анодном напряжении выше 3 кВ — включение лазера производится только лаборантом.

При работе с лазером необходимо помнить, что прямое попадание лазерного излучения в глаз опасно для зрения. Кроме того, такую же опасность представляет лазерный луч, отраженный от зеркал и хорошо отполированных блестящих металлических поверхностей.

Включение лазера

1. Установить тумблер «ВКЛ» источника питания в выключенное положение.

2. Подключить к питающей сети ~220 В сетевую вилку источника питания.

3. Включить тумблер «ВКЛ». При этом на передней панели источника питания загорится индикация «СЕТЬ».

4. Через время не менее 30 с после включения тумблера «ВКЛ» нажать кнопку «ЗАПУСК». При этом на передней панели источника питания загорится индикация «ВЫСОКОЕ» и начнет работать излучатель. Для выключения лазера тумблер «ВКЛ» поставить в выключенное положение. При этом индикация «СЕТЬ» погаснет сразу, а индикация «ВЫСОКОЕ» — через 5–8 с. Затем отключить вилку источника питания от питающей сети.

Юстировка установки. При необходимости юстировка установки проводится лаборантом или преподавателем.

Порядок измерений

При измерениях рекомендуется пользоваться лупой. Располагать лупу следует подальше от экрана, чтобы получить наибольшее увеличение шкалы и не загоразивать ею лучи, отраженные от пластинки. В процессе работы удобнее измерять диаметры светлых, а не темных интерференционных колец, так как шкала в местах расположения светлых колец освещается более ярко. Совершенно очевидно, что линейная зависимость (14) не нарушится и коэффициент b останется тем же.

Для построения прямой $D_N^2 = f(N)$ необходимо измерить диаметры 10–16 светлых колец. Диаметр кольца определяется по горизонтальной шкале как сумма координат его левого и правого радиусов. При этом вначале определяются координаты радиусов по одну сторону от центра, затем — по другую сторону. Результаты измерений записываются в таблицу данных.

В качестве указки при измерениях нельзя использовать ручки и карандаши. Такие указки портят экран. Большое увеличение, даваемое лупой, позволяет и без указки легко определять положение нужного кольца на шкале. В конце измерений с по-

Номер кольца, N	Отсчет слева, мм	Отсчет справа, мм	D_N , см	D_N^2 , см ²	X_1 , см	X_2 , см	L , см
1							
2							
2							
·							
·							
·							
N							

мощью меток на рейтерах определить координаты экрана и стеклянной пластинки. Результаты измерений записать в таблицу данных.

Обработка результатов измерений

1. По результатам измерений вычислить диаметры колец (в см) и расстояние L между экраном и стеклянной пластинкой. Для вычисления L воспользоваться формулой

$$L = [(X_2 - X_1) - 1,32] \text{ (см)}.$$

Поправка 1,32 см вводится потому, что метки рейтеров не лежат в плоскостях экрана и передней грани стеклянной пластинки. Результаты вычислений занести в таблицу данных.

2. На миллиметровой бумаге построить график зависимости D_N^2 от N и вычислить тангенс угла наклона прямой b . При построении графика выбрать такой масштаб, чтобы 1 см по оси абсцисс соответствовал $D_N = 1$, а по оси ординат — $\Delta D_N^2 = 5 \text{ см}^2$.

3. Используя формулу

$$n = \frac{bh}{16L^2\lambda},$$

вычислить показатель преломления стеклянной пластинки. При вычислениях положить $\lambda = 6328 \text{ \AA}$, $h = 20,3 \text{ мм}$. Метод вычисления погрешности измерений показателя преломления n обсудить с преподавателем.

При отчете представить: заполненную таблицу данных, график зависимости D_N^2 от N и вычисленное значение показателя преломления стеклянной пластинки n .

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 4. Волны. Оптика. — 4-е изд., перераб. — М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 4. Интерференция света.

§ 4.1. Интерференция световых волн.

Задача № 40

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ ВОЛНЫ ИСТОЧНИКА СВЕТА С ПОМОЩЬЮ БИЛИНЗЫ И БИПРИЗМЫ

Цель задачи: определение длины световой волны источника.

Основные понятия и соотношения

В задаче изучаются интерференционные схемы с билинзой и бипризмой, которые сводятся к схеме с двумя когерентными точечными источниками света. Из теории следует, что при соответствующем наблюдении интерференционной картины выполняется соотношение

$$\lambda = \frac{l}{D} \Delta y, \quad (1)$$

где λ — длина световой волны источника света; Δy — ширина интерференционной полосы; l — расстояние между когерентными источниками; D — расстояние от этих источников до плоскости, в которой наблюдается интерференционная картина.

Формула (1) позволяет определить длину световой волны источника, что и является основной целью задачи.

В схеме с бипризмой изображения щели мнимые, поэтому расстояние между ними нельзя измерить непосредственно. Покажем, что эти изображения S_1 и S_2 находятся на том же расстоянии d от бипризмы, что и щель S , и выведем формулу для расстояния l между ними. Выбрав систему координат, как показано на рис. 1а, найдем уравнение $y(x)$ лучей, преломленных верхней на этом рисунке половиной бипризмы.

Луч, падающий на бипризму под углом i , после двукратного преломления на ее гранях составит с осью x угол $\varphi < 0$ и отсечет

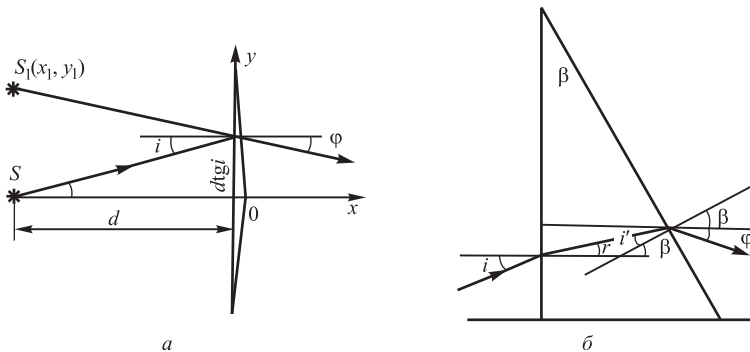


Рис. 1

на оси y отрезок $d \operatorname{tg} i$, где d — расстояние от щели до бипризмы (толщиной бипризмы пренебрегаем ввиду малости преломляющего угла β). Поэтому уравнение прямой, по которой распространяется луч, имеет вид: $y = (-\operatorname{tg} \varphi)x + d \operatorname{tg} i$. Все углы, задействованные в задаче, малы вследствие достаточной удаленности щели от бипризмы и малости угла β , так что для них $\operatorname{tg} \alpha \approx \sin \alpha \approx \alpha$ и уравнение преломленных лучей принимает вид: $y = (-\varphi)x + id$. Используя дважды закон преломления $\sin i / \sin r = n$ и $\sin i' / \sin r' = n$, в котором заменим синусы углов на сами углы, и два соотношения между углами: $i' = \beta - r$ и $\varphi = r' - \beta$, следующие из рис. 1б, имеем систему уравнений: $i/r = n$, $i'/r' = 1/n$, $i' = \beta - r$, $\varphi = r' - \beta$, из которой находим: $\varphi = \beta(n - 1) - i$, и уравнение преломленных лучей принимает окончательный вид

$$y(x) = -[\beta(n - 1) - i]x + id,$$

где угол падения i входит как параметр.

Изображение S_1 источника света находится в точке с координатами x_1, y_1 , в которой пересекаются направления лучей, т.е. в которой значение координаты y одинаково для всех лучей пучка независимо от угла падения i : $y(x_1) = y_1$. Независимость координаты y от i означает, что в этой точке $dy/di = 0$. Дифференцируя функцию $y(x)$ по i , имеем: $x + d = 0$, откуда $x_1 = -d$. Подставляя это значение x_1 в формулу для $y(x)$, находим координату y_1 изображения: $y_1 = d(n - 1)\beta$. Изображение S_1 мнимое, так как в точке (x_1, y_1) пересекаются не сами лучи, а их мысленные продолжения. Из соображений симметрии очевидно, что продолжения лучей, преломленных другой половиной бипризмы, пересекаются в точке S_2 , расположенной симметрично с точкой S_1 относительно оси Ox (рис. 2).

Таким образом, доказано, что бипризма с малым преломляющим углом дает два мнимых изображения удаленного источ-

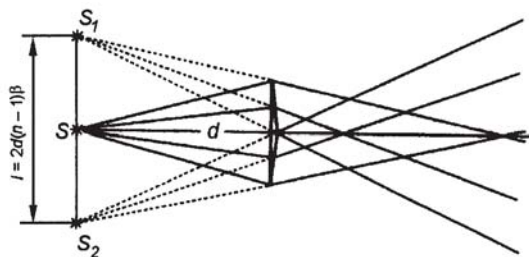


Рис. 2

ника света, находящихся на том же расстоянии d от бипризмы, что и сам источник, и на расстоянии

$$l = 2d(n - 1)\beta \quad (2)$$

друг от друга.

Описание установки

Интерференционная схема представлена на рис. 3.



Рис. 3

В качестве источника света используется узкая вертикальная щель, освещаемая натриевой лампой, которая испускает практически монохроматический свет. Щель снабжена винтом, регулирующим ее ширину. Для измерения ширины интерференционных полос и расстояний между вторичными источниками света используется окулярный микрометр. Все детали установки размещены на оптической скамье, снабженной сантиметровыми делениями. Оправы с билинзой, бипризмой и окулярный микрометр укреплены на вертикальных стержнях — держателях, установленных на ползушках. Ползушки могут свободно перемещаться вдоль оптической скамьи. Билинза и микрометр имеют еще и горизонтальные винтовые салазки, позволяющие перемещать их в горизонтальном направлении перпендикулярно оптической скамье, что необходимо для юстировки всей установки.

Упражнение 1

Определение длины волны источника света с помощью билинзы

Первый способ. Билинза располагается на расстоянии от щели, большем фокусного расстояния линзы, и доли билинзы раздвинуты по отношению к их положению в целой линзе. Ход лучей представлен на рис. 4, где S — источник света (щель), S_1

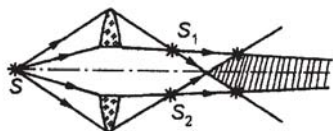


Рис. 4

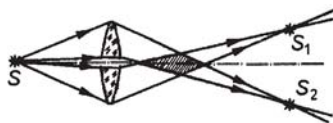


Рис. 5

и S_2 — его действительные изображения, а область интерференции заштрихована.

Подготовка схемы к измерениям осуществляется по инструкции, которая выдается лаборантом непосредственно перед выполнением задачи.

Порядок измерений

Согласно формуле (1) для определения λ необходимо измерить величины Δy , D и l .

Ширина интерференционной полосы Δy рассчитывается следующим образом. Глядя в окуляр и вращая барабан окулярного микрометра, наводят сокрестие нитей на одну из темных линий (минимум) интерференционной картины и записывают отсчет y_0 по шкале барабана в мм (цена деления шкалы 0,01 мм). Затем перемещают сокрестие нитей на пять интерференционных полос, т.е. наводят его на пятую, не считая исходной, темную полосу и записывают второй отсчет y_5 . Очевидно,

$$\Delta y = \frac{|y_5 - y_0|}{5}.$$

Измерения повторяют не менее пяти раз, каждый раз для группы из пяти интерференционных полос, вычисляют среднее значение Δy и оценивают погрешность измерения.

Для измерения D регистрируют исходное положение окулярного микрометра, записывая отсчет по шкале оптической скамьи (в мм). Затем передвигают микрометр в направлении к линзе и регистрируют его положение, при котором появляющиеся в поле зрения изображения щели (две желтые полосы) наиболее узкие и четкие. Разность этих отсчетов определит искомое расстояние D между интерференционной картиной и изображениями S_1 и S_2 щели.

Для измерения расстояния l между изображениями щели наводят сокрестие нитей микрометра поочередно на изображения щелей и берут разность отсчетов (в мм).

Вычисления

Подставляя в формулу (1) измеренные значения D , l и среднее значение Δu , находят искомую длину волны λ . Оценивают погрешность измерения λ .

Второй способ. Если доли билинзы сближены по сравнению с их положением в целой линзе, то область перекрывания световых пучков, где может наблюдаться интерференционная картина, находится между билинзой и действительными изображениями S_1 и S_2 щели S , как это видно из рис. 5.

Руководствуясь инструкцией, осуществляют необходимые изменения в схеме, добиваясь появления четкой интерференционной картины.

Все измерения, запись результатов и расчеты проводятся аналогично первому способу.

Упражнение 2

Определение длины волны источника света с помощью бипризмы

Длина световой волны λ источника вычисляется по формуле (1). Ширина Δu интерференционной полосы измеряется, как в упражнении 1.

Мнимые изображения S_1 и S_2 щели лежат в одной плоскости со щелью S (рис. 2), поэтому D в формуле (1) есть расстояние между щелью и наблюдаемой интерференционной картиной, расположенной в фокальной плоскости окуляра, — его измеряют линейкой. Расстояние $l = S_1 S_2$ между мнимыми изображениями щели вычисляют по формуле (2). Расстояние d от щели до бипризмы измеряют линейкой, а значения показателя преломления n стекла и преломляющего угла β бипризмы указаны на ползушке.

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 4. Волны. Оптика. — 4-е изд., перераб. — М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 4. Интерференция света.

§ 4.1. Интерференция световых волн.

§ 4.3. Способы наблюдения интерференции света.

Задача № 41

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАДИУСА КРИВИЗНЫ ЛИНЗЫ МЕТОДОМ КОЛЕЦ НЬЮТОНА

Цель работы: изучение явления интерференции света в опыте по наблюдению колец Ньютона в отраженном свете и определение радиуса кривизны линзы.

Вывод расчетной формулы

Пусть на линзу малой кривизны, соприкасающуюся с плоской поверхностью хорошо отполированной пластинки, нормально падает пучок монохроматического света (рис. 1).

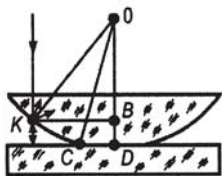


Рис. 1

На рисунке изображен только один луч этого пучка. В результате наложения световых волн, отраженных от верхней и нижней границ воздушной прослойки, будет наблюдаться интерференция. В силу того что толщина воздушной прослойки между линзой и пластинкой постепенно увеличивается от точки соприкосновения к краям, наблюдаемая интерференционная картина является примером полос равной толщины.

Вследствие симметрии относительно оси OD интерференционная картина имеет вид концентрических темных и светлых колец и носит название колец Ньютона. Размеры и положение колец Ньютона при нормальном падении света на поверхность линзы нетрудно рассчитать, если учесть, что высокая видимость интерференционной картины имеет место лишь в тонком слое, практически совпадающем со сферической поверхностью линзы.

Для вычисления оптической разности хода (ОРХ) лучей в точке K на сферической поверхности линзы воспользуемся формулой

$$(\text{ОРХ}) = 2h(n^2 - \sin^2 i)^{0.5} + \lambda/2, \quad (1)$$

где h — расстояние от точки K до поверхности пластинки; n — показатель преломления среды (воздуха) между линзой и пластинкой, равный 1; i — угол падения луча.

При нормальном падении, что имеет место в данном случае, $i = 0$, λ — длина волны излучения. Известно, что условием образования интерференционного минимума является равенство ОРХ-лучей нечетному числу полуволн. С учетом сказанного выше для интерференционного минимума порядка m можно записать следующее равенство:

$$2h + \frac{\lambda}{2} = (2m + 1) \frac{\lambda}{2},$$

или

$$2h = m\lambda. \quad (2)$$

Используя рис. 1, найдем соотношение между h , радиусом r_m темного интерференционного кольца порядка m и радиусом кривизны линзы — R . При выводе этого соотношения учтем, что в результате деформации стекла в месте контакта при виде сверху поверхность контакта имеет форму круга. На интерференционной картине эта поверхность соответствует центрально-му темному пятну радиуса r_0 . Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} OK &= OC = R, \\ OB &= H, \\ BD &= h, \\ KB &= r_m, \\ CD &= r_0. \end{aligned} \quad (3)$$

Из прямоугольных треугольников ODC и OBK имеем:

$$\begin{aligned} (OB + BD)^2 &= OC^2 - CD^2, \\ OK^2 &= OB^2 + KB^2 \end{aligned}$$

или

$$(H + h)^2 = R^2 - r_0^2, \quad (4)$$

$$R^2 = H^2 + r_m^2. \quad (5)$$

Из равенства (4) находим

$$H = (R^2 - r_0^2)^{0,5} - h. \quad (6)$$

Подставим (6) в уравнение (5):

$$R^2 = R^2 - r_0^2 - 2h(R^2 - r_0^2)^{0,5} + h^2 + r_m^2. \quad (7)$$

Если учесть, что $r_0 \ll R$ и $h \ll R$, то величинами r_0^2 под корнем и h^2 можно пренебречь. Равенство (7) в этом случае приобретает вид

$$2h = \frac{1}{R}(r_m^2 - r_0^2). \quad (8)$$

Подставив (8) в уравнение (2), получим интересующее нас соотношение

$$\frac{1}{R}(r_m^2 - r_0^2) = m\lambda$$

или

$$r_m^2 = mR\lambda + r_0^2. \quad (9)$$

Так как при измерениях определяют значения диаметров колец, а не радиусов, то более удобным для вычислений является следующее соотношение:

$$D_m^2 = 4R\lambda m + D_0^2. \quad (10)$$

Как следует из формулы (10) зависимость D_m^2 от m линейна, т.е.

$$D_m^2 = bm + D_0^2. \quad (11)$$

Построив зависимость D_m^2 от m , по коэффициенту b наклона этой прямой можно вычислить радиус кривизны линзы R :

$$R = \frac{b}{4\lambda}. \quad (12)$$

Описание установки

Оптическая установка для наблюдения колец Ньютона собрана на базе стереоскопического микроскопа МБС-10. Общий вид установки представлен на рис. 2.

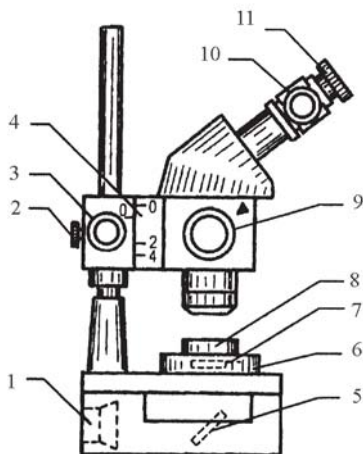


Рис. 2

Пучок света для освещения линзы создается осветителем (см. рис. 3). Питание осветителя осуществляется от источника, изображенного на рис. 4.

Нормальное падение пучка света на линзу достигается в результате того, что осветитель устанавливается на место одного



Рис. 3

из окуляров в бинокулярной насадке микроскопа (см. рис. 5). Для получения монохроматического пучка света перед осветителем располагается светофильтр с узкой полосой пропускания. Место второго окуляра в бинокулярной насадке занимает окулярный микрометр. С помощью окулярного микрометра измеряют диаметры колец Ньютона. Изображение колец Ньютона, создаваемое объективом микроскопа, располагается в фокальной плоскости окулярного микрометра. Там же расположены неподвижная шкала с делениями от 0 до 8 мм, подвижное перекрестие и индекс в виде биштриха (см. рис. 6.)



Рис. 4

Подвижное перекрестие и индекс размещаются на пластинке, которая перемещается в поле зрения окуляра относительно неподвижной шкалы с помощью микрометрического винта, связанного с барабаном (12) (см. рис. 5). Шаг винта равен 1 мм. При повороте микрометрического винта за накатанную часть барабана (12) на один оборот биштрих и перекрестие перемещаются в поле зрения окуляра на одно деление шкалы. Следовательно, неподвижная шкала служит для отсчета полных оборотов барабана, т.е. целых миллиметров. Барабан (12) разделен по окружности на 100 делений. Поворот барабана на одно деление соответствует перемещению перекрестия и биштриха на 0,01 мм.

Таким образом, одно деление барабана соответствует 0,01 мм. Отсчет по барабану (12) производится точно так же, как и на обычном микрометре, т.е. определяется деление шкалы барабана, которое находится против штриха, нанесенного на неподвижном цилиндре (10). Полный отсчет по шкалам окулярного микрометра складывается из отсчета по неподвижной шкале и отсчета по барабану. Например, если индекс находится против деления «55» шкалы барабана, а биштрих, как на рис. 6, расположен между делениями «0» и «1», то полный отсчет по шкалам равен $0 + 0,55 = 0,55$ мм.

Подготовка установки к работе

1. Положить оправку с линзой и стеклянной пластинкой на предметный столик микроскопа.

2. Подключить осветитель к источнику питания: вилку питания осветителя вставить в розетку, находящуюся на крышке источника питания, как показано на рис. 4.

3. Включить сетевую вилку источника питания в сеть 220 В, 50 Гц.

4. Включить осветитель: поставить выключатель на корпусе источника питания в положение «Вкл». Ручку регулировки напряжения (см. рис. 4) установить в среднее положение. По свету, пробивающемуся через ребра радиатора охлаждения, убедиться, что осветитель включен.

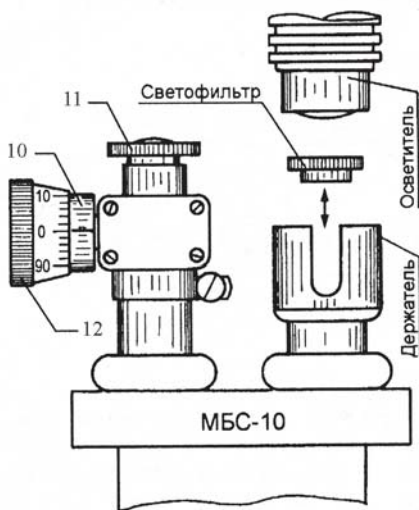


Рис. 5

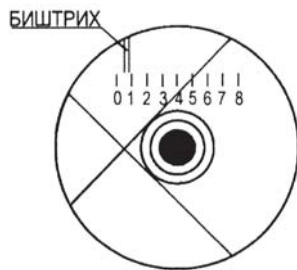


Рис. 6

5. Вращением окуляра микрометра за накатанное кольцо (11) (см. рис. 5) добиться резкого изображения перекрестия и отсчетной шкалы в поле зрения окулярного микрометра.

6. Рукоятку переключения увеличений (9) (см. рис. 2) установить в положение 2.

7. Сфокусировать грубо микроскоп на изображение колец Ньютона. Для этого рукояткой фокусировки (3) (см. рис. 2) установить подвижную метку 2 шкалы (4) на левой стороне корпуса микроскопа напротив неподвижной метки «0».

8. Рассматривая кольца Ньютона через окулярный микроскоп, произвести точную фокусировку микроскопа¹.

Для того чтобы опытным путем решить вопрос о локализации интерференционной картины, на выпуклую поверхность линзы, недалеко от точки ее касания со стеклянной пластинкой, тушью нанесена точка небольших размеров. При фокусировке микроскопа обратить внимание на то, что четкие изображения интерференционной картины и контура точки наступают одновременно.

9. Вращением ручки регулировки напряжения источника питания установить необходимую яркость изображения.

10. Вращением отсчетного барабана окулярного микрометра перевести точку перекрестия в левую половину поля зрения. Перемещением оправки с линзой по предметному столику микроскопа расположить центр колец против штриха 4 неподвижной шкалы так, чтобы линии перекрестия стали касательными ко второму (или третьему) кольцу (см. рис. 6). При таком исходном расположении точка перекрестия при вращении барабана будет перемещаться по диаметру колец.

Упражнение 1

Измерение диаметров колец Ньютона

Будем производить измерения диаметров темных колец. Перед проведением измерений убедиться, что диаметр центрального темного пятна по неподвижной шкале окулярного микрометра не превышает 2 мм². Диаметры колец Ньютона измеряют следующим образом. Перемещая точку перекрестия окулярного

¹ Если интерференционная картина не видна, подтянуть круглую гайку оправки. При отсутствии ключа обратиться к лаборанту.

² Если этот диаметр больше 2 мм, то это означает, что сила давления линзы на стеклянную пластинку слишком велика. Такое давление нарушает «плоскостность» стеклянной пластинки и искажает зависимость (11). Для уменьшения диаметра обратиться к лаборанту.

микрометра влево от центра интерференционной картины совмещают ее с серединой первого (считая от центра) темного кольца. Производят полный отсчет по шкалам окулярного микрометра и результат записывают в колонку $X_{\text{лев}}$ табл. 1¹. Продолжая перемещение перекрестия в том же направлении, определяют положение 2-го, 3-го и т.д. темных колец. Такие измерения производят для 10–15 колец. Результаты всех измерений записывают в табл. 1. Выполнив последнее измерение, перемещают центр перекрестия вправо от центра интерференционной картины и производят измерения справа тех же темных колец, начиная с первого. Результаты измерений записывают в колонке $X_{\text{прав}}$ в табл. 1.

Обработка результатов измерений

Диаметр d_m интерференционного кольца порядка m равен разности значений $X_{\text{прав}}$ и $X_{\text{лев}}$ для соответствующего номера « m »:

$$d_m = X_{\text{прав}} - X_{\text{лев}} \quad (13)$$

Вычисленный таким образом диаметр d_m — это диаметр изображения m -го кольца в фокальной плоскости окулярного микрометра, полученного с помощью объектива микроскопа. Следовательно, истинный диаметр m -го кольца в Γ раз меньше диаметра d_m , т.е.

$$D_m = d_m / \Gamma, \quad (14)$$

где Γ — коэффициент линейного увеличения объектива микроскопа.

Сведения о коэффициенте увеличения Γ и длине волны пропускания используемого светофильтра можно получить у лаборанта².

Используя формулы (13) и (14), вычислить D_m и D_m^2 . Результаты вычислений записать в табл. 1. По результатам вычислений на миллиметровой бумаге построить график

$$D_m^2 = f(m).$$

Для построения графика выбрать следующий масштаб: по оси абсцисс — 1 см соответствует $\Delta m = 1$, по оси ординат — 1 см соответствует $\Delta D_m^2 = 0,25 \text{ мм}^2$. По графику найти коэффициент наклона прямой b . Радиус кривизны линзы рассчитать по формуле (12), $R = b/4\lambda$.

¹ Порядковый номер темного кольца при отсчете от центра совпадает с порядком интерференции m в формуле (11).

² Если студент по указанию преподавателя выполняет задачу в полном объеме, то коэффициент Γ линейного увеличения объектива микроскопа и длину волны $\lambda_{\text{пр}}$ он измеряет в упражнениях 2 и 3 соответственно.

Таблица 1

Порядковый номер кольца $m_{\text{кольца}}$	$X_{\text{лев}}$, мм	$X_{\text{прав}}$, мм	D_m , мм	D_m^2 , мм ²
1				
2				
3				
⋮				
⋮				
15				

При отчете представить:

- заполненную табл. 1;
- график зависимости $D_m^2 = f(m)$;
- вычисленное значение радиуса кривизны линзы R . В качестве погрешности измерения R указать погрешность метода.

Упражнение 2

Измерение линейного коэффициента увеличения объектива микроскопа

Подготовка установки к работе

1. Тумблером «Вкл» на блоке питания выключить осветитель и подождать некоторое время, пока корпус осветителя остынет и его можно будет взять в руки.

2. Удерживая рукой держатель осветителя и, поворачивая осветитель вдоль его оси на небольшой угол по и против часовой стрелки, извлечь его из держателя и перенести в гнездо (1) на корпусе микроскопа (см. рис. 2). Так как при неаккуратном выполнении этой операции может быть поврежден светофильтр, находящийся под осветителем, то выполнить ее должен лаборант.

3. Тумблером «Вкл» на блоке питания включить осветитель.

4. Рукояткой фокусировки (3) (см. рис. 2) совместить метку «0» (объект-микрометр) на подвижной шкале (4) с неподвижным штрихом «0».

5. В поле зрения окулярного микрометра появится изображение объект-микрометра¹. При отсутствии изображения повер-

¹ Объект-микрометр представляет собой прозрачную пластину, на которой находится изображение шкалы. Штрихи на шкалу наносятся с определенным шагом, так что расстояние между ними считается известным. Такие пластинки используются для калибровки различных оптических приборов. В используемом объект-микрометре расстояние между малыми делениями шкалы равно 0,10 мм.

нуть отражатель (5) (см. рис. 2) так, чтобы пучок света от осветителя попадал на объект-микрометр (7). Для получения равномерного освещения рекомендуется использовать матовую (а не зеркальную) поверхность отражателя. Поворот отражателя вокруг горизонтальной оси осуществляется путем вращения диска с накаткой, находящегося слева от гнезда осветителя (1). После получения равномерной освещенности поля зрения вращением рукоятки фокусировки (3) добиться четкого изображения шкалы объект-микрометра. При необходимости произвести регулировку яркости осветителя.

6. Убедиться, что рукоятка переключения увеличений (9) (см. рис. 2) установлена в положение «2», т.е. находится в том же положении, которое она занимала при измерении диаметров колец Ньютона.

Проведение измерений

Наблюдая в окуляр и вращая барабан (12) (см. рис. 5), подвести биштрих окулярного микрометра к делению «8» неподвижной миллиметровой шкалы. Вращением барабана в обратном направлении совместить центр перекрестия окуляра с ближайшим штрихом шкалы объект-микрометра. Снять отсчет по шкалам объект-микрометра и окулярного микрометра. Результаты измерений записать в колонки X_1 и Y_1 табл. 2.

Таблица 2

Деление объект-микрометра		Деление окулярного микрометра	
X_1	X_2	Y_1	Y_2

Продолжая наблюдать в окуляр и вращая барабан (12) в ту же сторону, совместить центр перекрестия с изображением штриха объект-микрометра, отстоящего от первого на 30 малых делений. Снять отсчет по шкалам объект-микрометра и окулярного микрометра. Результаты измерений записать в колонки X_2 и Y_2 табл. 2.

Обработка результатов измерений

Коэффициент линейного увеличения объектива микроскопа вычислить по формуле

$$\Gamma = \frac{Y_1 - Y_2}{|X_1 - X_2| \cdot 0,10}. \quad (15)$$

В качестве погрешности измерения коэффициента линейного увеличения Γ объектива микроскопа указать погрешность метода.

Упражнение 3

Измерение длины волны пропускания светофильтра

Устройство монохроматора. Для измерения длины волны пропускания светофильтра используется малогабаритный универсальный монохроматор (МУМ), общий вид которого представлен на рис. 7.

Монохроматор предназначен главным образом для выделения из падающего на него светового потока монохроматического излучения. Универсальность используемого монохроматора состоит в том, что с его помощью можно решать и другие задачи, в частности, его легко приспособить для исследования спектральных характеристик светофильтров. В состав монохроматора входят (см. рис. 7):

1. Источник излучения.

В качестве источника излучения в МУМ используется галогенная лампа накаливания типа КГМ-12-100, обладающая сплошным спектром. Лампа размещена в закрытом кожухе. Световой поток выводится через конденсор, встроенный в стенку кожуха.

2. Держатель светофильтров (5).

Держатель состоит из двух коротких соосных трубок разного диаметра. Большая трубка срезана по диаметру наполовину и имеет на внутренней стороне кольцевую проточку для размеще-

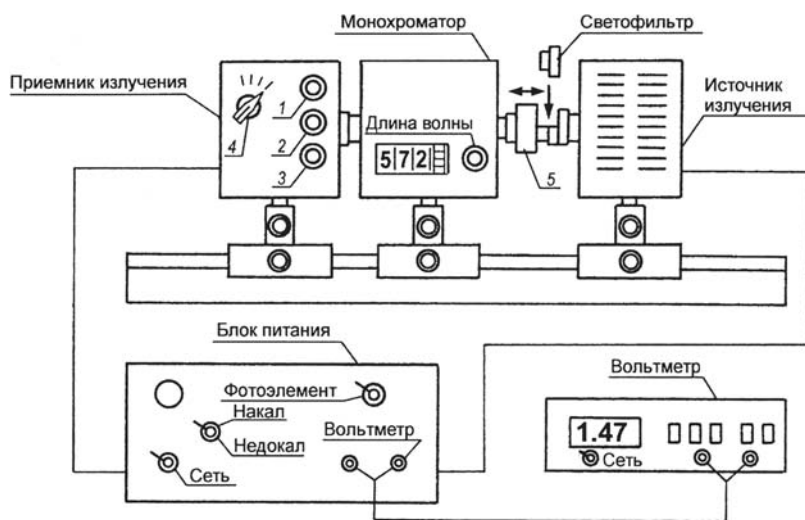


Рис. 7

ния в ней узкой части оправки светофильтра (кольца с накаткой). Вдоль оси малой трубки влево и вправо перемещается кожух цилиндрической формы. Перед помещением светофильтра в держатель, кожух смещается влево. Для защиты светофильтра от попадания на него постороннего излучения кожух смещается вправо.

3. Блок собственно монохроматора с отсчетным устройством.

Для спектрального анализа излучения в монохроматоре используется дифракционная решетка. Дифрагированное решеткой излучение направляется в выходную щель, через которую оно попадает в приемник излучения. Сканирование спектра (просмотр составляющих спектра) осуществляется поворотом решетки. Одновременно с решеткой приводится в движение отсчетное устройство, которое представляет собой цифровой механический счетчик, вмонтированный в корпус монохроматора. Показания счетчика соответствуют длине волны излучения, дифрагированного в направлении выходной щели монохроматора, в нанометрах ($1 \text{ нм} = 10 \text{ \AA}$). Отсчет длин волн осуществляется с точностью $\pm 2 \text{ нм}$. Сканирование спектра производится вращением головки, расположенной рядом со счетчиком. Для получения большей спектральной чистоты на входе и выходе монохроматора устанавливаются сменные щели постоянной ширины. Для работы в видимой части спектра щели устанавливаются в положение «1». (Метка «1» выгравирована на корпусе самой щели.) Для установки щелей в корпусе монохроматора предусмотрены гнезда.

4. Приемник излучения.

Приемником излучения является фотоэлемент, ток которого пропорционален интенсивности светового потока, падающего на его катод. С анодной нагрузки фотоэлемента сигнал подается на вход измерительного усилителя, выход которого подключен к гнездам «Вольтметр» на блоке питания. Выходное напряжение усилителя измеряется цифровым вольтметром В7-22А.

Таким образом, регистрация интенсивности светового потока, падающего в приемник, осуществляется в относительных единицах по шкале цифрового вольтметра. На боковой стенке корпуса приемника располагаются:

- переключатель чувствительности измерительного усилителя (4);
- рукоятки установки нуля выходного напряжения измерительного усилителя, «грубо» — (3), «точно» — (2);
- рукоятка изменения отверстия диафрагмы (1).

Все три блока — источник излучения, монохроматор и приемник располагаются стационарно на оптической скамье.

5. Блок питания.

Блок питания служит для обеспечения необходимым напряжением всех электрических цепей монохроматора.

На лицевой панели корпуса блока питания располагаются:

- тумблер «Сеть» (и сигнальная лампа) для включения блока питания. Положение «Вниз» соответствует выключенному состоянию;

- тумблер «Накал—Недокал» на три положения для обеспечения работы источника излучения в двух режимах. Горизонтальное расположение рукоятки тумблера соответствует выключенному состоянию источника излучения;

- тумблер «Фотоэлемент» на два положения. При переключении рукоятки тумблера вверх фотоэлемент включается в схему измерительного усилителя, при переключении вниз — выключается;

- гнезда для подключения цифрового вольтметра.

Подготовка монохроматора к измерениям. Перед проведением измерений установить ручки управления в исходное положение.

На блоке питания:

- тумблер «Сеть» в положение «Вниз»;
- переключатель «Накал—Недокал» в горизонтальное положение;

- тумблер «Фотоэлемент» — в положение «Вниз».

На приемнике излучения:

- переключатель (4) в положение «3»;
- рукоятку (1) повернуть по часовой стрелке до упора;
- рукоятки (2) и (3) могут находиться в произвольном положении.

На цифровом вольтметре В7-22А:

- тумблер «Сеть» в положение выключено;
- в группе кнопок (—, $V\sim$, mA, k Ω) нажать кнопку (—), что соответствует выбору режима измерения постоянного напряжения;

- в группе кнопок (0,2; 2; 20; 200; 2000) нажать кнопку «2», что соответствует выбору диапазона измерения постоянного напряжения (–2 В)– (+2 В);

- убедиться, что с помощью проводов клеммы (0–2 В) и (*) на вольтметре соединены с клеммами «Вольтметр» на блоке питания. При этом клемма, отмеченная на блоке питания символом (^), должна быть соединена с клеммой (*) на вольтметре;

- цилиндрический кожух (5) передвинуть вправо до упора.

Включение монохроматора

1. Сетевые вилки блока питания и цифрового вольтметра подключить к питающей сети 220 В, 50 Гц.

2. Тумблерами «Сеть» включить блок питания монохроматора и цифровой вольтметр.

3. Переключатель «Накал–Недокал» установить в положение «Недокал».

4. Тумблер «Фотоэлемент» поставить в положение «Включено».

5. Вращением рукоятки (3) на блоке приемника излучения установить на индикаторе цифрового вольтметра напряжение приблизительно $+0,5$ В.

К измерениям можно приступать после прогрева монохроматора и цифрового вольтметра в течение 30 мин.

Порядок измерений

1. Передвинуть влево цилиндрический экран (5) держателя светофильтров.

2. Перенести светофильтр из стереоскопической насадки микроскопа в держатель. (Студентам, выполняющим задачу № 41, предварительно обратиться к лаборанту с просьбой вынуть осветитель из стереоскопической насадки). Светофильтр из стереоскопической насадки извлекается двумя пальцами за узкое кольцо с накаткой. Доступ к кольцу обеспечивается двумя продольными прорезями в корпусе держателя осветителя (см. рис. 5). В держатель монохроматора светофильтр помещают так, как показано на рис. 7 (кольцо с накаткой должно быть обращено в сторону источника излучения).

3. Передвинуть цилиндрический экран (5) вправо до упора, изолируя тем самым монохроматор от проникновения постороннего излучения.

4. Переключатель «Накал–Недокал» перевести в положение «Накал».

5. Произвести измерение длины волны пропускания светофильтра ($\lambda_{\text{пр}}$). В целях сокращения времени измерения поиск $\lambda_{\text{пр}}$ рекомендуется начинать для:

- красного светофильтра с $\lambda = 600,0$ нм,
- оранжевого светофильтра с $\lambda = 500,0$ нм,
- зеленого светофильтра с $\lambda = 450,0$ нм,
- голубого светофильтра с $\lambda = 400,0$ нм.

Перед измерением установить на механическом счетчике длину волны, соответствующую цвету используемого светофильтра. Вращая рукоятку счетчика «Длина волны» на корпусе моно-

хроматора (см. рис. 7) в сторону увеличения длины волны, найти длину волны, при которой показание цифрового вольтметра станет максимальным. Записать измеренное значение длины волны пропускания в табл. 3. Измерения $\lambda_{\text{пр}}$ провести три раза. После первого измерения диапазон поиска можно сократить — искать в пределах 10 нм около найденной при первом измерении $\lambda_{\text{пр}}$.

УКАЗАНИЕ. Рукоятку счетчика «Длина волны» вращать плавно, без рывков, с небольшой скоростью.

Таблица 3

№ п/п	$\lambda_{\text{пр}}$, нм	$\lambda_{\text{пр.ср.}}$, Å
1		
2		
3		

Обработка результатов измерений

По данным табл. 3 найти среднее значение $\lambda_{\text{пр}}$, доверительный интервал и относительную погрешность измерений.

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 4. Волны. Оптика. — 4-е изд., перераб. — М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 4. Интерференция света.

§ 4.4. Интерференция света при отражении от тонких пластинок.

Задача № 42

ИЗУЧЕНИЕ ВЛИЯНИЯ НЕМОНОХРОМАТИЧНОСТИ СВЕТА НА ИНТЕРФЕРЕНЦИОННУЮ КАРТИНУ

Цель задачи: изучение влияния немонахроматичности источника света на интерференционную картину, измерение длины волны и ширины полосы пропускания светофильтра и определение наибольшего порядка интерференционного минимума в интерференционной картине.

Расчетная формула

Для получения монохроматического пучка света в работе используется интерференционный светофильтр, выделяющий из сплошного спектра источника узкую полосу длин волн. Как показано в рекомендованной литературе, немонахроматичность света в пучке приводит к уменьшению контрастности интерференционных линий, при этом контрастность линий тем меньше, чем больше порядок интерференции m . При больших порядках контрастность становится столь малой, что интерференционная картина становится ненаблюдаемой. Связь между $\Delta\lambda$ и наибольшим порядком m интерференционного максимума дается формулой

$$m = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}, \quad (1)$$

где $\Delta\lambda$ — ширина спектрального интервала света в пучке; λ — средняя длина волны этого интервала.

Формула (1) может быть использована и для вычисления наибольшего порядка интерференционного минимума. При больших значениях m ($m = 100$) погрешность таких вычислений будет мала.

Описание установки

Устройство установки описано в задаче № 41. Так как при выполнении настоящей работы радиусы колец Ньютона не измеряются, то чтение той части раздела, в которой описывается устройство окулярного микрометра, может носить ознакомительный характер. Однако следует сказать несколько слов о конструкции оправки, в которой размещается стеклянная пластинка с линзой, и способе ее крепления на предметном столике микроскопа. Оправка (1) имеет вид цилиндра (рис. 1). С одного конца на внутренней поверхности цилиндра нарезана резьба. Проходное отверстие цилиндра на другом конце имеет диаметр, меньший, чем внутренний диаметр самого цилиндра. Внутри

цилиндра на бортик укладывается стеклянная пластинка (2), имеющая форму диска. На нее выпуклой стороной накладывается стеклянная линза (3). Между линзой и стеклянной пластинкой помещается упругая кольцевая прокладка (4). К кольцевой прокладке линза прижимается круглой гайкой (5) с наружной резьбой, перемещающейся по внутренней резьбе оправки. Гайка вращается ключом (10) специальной формы (рис. 2), который вставляется в прорези (6), сделанные на наружной части гайки.

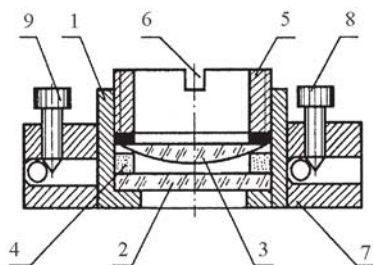


Рис. 1

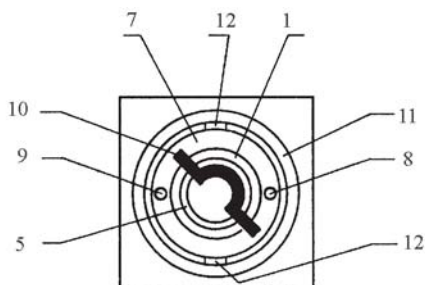


Рис. 2

Вращая гайку, можно изменять расстояние между линзой и стеклянной пластинкой. При открученной гайке линза не касается стеклянной пластинки. Для фиксирования оправки на предметном столике микроскопа служит кольцо (7) с двумя винтами (8) и (9), с помощью которых устраняется подвижность оправки и кольца на предметном столике микроскопа. Принцип работы фиксаторов понятен из рисунка. Винты (8) и (9) вывинчивать следует ровно настолько, чтобы под давлением пальца шарики поочередно ушли вглубь кольца и не выступали над его боковыми поверхностями. Чрезмерное вывинчивание этих винтов может привести к потере шариков. Закручивание винта (8) фиксирует оправку с линзой в кольце, закручивание винта (9) фиксирует кольцо с оправкой на предметном столике микроскопа¹. При закручивании винтов не следует прилагать чрезмерно больших усилий. Размещение кольца с оправкой на предметном столике микроскопа (11) показано на рис. 2 (вид сверху).

Подготовка установки к работе

1. Убедиться в том, что шарики под винтами (8), (9) не выступают над боковой поверхностью переходного кольца (7).

¹ Головка винта (8) отмечена белой точкой.

Если это не так, то, нажимая поочередно пальцем на каждый шарик и вращая соответствующий винт, утопить шарики полностью в радиальных каналах.

2. Положить кольцо на ровную поверхность лабораторного стола, наложить на внутреннее отверстие кольца оправку с линзой и равномерным усилием двух пальцев опустить ее до поверхности стола. При этом необходимо избегать перекосов и заклинивания. Винтом (8) зафиксировать оправку в кольце.

3. Перенести кольцо с оправкой на предметный столик микроскопа и повернуть его таким образом, чтобы винт (9) не совпадал с прорезями (12) на предметном столике микроскопа (рис. 2). Вставить в прорези гайки ключ (10). Далее выполнить действия, описанные в пунктах 2–9 раздела «Подготовка установки к работе» задачи № 41.

4. Так как центр интерференционной картины не совпадает с центром поля зрения объектива, то, рассматривая интерференционную картину через окулярный микрометр, повернуть окулярный микрометр так, чтобы центр перекрестия можно было бы установить на первое или второе интерференционное кольцо. Если в направлении радиуса, проходящего через центр перекрестия, интерференционные кольца в некотором месте искажены из-за дефектов стеклянной пластинки или линзы, то вращением кольца в предметном столике убрать дефектные места с этого направления. Винтом (9) зафиксировать кольцо на предметном столике.

Порядок измерений

Измерение максимального порядка интерференционного минимума

Сначала установить центр перекрестия окулярного микрометра на 1-й или 2-й интерференционный минимум ($m_0 = 1$ или 2).

Продолжая наблюдение интерференционной картины, указательным и большим пальцами правой и левой руки медленно начать вращать ключом гайку против часовой стрелки. Интерференционные кольца, уменьшаясь в диаметре, начнут стягиваться к центру. Измерение состоит в подсчете числа темных интерференционных колец, прошедших через центр перекрестия. До начала подсчета числа колец потренируйте пальцы рук, вращающие ключ. Необходимо добиться медленного и равномерного перемещения интерференционных колец в поле зрения окулярного микрометра. Приостановка и возобновление вращения гайки не должны приводить к сбою в подсчете числа колец. С увеличением порядка интерференционного кольца m контра-

стность интерференционной картины в соответствии с теорией уменьшается, так что кольца с $m_1 > 50$ становятся трудноразличимыми. Поэтому при больших m не рекомендуется прерывать наблюдение и подсчет числа темных колец, проходящих через центр перекрестия. Подсчет m_1 производить до полного исчезновения интерференционной картины. В тетрадь записать наибольший порядок интерференционного минимума $m_{\text{изм}}$:

$$m_{\text{изм}} = m_0 + m_1$$

Измерение $m_{\text{изм}}$ произвести три раза. В отчете представить среднее значение $m_{\text{изм}}$.

Измерение длины волны и ширины полосы пропускания светофильтра

Для этих измерений используется малогабаритный универсальный монохроматор (МУМ). Его описание, подготовка к измерениям, включение и проведение измерений (выполнить указания, содержащиеся в пунктах 1–4) даны в упражнении 3 задачи № 41. Далее:

1. В целях сокращения времени измерения поиск длины волны пропускания светофильтра ($\lambda_{\text{пр}}$) рекомендуется начинать для: красного светофильтра с $\lambda = 600,0$ нм, оранжевого светофильтра с $\lambda = 500,0$ нм, зеленого светофильтра с $\lambda = 450,0$ нм, голубого светофильтра с $\lambda = 400,0$ нм.

Установить на механическом счетчике длину волны, соответствующую цвету используемого светофильтра. Рукоятками установки нуля (3) и (2) установить на индикаторе цифрового вольтметра напряжение $+0,500$ В. Так как длина волны, установленная на счетчике, далека от длины волны пропускания светофильтра, то напряжение U на индикаторе цифрового вольтметра можно считать соответствующим интенсивности фона светового потока $U = U_{\text{фона}}$. Записать $U_{\text{фона}}$ в приведенную ниже таблицу.

2. Вращая рукоятку счетчика «Длина волны» на корпусе монохроматора в сторону увеличения длины волны, найти длину волны λ , при которой показание цифрового вольтметра U станет максимальным, $U = U_{\text{пр}}$. Найденная таким образом λ есть длина волны пропускания светофильтра, $\lambda = \lambda_{\text{пр}}$. Измерения $\lambda_{\text{пр}}$ провести три раза. Результаты записать в нижеприведенную таблицу данных вместе с соответствующими им показаниями цифрового вольтметра $U_{\text{пр}}$. После первого измерения диапазон поиска можно сократить до ± 10 нм относительно найденной $\lambda_{\text{пр}}$. По

данным измерений вычислить среднее значение $\lambda_{\text{пр}}$ и $U_{\text{пр}}$. Результаты вычислений занести в таблицу данных.

№ п/п	λ , нм	$U_{\text{пр}}$, В	$U_{\text{фона}}$, В	$\bar{\lambda}_{\text{пр}}$, нм	$\bar{U}_{\text{пр}}$, В
1					
2					
3					

Полосу пропускания светофильтра измерить на уровне $0,5I_{\text{max}}$ ($0,5U_{\text{пр}}$). Для этого:

3. Вычислить

$$\Delta U = (\bar{U}_{\text{пр}} - U_{\text{фона}})/2$$

и напряжение

$$U_{1,2} = U_{\text{пр}} - \Delta U.$$

4. На счетчике «Длина волны» установить длину волны $\lambda_{\text{пр}}$.

5. Уменьшая показания счетчика «Длина волны», найти длину волны λ_1 , при которой показание цифрового вольтметра станет равным

$$U_1 = \bar{U}_{\text{пр}} - \Delta U.$$

Записать значение λ_1 в тетрадь.

6. Увеличивая показания счетчика «Длина волны», найти длину волны λ_2 , при которой показание цифрового вольтметра вновь станет равным

$$U_2 = \bar{U}_{\text{пр}} - \Delta U = U_1.$$

Записать значение λ_2 в тетрадь.

7. Вычислить полосу пропускания светофильтра $\Delta\lambda_{\text{сф}}$:

$$\Delta\lambda_{\text{сф}} = \lambda_2 - \lambda_1.$$

8. По формуле (1) вычислить наибольший порядок минимума в интерференционной картине:

$$m_{\text{выч}} = \frac{\bar{\lambda}_{\text{пр}}}{\Delta\lambda_{\text{сф}}}.$$

Сравнить вычисленное значение $m_{\text{выч}}$ с измеренным $m_{\text{изм}}$.

При отчете представить заполненную таблицу данных, $m_{\text{изм}}$, $m_{\text{выч}}$ с указанием погрешности их измерений.

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 4. Волны. Оптика. – 4-е изд., перераб. – М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 4. Интерференция света.

§ 4.2. Когерентность.

РАЗДЕЛ 3

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

Задача № 43

ИЗУЧЕНИЕ ДИФРАКЦИИ ФРЕНЕЛЯ

Цель задачи: изучение дифракции Френеля на круглом отверстии и определение радиуса этого отверстия и неизвестной длины волны света, а также качественное изучение дифракции Френеля на различных объектах.

Вывод расчетной формулы

На рис. 1 изображена в сечении плоскостью чертежа принципиальная схема наблюдения дифракции Френеля на круглом отверстии.

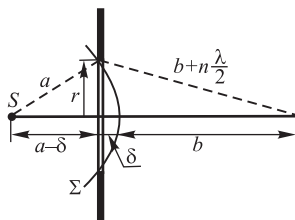


Рис. 1

Здесь r — радиус отверстия, a и b — расстояния от экрана с отверстием до источника света S и до наблюдаемой дифракционной картины соответственно ($d \ll a$, $d \ll b$). Если интенсивность света в центральной точке B дифракционной картины минимальна или максимальна, то для этой точки на открытой части S_n сферической волновой поверхности Σ укладывается целое число n зон Френеля. Площадь S_n этих зон равна

$$S_n = \frac{n\pi ab\lambda}{a+b},$$

где λ — длина волны источника света.

С другой стороны, площадь боковой поверхности шарового сегмента в наших обозначениях составляет

$$S_n = \pi(r^2 + \delta^2).$$

Пренебрегая δ^2 ввиду малости δ по сравнению с r , имеем

$$S_n = \pi r^2$$

(тем самым площадь участка сферической поверхности приближенно заменяется площадью стягивающего его круга). Приравняв друг другу оба выражения для S_n , находим:

$$r^2 = \frac{nb\lambda}{a+b}. \quad (1)$$

Эта формула позволяет по измеренным значениям величин a и b определить радиус отверстия r (если известна длина волны λ) или, наоборот, длину волны λ , если известен радиус r отверстия.

Описание установки

Схема установки изображена на рис. 2.

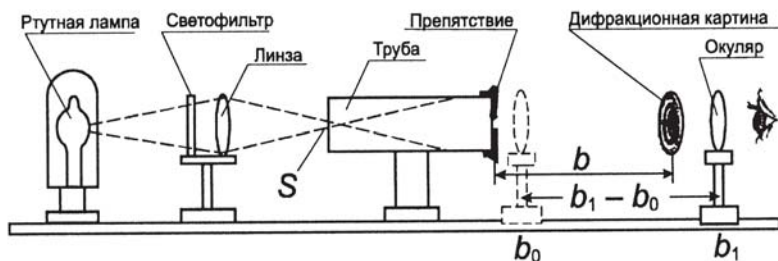


Рис. 2

В качестве источника света используется ртутная лампа высокого давления СВДШ. Необходимый для схемы дифракции Френеля точечный источник света обеспечивается следующим образом. Выходящий из окошка в кожухе лампы световой поток конденсируется собирающей линзой на малое круглое отверстие S диаметром 0,05 мм, находящееся на торце трубы. От отверстия внутрь трубы идет расходящийся пучок лучей. Это отверстие и представляет собой точечный источник света. Такой способ дает значительный выигрыш в интенсивности по сравнению со случаем, когда отверстие малого диаметра делается непосредственно в кожухе лампы. Препятствие, на котором происходит дифракция, располагается на другом конце трубы. Дифракционная картина наблюдается при помощи окуляра, дающего увеличение в 15–20 раз. Окуляр можно перемещать вдоль оптической скамьи, на которой закреплены все детали установки. Для выделения из светового потока света с нужной длиной волны перед линзой можно помещать тот или иной светофильтр.

Упражнение 1

Определение радиуса круглого отверстия

Подготовка к измерениям

К работе можно приступить через 10–15 мин после того, как лаборант зажжет лампу и она разгорится достаточно ярко. На конец трубы, обращенный к окуляру, надевают в качестве препятствия крышку с круглым отверстием, радиус которого подлeжит измерению, и ставят оранжевый светофильтр.

Сначала изучают дифракционную картину качественно. Поддвигают окуляр почти вплотную к трубе, пока в нем не будет видно четкое изображение отверстия, а затем начинают медленно отодвигать окуляр от препятствия. При этом изображение отверстия становится менее четким, и внутри него можно обнаружить чередующиеся светлые и темные кольца, т.е. наблюдается дифракционная картина. По мере удаления окуляра от препятствия число колец уменьшается, а в центре картины наблюдается смена интенсивности от максимальной до минимальной, и наоборот. Когда окуляр приближается к концу скамьи, в центре картины последний раз наблюдается темное пятно (открыты две зоны). Затем темное пятно светлеет и, наконец, совсем исчезает: наблюдается лишь размытое светлое пятно (открыта одна зона или только часть ее). Если при отодвигании окуляра дифракционная картина существенно смещается в сторону или вообще исчезает из поля зрения вследствие непараллельности оси трубы скамье, то следует обратиться к лаборанту.

Измерения и вычисления

Радиус отверстия вычисляется по формуле

$$r = \sqrt{\frac{n\lambda}{1/a + 1/b}}, \quad (2)$$

следующей из формулы (1), в которой для сокращения вычислений числитель и знаменатель поделены на ab . Эффективная длина волны, выделяемая оранжевым светофильтром, $\lambda = (578 \pm 10)$ нм, расстояние от источника света до отверстия $a = 280$ мм, и экспериментальная часть задачи сводится к измерению расстояния b от отверстия до тех дифракционных картин, у которых в центре интенсивность минимальна (пятно оптимально темное, число открытых зон n четное) и максимальна (пятно оптимально светлое, число зон нечетное). Для этого окуляр из положения на самом конце оптической скамьи начинают медленно приближать к отверстию и отмечать на шкале оп-

тической скамьи те последовательные положения окуляра, при которых интенсивность в центре картины минимальна и максимальна, занося отсчеты (в мм) в графу « b_n » таблицы (первый по счету минимум соответствует $n = 2$, первый максимум $n = 3$ и т.д. до $n = 7$). Затем придвигают окуляр почти вплотную к трубе, добываясь четкого изображения отверстия (это положение окуляра показано на рис. 2 штриховыми линиями), и записывают соответствующий отсчет b_0 . (Во избежание возможного промаха, который повлияет на все измеренные значения b , желательно величину b_0 измерить несколько раз.) Как видно из рис. 2, расстояние от отверстия до дифракционной картины $b = |b_n - b_0|$. Вычисляют эти разности, занося результаты в графу « b » таблицы, и для каждого n рассчитывают r по формуле (2) (случай $n = 2$ можно опустить, так как b_2 измеряется с большой погрешностью).

№ п/п	n	b_n	$b = b_n - b_0 $	r , м
1-й минимум				
1-й максимум				
2-й минимум				
2-й максимум				
3-й минимум				
3-й максимум				
b_0				

Находят среднее значение радиуса отверстия, оценивают погрешности измерений и с их учетом записывают окончательный результат.

Упражнение 2

Определение длины световой волны

Заменяют оранжевый светофильтр желтым. Теперь известен радиус отверстия (из упражнения 1), но неизвестна эффективная длина волны, пропускаемая светофильтром. Она вычисляется по формуле

$$\lambda = \frac{r^2}{n} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right), \quad (3)$$

непосредственно следующей из уравнения (1).

Все измерения проводятся так же, как в упражнении 1. Результаты измерений и вычислений заносятся в аналогичную таблицу, с заменой последней графы « r » на графу « λ ». Вычисля-

ют среднее значение λ , оценивают погрешности измерений и с их учетом записывают окончательный результат.

Упражнение 3

Наблюдение дифракции Френеля на препятствиях различной формы

В качестве препятствий поочередно надевают на конец трубы крышки, на которых реализованы последовательно объекты различной формы: полуплоскость, нить, щель, диск. Получающиеся дифракционные картины наблюдают в окуляр и аккуратно зарисовывают карандашом.

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 4. Волны. Оптика. – 4-е изд., перераб. – М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 5. Дифракция света.

§ 5.1. Введение.

§ 5.2. Принцип Гюйгенса–Френеля.

§ 5.3. Зоны Френеля.

Задача № 44

ИЗУЧЕНИЕ ДИФРАКЦИИ ФРАУНГОФЕРА НА ЩЕЛИ ПРИ ПОМОЩИ ГАЗОВОГО ЛАЗЕРА

Цель задачи: исследование кривой распределения интенсивности света в дифракционной картине от одной щели в схеме дифракции Фраунгофера с использованием в качестве источника света гелий-неонового газового лазера ОКГ-12.

Основные понятия и соотношения

Краткие сведения о лазерах. Лазерами называют оптические квантовые генераторы (ОКГ). При помощи лазеров удается получать узкие практически параллельные пучки света с высокой степенью монохроматичности и огромной интенсивностью. Это связано с тем, что в лазерах, в отличие от обычных источников света, излучения отдельных атомов когерентны, что достигается специфическим способом возбуждения атомов.

Как известно из теории интерференции, интенсивность света, испускаемого некогерентными источниками (например, атомами обычных источников света), равна сумме интенсивностей отдельных излучателей: $I = Na^2 = Ni$, где N – число излучающих атомов; a – амплитуда колебаний в волне, испущенной отдельным атомом; $i = a^2$ – интенсивность, обусловленная излучением отдельного атома. Предположим теперь, что атомы излучают когерентно и в определенном направлении, причем фазы колебаний, пришедших в некоторую точку пространства от всех излучающих атомов, одинаковы – что и имеет место в лазерном излучении. Тогда в результате интерференции суммарная амплитуда колебаний в этой точке будет $A = Na$, а интенсивность света $I = N^2a^2 = N^2i$, т.е. в N раз больше, чем в случае обычного источника. Так как число излучающих атомов велико, то становится понятным, почему интенсивность света от лазеров во много раз превосходит интенсивность света от обычных источников.

Более подробно о лазерах можно прочитать в рекомендованной литературе [1].

Вывод формул для координат максимумов и минимумов. Характер дифракционной картины, возникающей на очень большом удалении от препятствия, не изменится, если вместо того, чтобы неограниченно удалять экран для наблюдений, расположить его в фокальной плоскости собирающей линзы: в обоих случаях в каждой точке экрана будут собираться и интерферировать лучи, идущие параллельно друг другу. Параллельный пучок

лучей, освещающий препятствие, можно получить, поместив точечный источник света в фокус собирательной линзы — такая система называется **коллиматором**. Дифракцию, возникающую при указанных условиях освещения препятствия и наблюдения дифракционной картины, называют **дифракцией Фраунгофера** или дифракцией в параллельных лучах.

В данной задаче рассматривается случай дифракции Фраунгофера, когда препятствием является непрозрачный экран с узкой и длинной щелью. Принципиальная схема дана на рис. 1: здесь S — точечный монохроматический источник света; L_k — коллиматорная линза с фокусным расстоянием F_k ; L — собирательная линза с фокусным расстоянием F , в фокальной плоскости которой находится экран для наблюдения дифракционной картины.

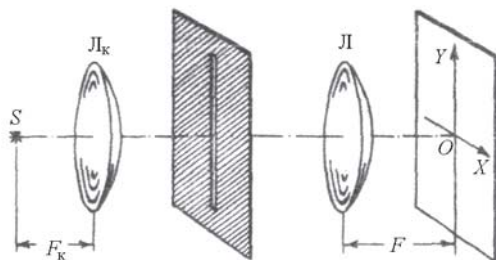


Рис. 1

При отсутствии препятствия — экрана со щелью — наблюдается светлая точка в центре экрана, которую примем за начало декартовой системы координат X , Y . При наличии экрана со щелью картина усложнится вследствие дифракции, однако дифракция произойдет практически лишь в направлении оси X , так как размер щели в этом направлении (ее ширина) достаточно мал. Дифракцией в направлении оси Y можно пренебречь, поскольку размер щели в этом направлении (длина щели) существенно превосходит длину световой волны.

Для выяснения распределения интенсивности света вдоль оси X удобно представить горизонтальное сечение схемы, проходящее через эту ось (рис. 2).

Применяя принцип Гюйгенса—Френеля, выберем плоскую волновую поверхность Σ (коллиматор дает параллельный пучок лучей, т.е. плоскую волну, волновые поверхности которой — плоскости, перпендикулярные лучам), расположенную непо-

Из рис. 2 видно, что число открытых зон k равно числу полу-волн, укладываемому на отрезке MP – разности хода между лучами, идущими от краев щели:

$$MP = k\lambda/2. \quad (1)$$

Для точки наблюдения B на этом рисунке в щели укладывается около трех с половиной зон Френеля.

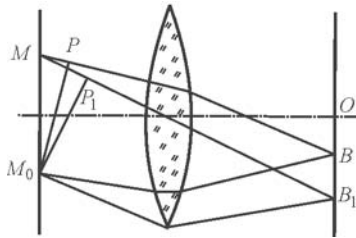


Рис. 3

Исследуем вид дифракционной картины. В центре экрана интенсивность максимальна, так как колебания от всех точек щели приходят сюда в одинаковых фазах, по мере удаления от центра экрана увеличивается разность хода между крайними лучами (как видно из рис. 3, для более удаленной точки B_1 отрезок MP_1 больше, чем отрезок MP для точки B), а следовательно, согласно уравнению (1) растет и число открытых зон Френеля. При этом вдоль оси X на экране будут чередоваться минимумы (открыто четное число зон, т.е. $k = 2m$ и $MP = m\lambda$) и максимумы (открыто нечетное число зон, т.е. $k = 2m + 1$ и $MP = (2m + 1)\lambda/2$) интенсивности. Поскольку $\angle MM_0P = \angle \varphi$ (углы с взаимно перпендикулярными сторонами), находим из $\triangle MM_0P$: $MP = b \sin \varphi$, где $b = M_0M$ – ширина щели. Условия минимумов и максимумов принимают вид:

$$\begin{aligned} b \sin \varphi &= m\lambda - \text{условие минимумов,} \\ b \sin \varphi &= (2m + 1)\lambda/2 - \text{условие максимумов} \quad (2) \\ (m &= 1, 2, 3, \dots). \end{aligned}$$

Условия (2) охватывают все минимумы и максимумы дифракционной картины, кроме центрального максимума $\varphi = 0$. В этих формулах положение минимумов и максимумов характеризуется углом φ наклона лучей, идущих в соответствующие точки на экране. Найдем выражения непосредственно для координат X минимумов и максимумов. Как следует из рис. 2,

координата $X = OB$ произвольной точки B экрана связана с углом φ соотношением $|X| = F \operatorname{tg} \varphi$. Если ограничиться рассмотрением малых углов дифракции и соответственно небольшой областью дифракционной картины около центра экрана ($X = 0$), то $\operatorname{tg} \varphi \cong \sin \varphi \cong \varphi$, так что $|X| = F\varphi$. Выражая отсюда φ и подставляя в формулы (2) вместо $\sin \varphi$, получаем следующие формулы для координат минимумов и максимумов:

$$|X_{\min}| = F\lambda m/b, \quad |X_{\max}| = F\lambda(2m + 1)/2b. \quad (3)$$

В данной задаче собирающая линза отсутствует, поэтому фокусное расстояние F должно быть заменено на L — расстояние от щели до дифракционной картины. Для интенсивностей света в максимумах первого (I_1), второго (I_2) и т.д. порядков выводится следующее соотношение:

$$I_1 : I_2 : I_3 : \dots : I_m : \dots = \frac{1}{9} : \frac{1}{25} : \frac{1}{49} : \dots : \frac{1}{(2m + 1)^2} : \dots, \quad (4)$$

где $(2m + 1)$ — число открытых зон Френеля для максимума m -го порядка.

Из формул (3) легко вывести формулу для расстояния ΔX между соседними, т.е. у которых m отличается на единицу, минимумами:

$$\Delta X = \frac{L\lambda}{b}, \quad (5)$$

а также формулу, по которой можно рассчитать число открытых зон $(2m + 1)$ в максимумах:

$$2m + 1 = \frac{2X_{\max}^{(m)}}{\Delta X}. \quad (6)$$

Описание установки

Схема оптической установки изображена на рис. 4.

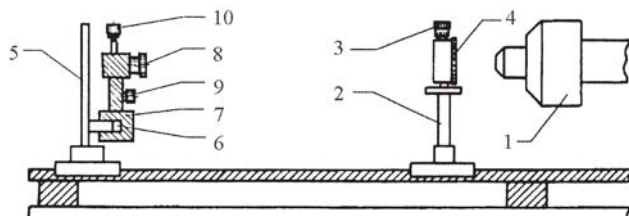


Рис. 4

Здесь (1) — лазер, (2) — стойка с укрепленной на ней щелью, ширину которой можно изменять, вращая головку микрометрического винта (3). Щель во избежание повреждений закрыта крышкой (4). Так как лазер дает практически параллельный пучок лучей, необходимость в коллиматорной линзе отпадает. Дифракционная картина наблюдается на экране (5). Вдоль экрана по направляющей рейке (6), снабженной миллиметровой шкалой, может перемещаться корпус фотоэлемента (7). Справа на нем находится рукоятка переключателя, которая может занимать две позиции. Когда она повернута до упора против часовой стрелки, корпус фотоэлемента соединен червячной передачей с электромотором, расположенным на дальнем краю экрана с тыльной стороны, и управление движением фотоэлемента осуществляется при помощи панели, расположенной на ближнем краю экрана. При горизонтальном положении рукоятки (повернута до упора по часовой стрелке) корпус фотоэлемента не связан с мотором и его можно свободно перемещать вдоль экрана рукой. Окошко фотоэлемента закрыто крышкой (8), которую при записи дифракционной картины снимают. На пути лучей, падающих на фотоэлемент, может быть поставлен ослабляющий светофильтр. Для этого следует, ослабив винт (9), поднять головку (10) вверх до упора и зафиксировать ее в этом положении, слегка затянув винт (9). Фокусирующей линзы, которая обычно имеется в схеме Фраунгофера, в данном случае не требуется, так как экран находится далеко от щели и в каждую его точку приходят от щели практически параллельные лучи.

Под действием света, падающего на фотоэлемент, в последнем возникает электрический ток (явление фотоэда), сила которого пропорциональна интенсивности света. Этот сигнал подается на фотокомпенсационный микровольтмикроамперметр Ф116, а с него — на « Y -вход» двухкоординатного самопишущего потенциометра ПДС-021М, вызывая смещение фломастера по оси OY , пропорциональное освещенности. Одновременно на « X -вход» подается напряжение, снимаемое с реохорда¹, которое пропорционально координате X фотоэлемента, отсчитываемой от его крайнего левого положения. Таким образом, при перемещении фотоэлемента вдоль экрана фломастер будет рисовать в некотором масштабе дифракционную кривую $I(X)$. Блок-схема установки представлена на рис. 5.

¹ Линейный проводник, изготовленный из высокоомного сплава и не покрытый изоляцией, по которому перемещается прижимной контакт.

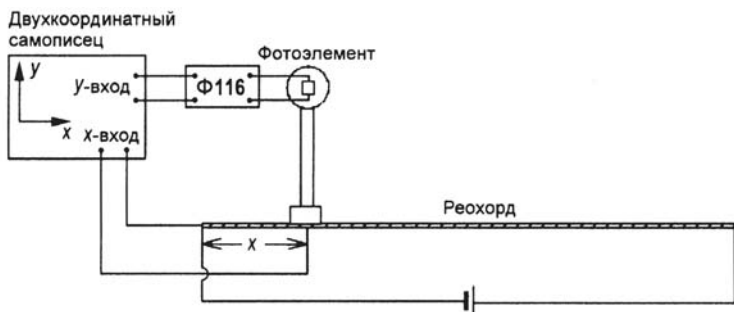


Рис. 5

Подготовка установки к работе осуществляется по инструкции, выдаваемой лаборантом при выполнении задачи.

Порядок выполнения работы

Проверка готовности установки к работе. Вращением головки (3) (см. рис. 4) устанавливают ширину щели $b = 0,050$ мм по шкале микрометрического винта. Переведя ручку переключателя на правой стороне фотоэлемента в горизонтальное положение (по часовой стрелке до упора), придвигают фотоэлемент при закрытой крышке (8) и поднятом фломастере (тумблер «ПЕРО» — вверх) к ближнему краю экрана до упора с ограничительной муфтой на рейке (6). При этом положении фотоэлемента фломастер должен находиться в левом нижнем углу поля записи на миллиметровке. Это положение фломастера корректируют вращением ручек «УСТАНОВКА НУЛЯ ПО ОСИ X» и «УСТАНОВКА НУЛЯ ПО ОСИ Y», отступая от границ поля на расстояние 0,5–1 см (при зашкаливании самописца слышен характерный звук).

Убедившись в отсутствии ослабляющего светофильтра (головка (10) в нижнем положении), снимают с фотоэлемента крышку (8) и медленно перемещают его рукой вдоль дифракционной картины — при этом движении фломастера «воспроизводит» дифракционную картину. В максимуме первого порядка фломастер должен смещаться по оси Y на 50–70% размера листа. При прохождении области центрального максимума самописец зашкаливает, на что не следует обращать внимания — при записи центральный максимум будет «срезан». Когда фотоэлемент дойдет до ограничительной муфты у дальнего края экрана, фломастер должен находиться в правом нижнем углу рабочего поля на миллиметровке. (Если он существенно не доходит до

края или, напротив, самописец начинает зашкаливать, следует обратиться к лаборанту.)

Определение расстояния между щелью и экраном. Регистрируют по шкале оптической скамьи положение меток в окошках рейтеров, на которых укреплены дифракционная щель и экран: $L_1 = \dots$ мм, $L_2 = \dots$ мм. Вычисляют расстояние между щелью и экраном по формуле $L = |L_1 - L_2| + 125$ мм.

Определение масштаба по оси X. Для определения масштаба k по оси X , в котором самописец рисует дифракционную картину, перемещают рукой фотоэлемент (с закрытой крышкой (8) и ручкой переключателя в горизонтальном положении) вдоль дифракционной картины, останавливая в положениях, когда ближний к экспериментатору край корпуса фотоэлемента (он подсвечивается лампочкой) находится точно против делений 100 и 400 мм шкалы рейки (6). В этих положениях малым поворотом внешней ручки «УСТАНОВКА НУЛЯ ПО ОСИ Y» туда—обратно делают короткие вертикальные метки высотой несколько миллиметров на миллиметровке. Очевидно, одному миллиметру расстояния по оси X на миллиметровке соответствует $k = 300/l$ мм на оси X дифракционной картины, где l — расстояние в миллиметрах между метками.

Снятие дифракционных кривых. Фотоэлемент располагают у ближнего края экрана и поворачивают ручку на корпусе фотоэлемента из горизонтального положения против часовой стрелки до упора, тем самым соединяя фотоэлемент с мотором. Снимают крышку (8) с окошка фотоэлемента; включая тумблер «ПЕРО», опускают фломастер на миллиметровку. На панели управления мотором: включают тумблер «СЕТЬ» — слева загорается красная лампочка; черную ручку переключателя перекидывают в правое положение; включают мотор, нажимая кнопку «ПУСК» — загорается зеленая лампочка. С этого момента фотоэлемент движется вдоль экрана автоматически, а фломастер рисует дифракционную картину. Когда фотоэлемент дойдет до дальнего ограничителя, мотор автоматически выключается. Закрывают дифракционную щель крышкой (4); черную рукоятку переключателя на панели перекидывают в левое положение и включают мотор нажатием кнопки «ПУСК» — самописец движется обратно, рисуя почти горизонтальную линию $I = 0$, соответствующую световому фону в лаборатории. По возвращении фотоэлемента в исходное положение у ближнего края экрана мотор автоматически выключается.

Не вынимая миллиметровки, показывают полученную кривую преподавателю или лаборанту и с учетом сделанных замечаний снимают аналогичным способом дифракционные кривые для других указанных лаборантом значений ширины щели, каждый раз смещая начальное положение фломастера вверх на 1,5–2 см поворотом ручки «УСТАНОВКА НУЛЯ ПО ОСИ Y» (желательно использовать фломастеры других цветов). Около каждой кривой записывают соответствующее ей значение ширины щели по шкале головки (3) микрометрического винта.

На оборотной стороне миллиметровки снимают дифракционную кривую для одного из значений ширины щели, уменьшив чувствительность установки настолько, чтобы прорисовалась вся дифракционная картина, включая центральный максимум. Для этого либо вводят ослабляющий светофильтр, либо уменьшают чувствительность «Y-входа» самописца (эта операция проводится лаборантом).

Обработка результатов эксперимента

Расчет ширины щели. Рассчитывают ширину щели для каждой дифракционной кривой по формуле

$$b = \frac{L\lambda}{\Delta X},$$

которая непосредственно следует из формулы (5). Здесь $\lambda = 632,8$ нм — длина волны излучения лазера; L — расстояние между щелью и экраном, вычисленное ранее; ΔX — расстояние между соседними минимумами дифракционной картины. Его вычисляют, измерив расстояние l_m между двумя четкими симметрично расположенными минимумами некоторого порядка m , достаточно удаленными друг от друга (это уменьшит погрешность измерения). Очевидно,

$$\Delta X = \frac{l_m}{2m} k.$$

Оценив погрешность, сравнивают вычисленные значения b с их значениями по шкале микрометрического винта щели.

Проверка соотношений между интенсивностью в максимумах. Для одной из дифракционных кривых определяют интенсивности в максимумах различных порядков в условных единицах, измеряя в миллиметрах высоту максимума над уровнем $I = 0$; для каждого порядка берут среднее значение интенсивности правого и левого максимума. Отношение интенсивностей заносят в правый столбец табл. 1. В левом столбце приведены пред-

сказания метода зон Френеля, не претендующего на строгость, а в среднем — результаты строгого теоретического рассмотрения проблемы (с вычислением интегралов Френеля).

Расчет числа открытых зон Френеля для максимумов. Утверждение, что максимумы дифракционной картины располагаются в тех точках экрана, для которых в щели укладывается нечетное число зон Френеля [3, 5, 7, 9, ... $(2m+1)$...], соответственно для максимумов 1, 2, 3, 4 ... m , ... порядков], носит приближенный характер. Строгий расчет показывает, что максимумам соответствует несколько меньшее число открытых зон, что видно из приводимой табл. 2.

Таблица 1

$I_m: I_m$	Теоретическое значение		Экспериментальное значение
	По методу зон Френеля [ф-ла (4)]	По строгой теории	
$I_1: I_2$	$(5/3)^2=2,778$	2,785	
$I_1: I_3$	$(7/3)^2=5,444$	5,657	
$I_1: I_4$	$(9/3)^2=9,000$	9,380	
$I_2: I_3$	$(7/5)^2=1,960$	2,031	
$I_2: I_4$	$(9/5)^2=3,240$	3,368	
$I_3: I_4$	$(9/7)^2=1,654$	1,658	

Таблица 2

Порядок m максимума	Число открытых зон в максимумах		
	По методу зон Френеля $(2m+1)$	По строгой теории	Экспериментальное значение $X_{\max}^{(m)}/\Delta X$
1	3	2,86	...±...
2	5	4,92	...±...
3	7	6,94	...±...
4	9	8,96	...±...

Для одной из дифракционных картин с хорошо прорисованными максимумами вычисляют координаты максимумов первых трех или четырех порядков по формуле

$$X_{\max}^{(m)} = kl_m/2,$$

где l_m — расстояние между правым и левым максимумами m -го порядка. Рассчитывают число зон $2X_{\max}^{(m)}/\Delta X$, оценивают погрешность, занося результаты вычислений в крайний правый столбец табл. 2.

Литература

1. Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 5. Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц. — 4-е изд., перераб. — М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 5. Физика атомов и молекул

§ 5.16. Лазеры.

2. Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 4. Волны. Оптика. — 4-е изд., перераб. — М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 5. Дифракция света.

§ 5.5. Дифракция Фраунгофера от щели.

Задача № 45

ИЗУЧЕНИЕ ДИФРАКЦИИ ФРАУНГОФЕРА НА ОДНОЙ ЩЕЛИ И НА ДИФРАКЦИОННЫХ РЕШЕТКАХ

Цель задачи: исследование дифракции Фраунгофера на одной и нескольких щелях в монохроматическом свете и, в частности, определение длины волны и периода решетки.

Вывод формулы для координат главных максимумов

Как следует из теории, изложенной в рекомендованной литературе, дифракционная картина решетки с большим числом щелей в монохроматическом свете представляет собой чередование узких линий — главных максимумов, которые определяются условием

$$d \sin \varphi = n \lambda. \quad (1)$$

Отсюда легко получить формулу непосредственно для координат X_{\max} главных максимумов, повторяя выкладки, приведенные к формуле (3) в задаче № 44, с учетом которых из (1) следует искомая формула:

$$X_{\max} = \frac{F \lambda n}{d}. \quad (2)$$

Эта формула позволяет, измерив координаты максимумов дифракционной картины и зная период d решетки, определить неизвестную длину световой волны и, наоборот, определить неизвестный период решетки по заданной длине световой волны.

Описание установки

Схема установки изображена на рис. 1.

Свет от натриевой лампы падает на узкую щель, расположенную в фокальной плоскости линзы коллиматора. Параллельный пучок лучей, выходящий из коллиматора, падает на объект (щель, решетку). Дифракционная картина наблюдается визуально в зрительную трубу. Чтобы условия наблюдения со-

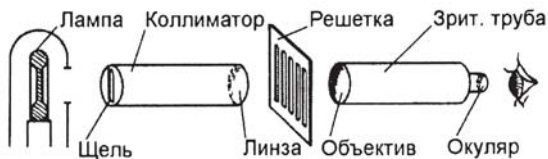


Рис. 1

ответствовали схеме дифракции Фраунгофера, труба (рис. 2) должна быть сфокусирована на бесконечность.

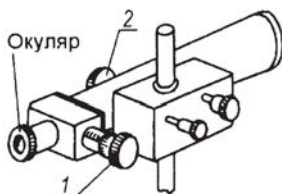


Рис. 2

В этом случае роль собирающей линзы в схеме Фраунгофера играет объектив трубы, а образующаяся в фокальной плоскости объектива дифракционная картина рассматривается через окуляр. Для измерения положения линий дифракционной картины труба снабжена окулярным микрометром. При измерении расстояний между линиями вертикальную нить подвижного креста, который виден в поле зрения окуляра, вращением головки микрометрического винта (1) совмещают последовательно с этими линиями и записывают отсчеты по шкале микрометра (миллиметры) и его барабану (сотые доли миллиметра). Искомые расстояния будут разностями этих отсчетов.

Настройка установки

ВНИМАНИЕ! Чтобы не нарушить установленную заранее параллельность оптических осей коллиматора и зрительной трубы, а также расположение щели коллиматора в фокальной плоскости его линзы, никаких винтов, кроме указанных далее, крутить не следует. Натриевую лампу включает лаборант!

Перед тем, как приступить к измерениям, нужно, сняв предварительно с оптической скамьи штатив с решеткой или щелью, выполнить следующие операции: 1) вращением окуляра зрительной трубы сфокусировать его на крест нитей, 2) установить трубу на бесконечность, добившись вращением винта (2) четкого изображения щели (яркой полосы в поле зрения окуляра). Установленные положения окуляра и трубы остаются неизменными в продолжение всей работы.

Упражнение 1

Наблюдение дифракции на одной щели

На оптическую скамью между коллиматором и трубой помещают штатив с раздвижной щелью. Наблюдают и зарисовывают

карандашом дифракционные картины при трех значениях ширины щели: по возможности более узкая щель, когда первые минимумы уходят за пределы поля зрения трубы; щель средней величины и широкая щель — порядка нескольких миллиметров. Рисунки должны представлять собой «негативное изображение» дифракционной картины: минимумы оставляют светлыми, а максимумы заштриховывают тем интенсивнее, чем больше их яркость — это позволяет передать соотношение интенсивностей в различных максимумах.

Упражнение 2

Наблюдение дифракции на различных решетках

Вместо штатива со щелью ставят другой штатив, на который поочередно помещают решетки с двумя, тремя и большим количеством щелей. Дифракционные картины изучают и зарисовывают, записывая около каждого рисунка число N щелей решетки. Убеждаются, что в согласии с теорией между соседними главными максимумами располагаются соответственно $N-1$ минимумов и $N-2$ слабых вторичных максимумов.

Упражнение 3

Определение длины световой волны

Длину волны света, излучаемого натриевой лампой, определяют по формуле

$$\lambda = \frac{X_{\max} d}{Fn}, \quad (3)$$

следующей из формулы (2). Здесь n — порядок максимума (порядковый номер максимума от центра картины, не считая центральный максимум); $F = (27,1 \pm 0,3)$ см — фокусное расстояние объектива трубы; d — период решетки, используемой в этом упражнении (указан на самой решетке). Для измерения координат X_{\max} максимумов наводят вертикальную нить креста окуляра поочередно на максимумы первых трех порядков слева и справа от центрального максимума, делая отсчеты k по окулярному микрометру с точностью до 0,005 мм и занося их в первые две графы таблицы. Удобно начать измерения с максимума 3-го порядка, например слева, и двигаться в одном направлении до максимума 3-го порядка справа, как указано в таблице; центральный максимум пропускают. Очевидно, $X_{\max} = |k_{\text{лев}} - k_{\text{прав}}|/2$. Производя расчеты, заполняют остальные графы таблицы. Вычисляют среднее значение λ (в Å или нм), оценивают погреш-

Порядок максимума n	Отсчет k по микрометру		$X_{\max} = k_{\text{лев}} - k_{\text{пра}} /2$	$\lambda, \text{ \AA}$
	слева	справа		
1				
2				
3				

ности измерений и с их учетом представляют окончательный результат.

Упражнение 4

Определение периода решетки

Ставят на штатив решетку с неизвестным значением периода, которое определяется по формуле

$$d = \frac{Fn\lambda}{X_{\max}}, \quad (4)$$

непосредственно получаемый из формулы (2). Значение длины волны найдено ранее, а измерения координат максимумов проводятся так же, как в предыдущем упражнении. Результаты измерений и последующих вычислений заносят в аналогичную таблицу, с заменой последней графы « λ » на графу « d (мм)». Вычисляют среднее значение периода решетки, оценивают погрешности измерений и с их учетом записывают окончательный результат.

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 4. Волны. Оптика. – 4-е изд., перераб. – М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 5. Дифракция света.

§ 5.6. Дифракционная решетка.

Задача № 46

ИЗУЧЕНИЕ ДИФРАКЦИОННОЙ РЕШЕТКИ

Цель задачи: определение параметров дифракционной решетки — ее периода и угловой дисперсии, а также определение при помощи дифракционной решетки длин волн спектра ртутной лампы.

Как известно из теории, условие главных максимумов дифракционной картины решетки выражается формулой

$$d \sin \varphi = n \lambda, \quad (1)$$

где d — период решетки; φ — угол дифракции для рассматриваемого максимума; λ — длина световой волны, $n = 0, 1, 2, \dots$ — порядок максимума, т.е. его порядковый номер, считая от центра картины.

Эта формула позволяет, измеряя углы дифракции, определить неизвестный период решетки, если задано значение длины волны, и, наоборот, найти неизвестную длину волны по заданному периоду решетки.

Описание установки

Установка состоит из размещенных внутри кожуха источников света, в качестве которых в задаче используются натриевая и ртутная лампы, гониометра ГС-5 и дифракционной решетки. Гониометр (рис. 1) состоит из коллиматора (К), столика (С), на который помещается решетка, и зрительной трубы (Т), через которую наблюдается дифракционная картина.

Зрительная труба может вращаться в горизонтальной плоскости рукой, для чего следует освободить винт (1) (в случае необ-

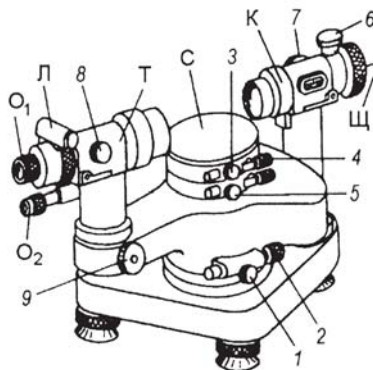


Рис. 1

ходимости более плавного вращения для точной наводки нужно, наоборот, затянуть винт (1) и поворачивать трубу вращением винта (2). Угол поворота трубы регистрируется по лимбу, шкала которого наблюдается через окуляр (O_2). Шкала освещается специальной лампочкой, выключатель которой расположен на нижнем основании гониометра с левой стороны. Между окуляром и объективом трубы находится крест нитей, позволяющий правильно установить трубу и сфокусировать ее на бесконечность. Фокусировка окуляра производится поворотом его за оправу (O_1), фокусировка объектива — вращением винта (8).

Столик может вращаться вокруг вертикальной оси, для чего следует отпустить винт (3). (Для плавного вращения нужно, наоборот, затянуть винт (3) и поворачивать винт (4).)

Коллиматор имеет на конце, обращенном к источнику света, вертикальную щель (\mathcal{W}), ширину которой можно изменять вращением головки (6). На эту щель при помощи линзы, смонтированной в стенку ящика с лампами, фокусируется световой поток, идущий от лампы, так что далее от щели идет расходящийся пучок лучей. Таким образом, именно эта щель играет роль источника света в дифракционной схеме. Положение щели по отношению к линзе коллиматора можно изменять при помощи винта (7).

Для того чтобы схема соответствовала условиям дифракции Фраунгофера, необходимо, чтобы:

1) дифракционную картину образовывали лучи, идущие от решетки параллельно друг другу. Для этого нужно сфокусировать зрительную трубу на бесконечность. При такой фокусировке роль собирающей линзы играет объектив трубы, а возникающая в его фокальной плоскости дифракционная картина рассматривается через окуляр;

2) падающие на решетку лучи также должны образовывать параллельный пучок. Для этого необходимо, чтобы щель находилась в фокальной плоскости коллиматора.

Настройка схемы производится согласно инструкции, которая выдается лаборантом при выполнении работы.

Отсчет углов. Угол, определяющий направление оси трубы при ее поворотах относительно столика, регистрируется по двум шкалам, которые видны в окуляр (O_2) при включенной подсветке. Вращая трубу (грубо — вручную, точно — вращением винта (2), устанавливают ее так, чтобы вертикальная нить креста совпала с рассматриваемой точкой объекта, видимой в окуляр (O_1) (в данной задаче — с исследуемой спектральной линией).

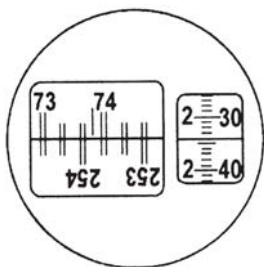


Рис. 2

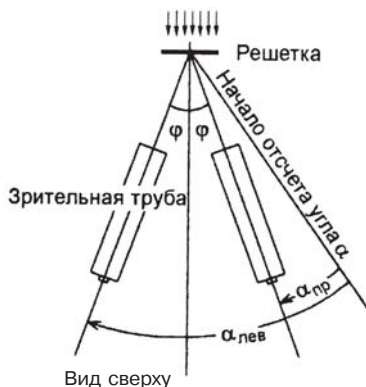


Рис. 3

Вращением маховика (9) в ту или иную сторону точно совмещают двойные штрихи верхней и нижней частей шкалы левого окна. **Число градусов** определяется числом, стоящим на верхней шкале слева от неподвижного штриха (73 на рис. 2).

Затем на нижней части шкалы находят число, отличающееся на 180 от этого числа градусов (253 на рис. 2), и смотрят, сколько интервалов располагается между двойными штрихами, соответствующими этим двум числам (5 интервалов на рис. 2). Это число интервалов дает **число десятков минут**. **Число единиц минут** определяется по шкале правого окна: оно равно цифре в левом ряду, стоящей выше неподвижной горизонтальной черты (2 на рис. 2). **Число секунд** определяется по этой же шкале числом в правом ряду, находящимся выше горизонтальной чертой, и количеством малых делений, заключенных между этим числом и горизонтальной чертой (34 на рис. 2). Таким образом, случаю, изображенному на рис. 2, соответствует отсчет $73^{\circ}52'34''$.

Упражнение 1

Определение периода дифракционной решетки

Источником света в этом упражнении служит натриевая лампа (включается лаборантом!). Период решетки определяется по формуле

$$d = \frac{n\lambda}{\sin \varphi}, \quad (2)$$

непосредственно полученной из формулы (1). Натриевая лампа излучает в видимой области спектра волны с близкими значениями длины волны $\lambda_1 = 5890 \text{ \AA}$ и $\lambda_2 = 5896 \text{ \AA}$ ($1 \text{ \AA} = 10^{-7} \text{ мм}$), так

что ее спектр, даваемый решеткой, состоит в каждом порядке из двух расположенных рядом линий (дублетов). Для вычисления периода решетки достаточно измерить углы дифракции φ для линий, соответствующих меньшей длине волны $\lambda_1 = 5890 \text{ \AA}$. Вращая трубу, наводят вертикальную нить креста на ту из двух линий в каждом дублете, которая лежит ближе к центральному максимуму, и делают отсчет по шкале гониометра. Регистрации подлежат линии первых трех порядков по обе стороны от центрального максимума. Если в первом порядке линии дублета не разрешаются, т.е. сливаются в одну, то при расчете d в формулу (1) для $n = 1$ подставляют среднее значение $\lambda = 5893 \text{ \AA}$ длин волн λ_1 и λ_2 .

Измеренные значения углов α записывают в первые два столбца таблицы. Как видно из рис. 3, значение угла дифракции φ равно полуразности отсчетов слева и справа для соответствующих линий определенного порядка: $\varphi = 1/2|\alpha_{\text{лев}} - \alpha_{\text{прав}}|$.

Заполняют два последних столбца таблицы, находят среднее значение периода решетки, оценивают погрешности измерений и с их учетом записывают окончательный результат.

n	α		$\varphi = \alpha_{\text{лев}} - \alpha_{\text{прав}} /2$	d , мм
	лев.	прав.		
1				
2				
3				

Упражнение 2

Определение длин волн спектра ртутной лампы и угловой дисперсии решетки

Натриевая лампа заменяется ртутной (переключение производится лаборантом!). В видимой части спектра ртутной лампы имеются четыре линии: фиолетовая, зеленая и две желтые. Прежде чем приступить к измерениям, рекомендуется, вращая зрительную трубу, ознакомиться с расположением линий в спектрах первых трех порядков, осмыслив соответствие наблюдаемой картины с теорией. Длины волн этих линий вычисляются по формуле

$$\lambda = \frac{d \sin \varphi}{n}, \quad (3)$$

непосредственно полученной из формулы (1). Значение периода решетки d известно из упражнения 1, измерение углов про-

изводится точно так же, как в упражнении 1. Для каждой из четырех длин волн составляются одинаковые таблицы, аналогичные предыдущей таблице, но с заменой последней графы « d » на графу « λ », в которые заносятся результаты измерений и последующих вычислений. Для каждой длины волны находят ее среднее значение, оценивают погрешности измерений и с их учетом представляют окончательный результат.

Угловая дисперсия решетки вычисляется для желтой области в спектре третьего порядка. Она рассчитывается как по формуле, являющейся ее определением,

$$D_{\text{экс}} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta\lambda}, \quad (4)$$

так и по теоретической формуле

$$D_{\text{теор}} = \frac{n}{d \cos \varphi}. \quad (5)$$

В формулу (4) в качестве $\Delta\varphi$ подставляется разность $|\varphi_{\text{жI}} - \varphi_{\text{жII}}|$ углов дифракции для линий: желтая-I и желтая-II в спектре третьего порядка, а в качестве $\Delta\lambda$ разность длин волн этих линий. В формуле (5) полагается $n = 3$, в качестве φ берется среднее значение углов дифракции $\varphi_{\text{жI}}^{(3)}$ и $\varphi_{\text{жII}}^{(3)}$ для первой и второй желтых линий в спектре третьего порядка:

$$\varphi = \frac{1}{2} (\varphi_{\text{жI}}^{(3)} + \varphi_{\text{жII}}^{(3)}),$$

а значение периода решетки найдено в упражнении 1. Угловую дисперсию принято представлять в единицах \AA^{-1} , поэтому $\Delta\varphi$ в (4) следует выразить в радианах, а d в (5) — в ангстремах ($1^\circ = 0,017453$ рад., $1' = 0,000290$ рад., $1'' = 0,000005$ рад., $1 \text{ мм} = 10^7 \text{ \AA}$). Оценив погрешность, сопоставляют значения дисперсии, полученные по обоим формулам.

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 4. Волны. Оптика. — 4-е изд., перераб. — М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 5. Дифракция света.

§ 5.6. Дифракционная решетка.

РАЗДЕЛ 4

ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА

Задача № 47

ИЗМЕРЕНИЕ УГЛА БРЮСТЕРА ПРИ ОТРАЖЕНИИ СВЕТА ОТ СТЕКЛЯННОЙ ПЛАСТИНКИ, НАХОЖДЕНИЕ НАПРАВЛЕНИЙ ПРОПУСКАНИЯ ПОЛЯРОИДОВ И ПРОВЕРКА ЗАКОНА МАЛЮСА

Цель задачи: изучение явления поляризации света при отражении от стеклянной пластинки, измерение угла Брюстера, нахождение направлений пропускания поляроидов и проверка закона Малюса.

Основные понятия и соотношения

Описание принципиальной схемы измерения угла Брюстера. В опытах по взаимодействию света с веществом (диэлектриком) установлено, что как отраженные, так и преломленные лучи являются поляризованными. Исследования, проведенные Брюстером, показали, что при определенном угле падения φ_0 отраженный луч является полностью поляризованным. Угол, при котором достигается полная поляризация отраженного луча, называют **углом Брюстера**, а соотношение, связывающее этот угол с показателями преломления n_1 и n_2 двух сред, на границе между которыми происходит отражение, — **законом Брюстера**:

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = n_2/n_1. \quad (1)$$

Глаз человека не в состоянии отличить поляризованный свет от естественного, но чувствителен к изменению интенсивности света. Поэтому в опытах с поляризованным светом полезно иметь оптическое устройство, при прохождении которого ин-

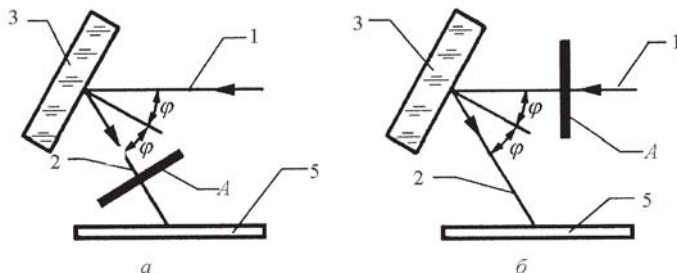


Рис. 1

тенсивность света менялась бы в зависимости от направления поляризации падающего на него пучка света. Такое устройство получило название поляризатора, так как естественный свет, пропущенный через него, становится поляризованным. Для нахождения угла Брюстера можно предложить следующую оптическую схему, использующую поляризатор (рис. 1а).

На рис. 1а падающий (1) и отраженный (2) лучи изображены лежащими в плоскости чертежа. Отражение происходит от стеклянной пластинки, перпендикулярной плоскости чертежа, а след отраженного луча наблюдается на экране (5) в виде светового пятна. На пути луча (2) установлен поляризатор «А», ориентированный так, чтобы направление пропускания его было параллельно плоскости чертежа. В соответствии с законом Брюстера путем вращения пластинки (3) вокруг оси, перпендикулярной плоскости чертежа, можно установить такой угол падения φ , при котором яркость светового пятна на экране (5) станет равной нулю. Найденный таким образом угол φ равен углу Брюстера φ_0 . Действительно, при отражении падающий под углом Брюстера луч становится полностью поляризованным. При этом направление вектора напряженности электрического поля в луче (2) будет перпендикулярным плоскости чертежа, и при указанной выше ориентации поляризатора луч (2) не достигает экрана. При практической реализации этой схемы возникает необходимость в одновременном вращении пластинки (3) и поляризатора «А», причем угол поворота поляризатора должен быть в два раза больше угла поворота пластинки. Схема, представленная на рис. 1б, свободна от этого недостатка. Как видно из рисунка, в ней поляризатор «А» помещается на пути падающего луча (1) и таким образом необходимость в его вращении отпадает. Направление пропускания поляризатора по-прежнему ориентируется параллельно плоскости чертежа. Именно такая схема нахождения угла Брюстера используется в данной задаче. Студентам предлагается самостоятельно объяснить исчезновение отраженного луча (2) при условии равенства угла φ углу Брюстера φ_0 .

Закон Малюса. Согласно закону Малюса интенсивность света I , прошедшего через поляроид «В», зависит от угла α между направлениями пропускания поляроидов «А» и «В», т.е.

$$I = I_0 \cos^2 \alpha, \quad (2)$$

где I_0 — интенсивность света, падающего на поляроид «В». Эта формула справедлива для идеальных поляроидов. Поляроиды,

выпускаемые промышленностью, не обеспечивают полную поляризацию света и, кроме того, поглощают часть световой энергии, проходящей через них. Поэтому интенсивность света, падающего на поляроид «В», может быть представлена в виде двух слагаемых: интенсивности поляризованной компоненты $I_{\text{поляр}}$ и интенсивности неполяризованной компоненты $I_{\text{естеств}}$, т.е.

$$I_0 = I_{\text{поляр}} + I_{\text{естеств}}. \quad (3)$$

Так как потери энергии имеются как в поляризованной, так и в естественной компонентах, то закон Малюса (2) для поляроидов можно записать в виде

$$I = (I_{\text{поляр}} - I_{\text{потерь}}) \cos^2 \alpha + 1/2(I_{\text{естеств}} - I_{\text{потерь}}). \quad (4)$$

Введем обозначения:

$$A = I_{\text{поляр}} - I_{\text{потерь}}, \quad B = 1/2(I_{\text{естеств}} - I_{\text{потерь}}). \quad (5)$$

Равенство (4) теперь можно переписать в виде

$$I = A \cos^2 \alpha + B. \quad (6)$$

Коэффициенты A и B нетрудно найти, если измерить интенсивность I для случая $\alpha = \pi/2$ и I для $\alpha = 0$:

$$I = I_{\min} = B, \quad I = I_{\max} = A + B. \quad (7)$$

Из соотношений (7) имеем

$$B = I_{\min}, \quad A = I_{\max} - I_{\min}. \quad (8)$$

Подставив значения A и B в формулу (6), получаем

$$I = (I_{\max} - I_{\min}) \cos^2 \alpha + I_{\min}. \quad (9)$$

Показания стрелочного индикатора q регистрирующего устройства пропорциональны интенсивности I света, падающего на фотоприемник:

$$q = kI, \quad (10)$$

где k — коэффициент пропорциональности. Поэтому равенство (9) с учетом (10) можно переписать в виде

$$q = (q_{\max} - q_{\min}) \cos^2 \alpha + q_{\min}, \quad (11)$$

или

$$\frac{q - q_{\min}}{q_{\max} - q_{\min}} = \cos^2 \alpha. \quad (12)$$

Относительно $\cos^2 \alpha$ уравнение (12) представляет собой прямую с тангенсом угла наклона, равным единице, проходящую через начало координат:

$$y = x, \quad (13)$$

где

$$y = \frac{q - q_{\min}}{q_{\max} - q_{\min}}, \quad x = \cos^2 \alpha. \quad (14)$$

При $q_{\min} \ll q_{\max}$ можно положить $q_{\min} = 0$.

В упражнении производится экспериментальная проверка соотношения (13).

Упражнение 1

Измерение угла Брюстера и нахождение направления пропускания поляроида «А»

Описание установки. Общий вид установки представлен на рис. 2 и 3.

Все оптические узлы установки размещены на оптической скамье (6). Источником света служит осветитель (7) с коллиматором. Напряжение накала лампы осветителя регулируется источником питания (8), передняя панель которого с ручкой регулировки (9) изображена на рис. 4.

Луч света (1), прежде чем попасть на стеклянную пластинку, проходит через поляризатор «А», размещенный в специальном держателе. В качестве поляризатора используется поляроидная пленка (поляроид). Держатель обеспечивает возможность вращения поляроида с помощью кольца с накаткой (10) (см. рис. 2 и 3) и отсчет угла поворота в градусах по шкале (18) относительно метки (11) (рис. 5).

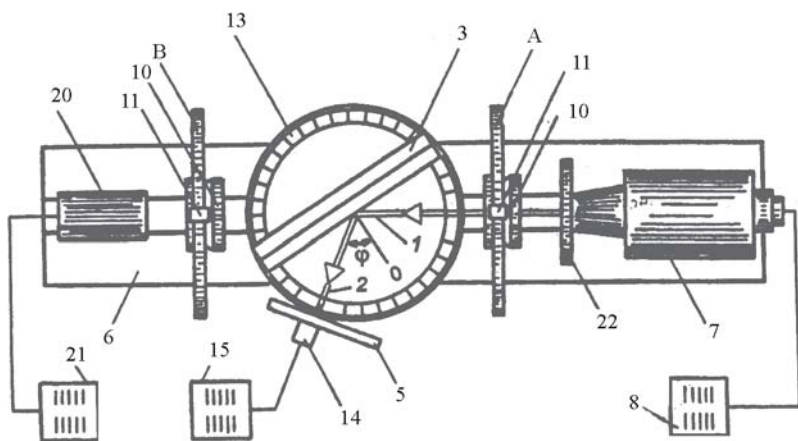


Рис. 2

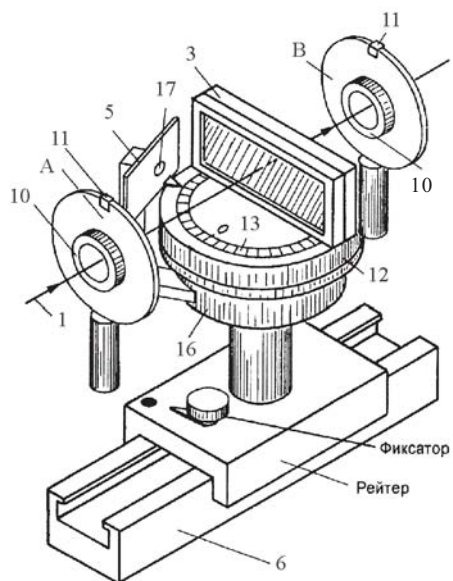


Рис. 3

Стекло́нная пласти́нка укрепляется вертикально на столике (12) (см. рис. 3), который может вращаться вокруг вертикальной оси. Столик снабжен шкалой (13), проградуированной в градусах. Стекло́нная пласти́нка расположена относительно шкалы (13) так, что нормаль к ее поверхности, проходящая через центр столика, проходит через нулевое деление шкалы (см. рис. 2). Такое расположение стекло́нной пласти́нки на столике позволяет легко измерять угол отражения φ луча (2) от нее с помощью фотоприемника (14) (см. рис. 2). Для этого фотоприемник снабжен меткой, определяющей его положение на

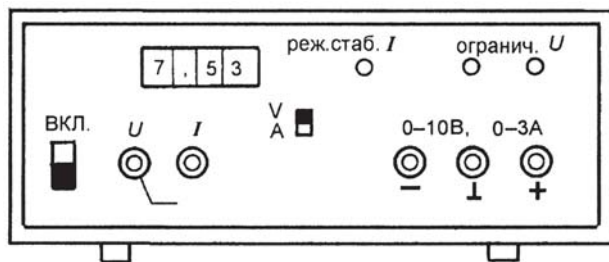


Рис. 4

шкале (13), и регистрирующим устройством (15) со стрелочным индикатором. Передняя панель регистрирующего устройства изображена на рис. 6. Как и стеклянная пластинка, фотоприемник может вращаться вокруг вертикальной оси. Для его вращения служит кольцо с накаткой (16) (см. рис. 3). Движения стеклянной пластинки и фотоприемника независимы. Луч света, отраженный от стеклянной пластинки, попадает в фотоприемник через отверстие (17) в экране (5) (см. рис. 3). Экран (5) вращается вместе с фотоприемником. Не упомянутые в тексте элементы установки: поляриод «В», фотоприемник (20) и регистрирующее устройство (21) в этом упражнении не используются.

Измерение угла Брюстера

1. Включить источник питания осветителя: ползунок переключателя перевести в положение «Вкл». Установить максимальное значение напряжения накала лампы (~10 В), повернув рукоятку (9) по часовой стрелке до упора. С помощью рукоятки (9) напряжение можно менять как плавно, так и грубо. При плавной регулировке рукоятка (9) вращается легко, при грубой к ней нужно приложить большее усилие. При напряжении 10 В лампа работает с перекалом. Поэтому если измерения по какой-либо причине прерываются, то напряжение накала следует понизить до 5–6 В.

2. Включить регистрирующее устройство (15) фотоприемника, нажав кнопку «Сеть» (см. рис. 6). Включить подсветку шка-

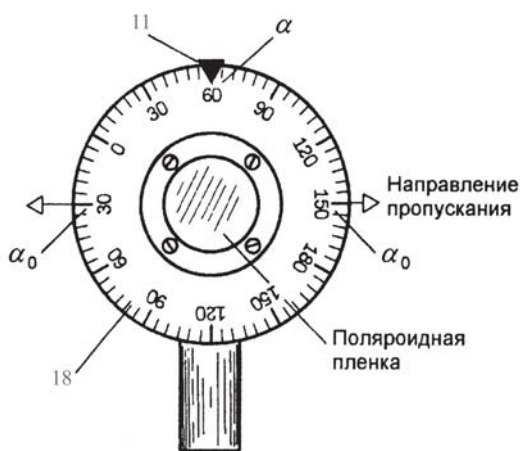


Рис. 5

лы индикатора, нажав кнопку «*». Выбрать наиболее чувствительный диапазон измерений, нажав кнопку « $\times 1$ ».

3. Подвижный экран (5) (см. рис. 2 и 3) расположить параллельно оптической скамье. Вращение стеклянной пластинки и экрана с фотоприемником необходимо осуществлять с помощью колец (12) и (16) (см. рис. 3).

4. Повернуть стеклянную пластинку (3) так, чтобы световое пятно, образованное световым лучом (2), вначале оказалось слева от входного отверстия фотоприемника (17). Затем поворотом экрана (5) по часовой стрелке расположить его справа от отверстия. Такая ориентация стеклянной пластинки и экрана обеспечивает достаточно сильную зависимость яркости светового пятна на экране от угла поворота поляроида «А».

5. Поворотом поляроида «А» добиться минимальной яркости светового пятна на экране (5).

6. Повернуть фотоприемник по часовой стрелке так, чтобы левый край экрана (5) коснулся стеклянной пластинки (3). Такой поворот предотвратит выход светового пятна за пределы экрана при выполнении указаний следующего пункта.

7. Вращая стеклянную пластинку (3) по часовой стрелке, найти положение, при котором яркость светового пятна на экране (5) по визуальной оценке станет минимальной. При этом само световое пятно должно находиться справа от отверстия (17). Если минимум приходится на отверстие (17), то экран (5) с фотоприемником повернуть дополнительно по часовой стрелке на некоторый угол.

8. Поворачивая стеклянную пластинку (3) на небольшой угол в ту или иную сторону относительно найденного положения,

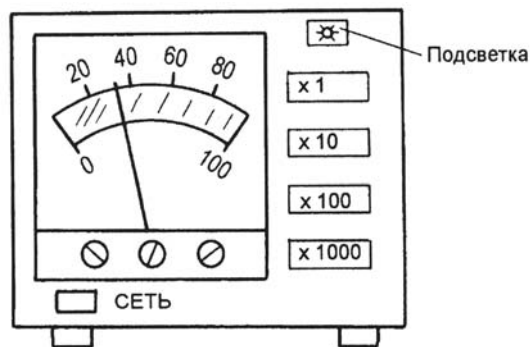


Рис. 6

убедиться в том, что найденное положение действительно соответствует минимальной яркости светового пятна.

9. После выполнения предыдущего пункта повернуть экран (5) так, чтобы центр светового пятна совпал с центром отверстия фотоприемника (17). Так как яркость светового пятна минимальна, то отклонение стрелки регистрирующего устройства (15) будет небольшим. В дальнейшем при отыскании угла Брюстера необходимо найти такое положение фотоприемника, при котором отклонение стрелки станет максимальным. Эту операцию легче выполнить, когда стрелка находится вдали от нуля шкалы.

10. Поворачивая поляроид «А» за кольцо (10) в произвольном направлении, установить стрелку индикатора регистрирующего устройства (15) на отметку «50» делений.

11. Для нахождения угла Брюстера φ_0 необходимо путем медленного вращения фотоприемника за кольцо (16) в ту или иную сторону, добиться максимального отклонения стрелки индикатора регистрирующего устройства (15), после чего по шкале (13) (см. рис. 2 и 3) произвести отсчет φ_0 . Для освещения шкалы при отсчете угла φ_0 воспользоваться маломощным электрическим фонариком (рис. 7).



Рис. 7

При освещении шкалы (13) необходимо следить за тем, чтобы луч света от фонарика не попадал в отверстие фотоприемника (17). Результаты измерения φ_0 записать в табл. 1.

Угол φ_0 измерить три раза. Результаты измерений записать.

Определение направления пропускания поляроида «А»

Поворотом поляроида «А» добиться минимального отклонения стрелки индикатора регистрирующего устройства (15). Путем медленного вращения поляроида «А» в ту или иную сторону убедиться в том, что найденное положение действительно соответствует минимальному отклонению стрелки индикатора, после чего по шкале (18) (см. рис. 5) отсчитать против метки «11» угол α в градусах. Минимальная яркость отраженного луча будет наблюдаться при расположении направления пропускания поляроида «А» в горизонтальной плоскости. На рис. 5

это направление указано стрелками. Так как метка «11» располагается на вертикали, то направление пропускания поляроида α_{0_A} можно вычислить:

$$\alpha_{0_A} = |\alpha \pm 90^\circ|.$$

Таблица 1

№ п/п	φ_0 , град	α_A , град	α_{0_A} , град	φ_0 , град (среднее)	α_{0_A} , град (среднее)	$\Delta\alpha_{0_A}$, град	ε_{0_A} , %
1							
2							
3							

Значение α записать в табл. 1. Измерения α произвести три раза. После последнего измерения α оставить поляроид «А» в положении с горизонтальным расположением направления пропускания. Такое положение он должен занимать при выполнении упражнения 2.

При отчете представить:

1. Таблицу с расчетом средних значений φ_0 и α_{0_A} , абсолютной и относительной погрешностей этих величин.

2. Уметь объяснить по рис. 1а и 1б принципиальную схему измерения угла Брюстера и направление пропускания поляроида.

Упражнение 2

Определение направления пропускания поляроида «В» и проверка закона Малюса

Описание установки. Для проверки закона Малюса на оптической скамье установлены поляроид «В» и второй фотоприемник света (20) с регистрирующим устройством (21). Фотоприемник (20) неподвижно закреплен на оптической скамье. Поляроид «В» и регистрирующее устройство (21) идентичны устройствам «А» и (15) (рис. 2).

Определение направления пропускания поляроида «В»

1. Включить регистрирующее устройство (21) (см. упражнение 1).

2. Фотоприемник (14) с экраном (5) повернуть против часовой стрелки на угол, который бы не мешал установить стеклянную пластинку (3) перпендикулярно падающему лучу (1).

3. Установить стеклянную пластинку (3) перпендикулярно падающему лучу. Для этого повернуть столик (12) против часовой стрелки до появления луча, отраженного от стеклянной пластинки на экране (22), и далее в том же направлении до по-

падания его в отверстие коллиматора осветителя (7) (см. рис. 2). При таком расположении стеклянной пластинки направление колебаний электрического вектора E луча (1) после прохождения им стеклянной пластинки будет определяться направлением пропускания поляроида «А». Если ориентация поляроида «А» после выполнения упражнения 1 не менялась (убедиться в этом), то вектор E в луче (1), падающем на поляроид «В», будет ориентирован горизонтально.

4. Вращением поляроида «В» за кольцо (10) в ту или иную сторону добиться минимального отклонения q стрелки индикатора регистрирующего устройства (21). Так как направление колебаний вектора E в падающем луче ориентировано горизонтально, то минимальное отклонение стрелки индикатора (21) — q_{\min} будет наблюдаться при вертикальной ориентации направления пропускания поляроида «В». Таким образом, направление пропускания поляроида α_{0_b} можно сосчитать по шкале (18) против метки 11 (см. рис. 5). В процессе отыскания q_{\min} становится очевидным, что из-за плавной зависимости q от α в области минимума ошибка при изменении α_{0_b} может быть большой. Для уменьшения ошибки можно воспользоваться тем обстоятельством, что кривая $q = f(\alpha)$ в области минимума симметрична относительно α_{0_b} (рис. 8) и проводить измерение α_{0_b} в следующем порядке.

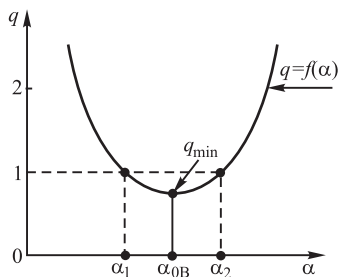


Рис. 8

Вращением поляроида «В» в ту или иную сторону определить величину минимального отклонения q_{\min} (на рис. 8 q_{\min} меньше одного деления).

Поворотом поляроида «В» в произвольном направлении установить стрелку индикатора на ближайшее к минимуму деление шкалы (на рис. 8 — деление 1). Записать в табл. 2 значение угла α_1 по шкале (18) (см. рис. 5).

Медленным вращением поляроида «В» в обратном направлении установить стрелку индикатора на ближайшее к минимуму деление шкалы (по другую сторону от q_{\min}) и произвести отсчет угла α_2 по шкале (18) (см. рис. 5).

Записать в табл. 2 значение угла α_2 .

Направление пропускания поляроида «В» — α_{0_B} является средним значением α_1 и α_2 :

$$\alpha_{0_B} = (\alpha_1 + \alpha_2)/2.$$

Значения α_1 и α_2 измерить три раза.

Таблица 2

№ п/п	α_1 , град	α_2 , град	α_{0_B} , град	α_{0_B} , град (среднее)	$\Delta \alpha_{0_B}$, град	ε_{0_B} , %
1						
2						
3						

Проверка закона Малюса

1. Поляриод «В» установить в положение, при котором угол α между направлениями пропускания поляриодов «А» и «В» равен 90° . Если положение поляриода «А» после выполнения упражнения 1 не изменялось (проверить), т.е. поляриод «А» находится в состоянии с горизонтальным расположением направления пропускания, то для этого достаточно против метки (11) поляриода «В» установить среднее значение α_{0_B} , взятое из табл. 1.

2. Повернуть поляриод «В» на 90° в произвольном направлении. В таком положении интенсивность света, прошедшего через поляриод «В», будет максимальной и соответствовать отсчету α_{\max} по шкале (18). Изменяя напряжение накала лампы, установить $q_{\max} = 70$ делений.

3. Вернуть поляриод «В» в первоначальное положение. Записать в табл. 2 значение $\alpha = 90^\circ$ и показания q_{\min} регистрирующего устройства (21).

4. Измерить очередное значение q при $\alpha = 80^\circ$. Для этого повернуть поляриод «В» на 10° в направлении α_{\max} (угол поворота отсчитать по шкале (18)). Записать полученное значение q и α в табл. 2.

5. Измерить q для углов $\alpha = 70, 60, 50, 40, 30, 20, 10$ и 0° , всякий раз поворачивая поляриод «В» в направлении α_{\max} .

Результаты всех измерений записать в табл. 3. По результатам измерений вычислить и записать в данную таблицу значения x и y .

Таблица 3

№ п/п	α , град	q , делений	y	x
1	90	q_{\min}		
2	80			
.	.			
.	.			
10	0	q_{\max}		

При отчете представить заполненные табл. 1–3 и график $y=f(x)$ на миллиметровой бумаге. При построении графика на осях x и y выбрать одинаковый масштаб. Значения x и y , равные 0,1, отстоят от начала координат на расстоянии 10 мм.

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 4. Волны. Оптика. – 4-е изд., перераб. – М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 6. Поляризация света.

§ 6.1. Естественный и поляризованный свет.

§ 6.2. Поляризация при отражении и преломлении.

Задача № 48

ИЗУЧЕНИЕ ОСНОВНЫХ ЯВЛЕНИЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ СВЕТА

Цель задачи: изучение прохождения света через двоякопреломляющие кристаллы, знакомство с устройством и физическими свойствами простейших поляризационных приспособлений — поляроидами и наблюдение явления интерференции поляризованных лучей.

Описание установки

Оптическая установка для изучения явлений поляризации света собрана на базе стереоскопического микроскопа МБС-10.

Описание микроскопа. Общий вид микроскопа представлен на рис. 1: гнездо для осветителя (1); стопорный винт оптической системы (2) (при откручивании этого винта оптическая система приобретает возможность вращаться в горизонтальной плоскости); рукоятка фокусировки (3); зеркало (4); специальный предметный столик для размещения сменных узлов установки (5); рукоятка для изменения коэффициента увеличения объектива (6); корпус основания микроскопа (8).

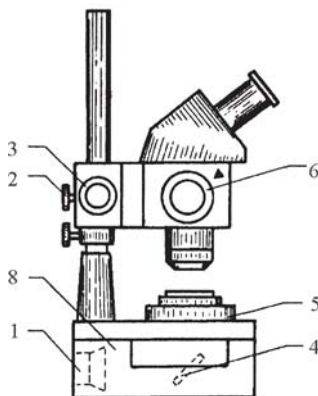


Рис. 1

На рис. 2 представлен внешний вид осветителя. При ослабленной гайке направление светового потока осветителя можно изменять в небольших пределах за счет отклонения втулки от оси симметрии.

Источником света в осветителе служит лампа накаливания с рабочим напряжением 8 В. Питание лампы осуществляется от регулируемого источника напряжения, изображенного на рис. 3.



Рис. 2



Рис. 3

Описание устройства унифицированных узлов установки. Сменные узлы установки содержат различные элементы (поляроиды, кристаллы и т.д.), из которых собираются те или иные оптические схемы. Все элементы имеют различную геометрическую форму. Размещение их внутри унифицированных узлов цилиндрической формы упрощает сборку оптических схем и делает их компактными, уместающимися на предметном столике под объективом микроскопа. В дальнейшем эти узлы будем называть кольцами. Каждое кольцо имеет номер, выгравированный на боковой поверхности кольца. Все кольца, за исключением колец № 1 и 2, в своей верхней части имеют специальные гнезда с вырезами для пальцев. Эти гнезда используются при сборке оптических схем для размещения в них других колец. На рис. 4 в качестве примера, показано размещение кольца № 1 в кольцо № 5 и указаны метки и вырезы кольца № 5.

Как видно из рисунка, вырезы оставляют открытыми на боковой поверхности кольца № 1 два участка A_1 и A_2 . Вырезы по-

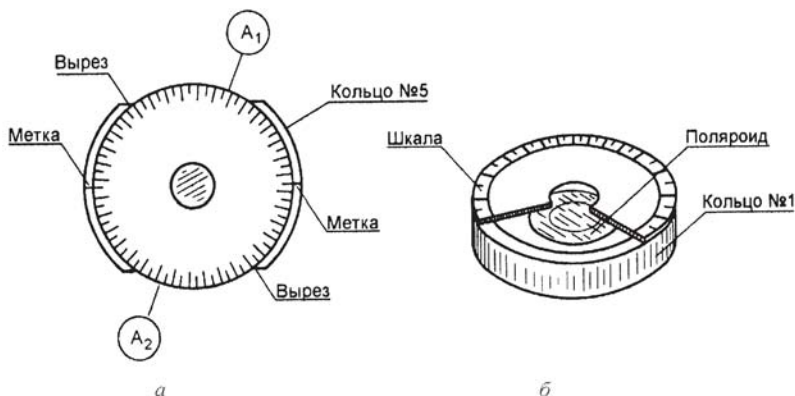


Рис. 4

зволяют вращать кольцо № 1 вокруг вертикальной оси большим и указательным пальцами одной руки, касаясь ими открытых участков кольца A_1 и A_2 . Высоты колец № 1 и 2 равны глубине гнезд. При такой высоте две метки кольца № 5 (и других колец) и шкалы колец № 1 и 2 лежат в одной плоскости, что упрощает отсчет по шкалам. Вырезы используются не только для вращения колец № 1 и 2, но и для удаления их из гнезд. Такие же вырезы имеются и в столике (5) (см. рис. 1). Для сборки той или иной оптической схемы достаточно уложить эти кольца на столик микроскопа в определенном порядке. Порядок расположения колец указывается в каждом упражнении.

Назначение колец и приспособлений. На рис. 4б изображено кольцо № 1. Внутри корпуса кольца размещается поляририд в виде пленки. Поляририд пропускает составляющие векторов напряженности электрического поля световой волны только по одному направлению, которое называется направлением пропускания. Поэтому если направить на поляририд луч линейно поляризованного света, то интенсивность прошедшего через по-

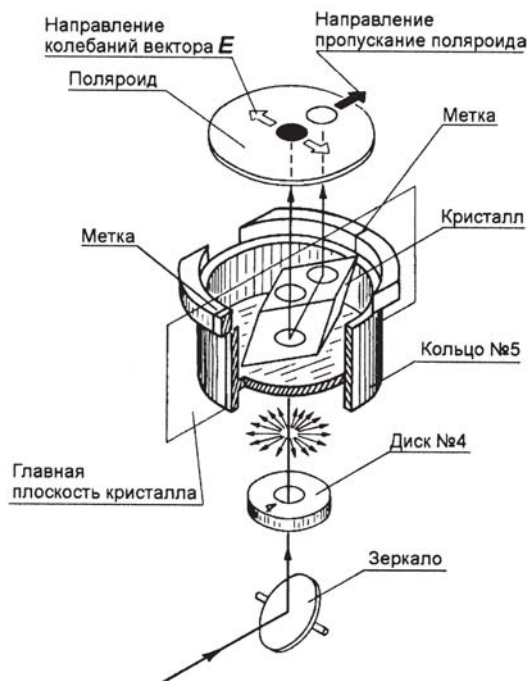


Рис. 5

ляроид луча окажется сильно зависящей от взаимной ориентации направления пропускания поляроида и плоскости, в которой колеблется вектор E световой волны. На крышке кольца № 1 выгравирована шкала, которая служит для отсчета углов (в градусах), определяющих направление пропускания поляроида.

Для прохождения света через кольцо в центре крышки и корпуса просверлены отверстия. В комплект установки входят два таких кольца № 1 и 2. Нумерация колец распространяется и на находящиеся в них поляроиды.

На рис. 5 изображен диск № 4, который служит для создания узкого пучка света. Для этого к диску в его центре приклеена тонкая свинцовая фольга, в которой проделано отверстие малого диаметра – диафрагма. При работе с диском его следует брать за боковую поверхность, чтобы пальцы рук не касались свинцовой фольги и не повредили диафрагму.

На рис. 5 изображено также кольцо № 5 с кристаллом исландского шпата (верхняя крышка, прикрывающая кристалл, не показана). Как видно из рисунка, кристалл в кольце расположен так, что луч света падает на нижнюю грань кристалла нормально, а главная плоскость кристалла проходит через метки, нанесенные на корпусе кольца № 5. Как уже отмечалось, сверху в кольцо № 5 может быть вложено другое кольцо, например кольцо № 1 с поляроидом. На рисунке поляроид изображен без корпуса и на гораздо большем, чем в действительности, расстоянии от кристалла. Светлый и темный кружок на поверхности поляроида дают представление о том, как выглядит поверхность кристалла при прохождении через него тонкого луча света, если эту поверхность рассматривать через поляроид.

На рис. 6 изображено кольцо № 6 и указано расположение в нем целлофанового препарата. Целлофановый препарат представляет собой листок целлофана, на который положено четыре кружочка из целлофана, частично перекрывающих друг друга. Листок и кружочки зажаты между двумя стеклами. Кольцо № 6 с целлофановым препаратом служит для наблюдения интерференции поляризованного света.

На рис. 7 изображено переходное кольцо № 7, которое используется для размещения на столике микроскопа друг над другом колец № 1 и 2. Метка на корпусе кольца служит для отсчета углов.

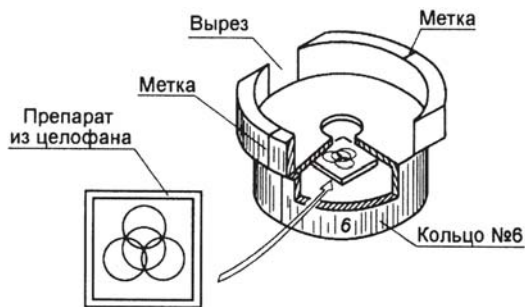


Рис. 6

На рис. 8 изображено кольцо № 8 с пластинкой из органического стекла. В центре пластинки просверлено небольшое отверстие. Кольцо № 8 служит для наблюдения искусственной анизотропии, возникающей при механических деформациях пластинки из оргстекла. Деформации в пластинке создаются закручиванием винта.

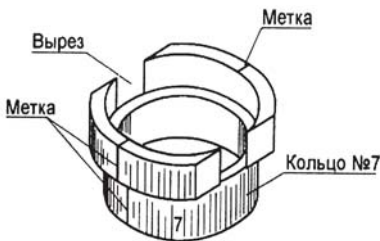


Рис. 7

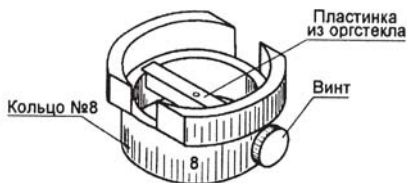


Рис. 8

Все описанные кольца хранятся в специальном футляре. Каждое кольцо имеет свое место. Футляр с размещенными в нем кольцами изображен на рис. 9. Во время работы все неис-

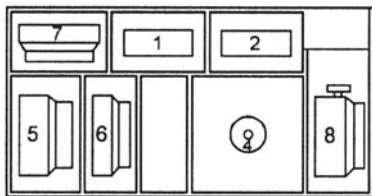


Рис. 9

пользуемые кольца должны лежать в гнездах футляра, а не на столе, так как случайное падение со стола деформирует край кольца и делает его непригодным для работы.

Упражнение 1

Наблюдение двойного лучепреломления в кристалле исландского шпата

Перед выполнением упражнения необходимо включить осветитель, поставив для этого выключатель на корпусе источника питания (см. рис. 3) в положение «ВКЛ» Ручку регулировки напряжения установите в крайнее положение, обеспечивающее максимальную яркость осветителя.

С помощью зеркала (4) (см. рис. 1) направьте поток света от осветителя на отверстие в центре столика микроскопа. Рукоятка привода зеркала вмонтирована в корпус основания микроскопа (8) (см. рис. 1) и находится сзади, слева.

Рукояткой (6) (см. рис. 1) установите коэффициент увеличения объектива микроскопа, равный 2.

После установки зеркала и коэффициента увеличения объектива можно приступить к сборке оптической схемы.

а) Получение узкого пучка естественного света

В специальное гнездо в центре столика микроскопа помещается диск № 4 с диафрагмой (рис. 10).

Рассматривая отверстие диафрагмы через окуляр микроскопа, с помощью рукоятки (3) (см. рис. 1) добейтесь четкого изоб-

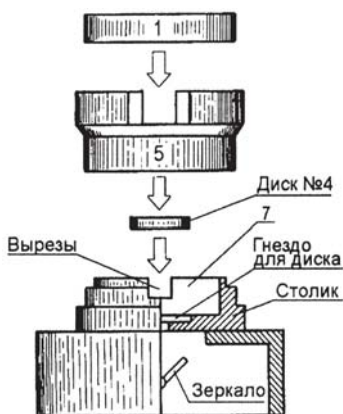


Рис. 10

ражения его в поле зрения окуляра. Изображение отверстия диафрагмы должно находиться в центре поля зрения окуляра. Если изображение отверстия диафрагмы окажется смещенным, то вернуть его в центр можно путем вращения оптической системы микроскопа в горизонтальной плоскости. Вращение оптической системы становится возможным после ослабления винта (2) (см. рис. 1). После фокусировки и установки оптической системы микроскопа в центре поля зрения окуляра видно единственное изображение отверстия диафрагмы диска № 4. Эта диафрагма формирует узкий луч света, который и достигает глаза наблюдателя.

Убедитесь в том, что этот луч является лучом естественного (неполяризованного) света. Для этого вложите в столик (в специальное гнездо (7), см. рис. 10) один из поляроидов, например кольцо № 1. При установке кольца № 1 нельзя допускать перекосов. Правильно установленное кольцо свободно вращается в гнезде. Вращение кольца осуществляется большим и указательными пальцами правой или левой руки через вырезы в боковой поверхности столика (см. рис. 4). При установке рекомендуется поворачивать кольцо на небольшой угол по и против часовой стрелки двумя пальцами одной руки, медленно опуская его при этом на столик. (При установке кольца в другое кольцо нижнее кольцо необходимо удерживать двумя пальцами другой руки.) Если перекоса все же не удастся избежать и кольцо заклинит (перестанет вращаться), то необходимо сменить направление его вращения и попытаться поднять его вверх. После освобождения кольца повторите его установку еще раз. Если малыми усилиями не удастся устранить заклинивание, то следует обратиться за помощью к лаборанту.

ВНИМАНИЕ! Не пытайтесь установить кольцо на место силой.

Этих же рекомендаций следует придерживаться и при установке других колец. После установки кольца № 1 с поляроидом убедитесь в том, что вращение поляроида не приводит к изменению интенсивности наблюдаемого луча. Такое поведение интенсивности света возможно только в том случае, если луч, проходящий через поляроид, является лучом естественного света. После выполнения этого пункта кольцо № 1 с поляроидом уберите со столика (придерживаясь данных выше рекомендаций) и поместите его в футляр. Диск № 4 остается на столике. Зарисуйте в тетради картину, видимую в поле зрения окуляра.

б) Наблюдение прохождения луча через кристалл исландского шпата

Вложите в гнездо (7) столика кольцо № 5 с кристаллом исландского шпата (см. рис. 10). Если установке кольца мешает объектив микроскопа, вращением рукоятки фокусировки (3) (см. рис. 1) сместите его вверх. Добейтесь четкого изображения отверстия диафрагмы диска № 4 в поле зрения окуляра. Убедитесь в том, что луч света после прохождения кристалла расщепляется на два луча. Определите, какой из лучей является обыкновенным и какой необыкновенным. Это сделать несложно, так как известно (см. рекомендованную литературу), что при нормальном падении луча естественного света на кристалл (положение кристалла в кольце указано на рис. 5) обыкновенный луч сохраняет направление распространения падающего луча, а необыкновенный отклоняется от него. Поэтому при вращении кристалла обыкновенный луч будет оставаться неподвижным, а необыкновенный вращаться по кругу. Зарисуйте рядом с предыдущей новую картину, видимую в окуляр. Укажите на ней, какой луч является обыкновенным, какой — необыкновенным и изобразите пунктиром траекторию необыкновенного луча, по которой он движется при вращении кристалла.

в) Определение взаимной ориентации направлений колебаний векторов E в обыкновенном и необыкновенном лучах

Для определения взаимной ориентации векторов E в обыкновенном и необыкновенном лучах в верхнюю часть кольца № 5 с кристаллом вложите кольцо № 1 с поляроидом (см. рис. 10). После этого кольцо № 5 поверните вместе с поляроидом на такой угол, чтобы вертикальная метка на кольце № 5 совпала с меткой на столике. На столике может быть несколько меток, но будем иметь ввиду всегда ту метку, которая находится от наблюдателя слева. Такое положение кольца № 5 на столике (см. рис. 4) обеспечивает удобные условия для вращения в нем кольца № 1 с поляроидом. Фокусировкой добейтесь четкого изображения отверстия диафрагмы диска № 4 в поле зрения окуляра. Удерживая кольцо № 5 рукой, убедитесь, что при вращении кольца № 1 с поляроидом из поля зрения поочередно исчезают то обыкновенный, то необыкновенный лучи. Из этого следует, что обыкновенный и необыкновенный лучи поляризованы и колебания векторов E в них имеют различные направления. Для выражения этого различия в угловых градусах добейтесь вращением поляроида полного исчезновения из поля зрения окуляра одного

из лучей и произведите отсчет угла по шкале на крышке кольца № 1. Для этого воспользуйтесь одной из меток, выгравированной на кольце № 5. Запишите значение этого угла в тетради. Затем продолжите вращение поляроида и добейтесь полного исчезновения из поля зрения окуляра второго луча. Используя ту же метку, запишите второе значение угла. Разность этих значений определит угол между направлениями колебаний векторов E в этих лучах. При отчете представьте результаты измерений углов и значение их разности. Ответьте на вопрос: какую функцию выполняет в этом упражнении поляроид № 1? Ответ запишите в тетради.

Упражнение 2

Определение направлений пропускания поляроидов

Для определения направления пропускания поляроидов воспользуемся известными оптическими свойствами кристалла исландского шпата.

При нормальном падении луча света на нижнюю грань кристалла главная плоскость кристалла проходит через большие диагонали ромбов верхней и нижней граней кристалла (см. рис. 5).

Направление колебаний вектора E в обыкновенном луче перпендикулярно главной плоскости кристалла, а в необыкновенном — лежит в ней. В первую очередь целесообразно определить направление пропускания поляроида № 1 (кольцо № 1), так как он уже находится на столике. Как видно из рис. 5, кристалл в кольце № 5 расположен таким образом, что главная плоскость кристалла проходит через метки на корпусе кольца. Для определения направления пропускания поляроида № 1 поверните его относительно кольца № 5 (удерживая последнее рукой) на такой угол, чтобы в поле зрения окуляра полностью исчез обыкновенный луч. В результате такого поворота направление пропускания поляроида окажется параллельным главной плоскости кристалла и будет проходить через ту отметку шкалы на крышке кольца № 1, которая совпадает с меткой на корпусе кольца № 5. Результаты измерений направления пропускания поляроида № 1 запишите в тетради с указанием номера кольца. Удерживая кольцо № 5 рукой, выньте из него и положите в футляр кольцо № 1, а на его место поставьте кольцо № 2. Аналогичным образом измерьте направление пропускания поляроида № 2. Результаты измерений вместе с номером кольца запишите в тетради. После выполнения упражнения поочередно перенесите со столика микроскопа в футляр вначале кольцо № 2, а затем кольцо № 5. Диск № 4 оставьте на столике.

Упражнение 3

Получение луча поляризованного света. Проверка результатов определения направлений пропускания поляроидов

Порядок сборки оптической схемы для выполнения упражнения 3 изображен на рис. 11.

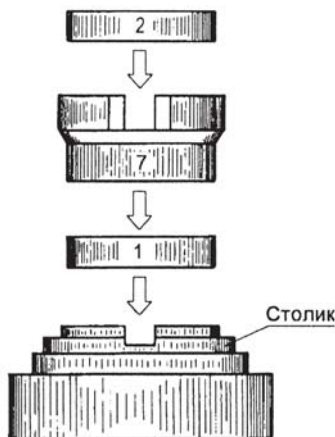


Рис. 11

Вначале в гнездо столика вложите кольцо № 1 и установите его так, чтобы направление пропускания поляроида № 1 совпало с меткой на столике. В дальнейшем положение кольца № 1 на столике не меняется. Затем на верхний бортик столика поместите переходное кольцо № 7 и совместите его метку с меткой на столике. При выполнении упражнения положение его относительно столика также не меняется. В завершение в верхнюю часть кольца № 7 вложите кольцо № 2 и совместите направление пропускания поляроида № 2 с меткой кольца № 7. С помощью ручки фокусировки (3) (см. рис. 1) добейтесь четкого изображения отверстия диафрагмы диска № 4 в поле зрения окуляра микроскопа. Убедитесь, что луч света, прошедший через поляроид № 1, поляризован, т.е. при вращении поляроида № 2 (кольцо № 7 при этом удерживайте рукой) луч света то исчезает, то появляется. Ответьте на следующие вопросы: сколько раз луч света появляется и исчезает в поле зрения окуляра при повороте поляроида № 2 на 360° ? чем являются в этом случае поляроиды № 1 и 2? Ответы запишите в тетради.

Установите поляроид № 2 так, чтобы луч света исчез из поля зрения окуляра. С помощью метки на кольце № 7 определите по шкале на крышке кольца № 2 угол между направлениями пропускания поляроидов. Результаты измерений запишите в тетради. После выполнения упражнения перенесите поочередно со столика микроскопа в футляр кольцо № 2, кольцо № 7, кольцо № 1 и диск № 4.

Упражнение 4

Наблюдение интерференции поляризованного света

Для наблюдения интерференции поляризованного света соберите оптическую схему, изображенную на рис. 12.

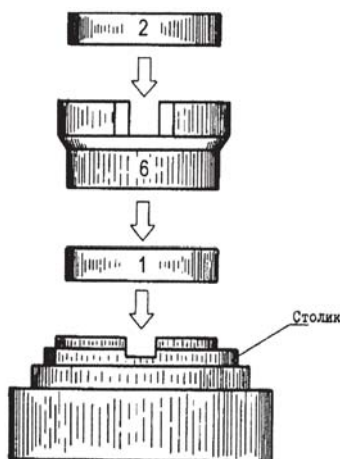


Рис. 12

На столик микроскопа в указанной последовательности положите:

1) кольцо № 1 (поляроид № 1). Кольцо № 1 устанавливается так, чтобы направление пропускания поляроида совпало с меткой на корпусе столика;

2) кольцо № 6 (препарат из целлофана). Метку на корпусе кольца № 6 совместите с меткой на корпусе столика. В данной оптической схеме листки целлофана играют роль плоскопараллельной двоякопреломляющей пластинки. Двоякопреломляющим целлофан становится в процессе изготовления (прокатки). Оптическая ось при этом оказывается направленной вдоль поверхности листа целлофана. Прежде чем завершить сборку схе-

мы, добейтесь четкого изображения целлофанового препарата в поле зрения окуляра микроскопа и убедитесь в том, что оно бесцветно. Затем завершите сборку схемы, вложив в кольцо № 6 кольцо № 2 так, чтобы направление пропускания поляроида № 2 совпало с меткой кольца № 6. После сборки схемы направление пропускания поляроида № 1 будет параллельно направлению пропускания поляроида № 2. Если посмотреть через окуляр на целлофановый препарат, то после фокусировки станет видно, что он окрашен в различные цвета. Объясните, почему окрашенное изображение целлофанового препарата можно наблюдать только после установки второго поляроида. Зарисуйте картину в тетради. Выберите на картине участок, ярко окрашенный в какой-либо из основных цветов спектра (красный, зеленый, желтый, синий). Отметьте его у себя на рисунке. Затем поверните поляроид № 2 на 90° и вновь зарисуйте получившуюся картину. Определите, какой цвет оказывается дополнительным к первоначально выбранному цвету.

После выполнения упражнения кольца № 2 и 6 поочередно снимите со столика и поместите в футляр. Кольцо № 1 оставьте на столике.

Упражнение 5

Наблюдение искусственной анизотропии

Для наблюдения искусственной анизотропии соберите схему, изображенную на рис. 13.

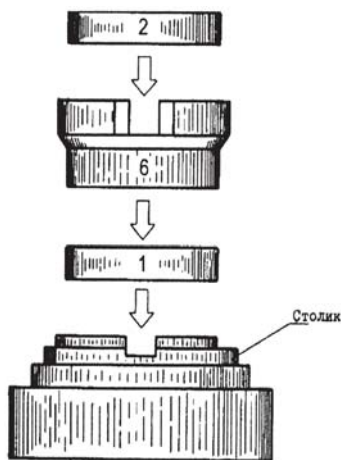


Рис. 13

Так как поляроид № 1 уже находится на столике, то сборка схемы начинается с переноса на столик кольца № 8 с пластинкой из органического стекла. В центре пластинки просверлено небольшое отверстие. Перед установкой на столик кольца № 8 освободите зажимной винт таким образом, чтобы он свободно (без заметных усилий) вращался по своей резьбе. Кольцо № 8 устанавливается на столике так, чтобы метка на кольце совпала с меткой на столике. Сборка схемы заканчивается установкой кольца № 2 (поляроида № 2). После установки поляроида № 2 совместите его направление пропускания с меткой на кольце № 8, а затем поверните его на 90° . Таким образом, направления пропусканий поляроидов № 1 и 2 окажутся взаимно перпендикулярными, а изображение пластинки с отверстием – наиболее темным. Ручкой фокусировки (3) (см. рис. 1) добейтесь четкого изображения верхнего края круглого отверстия в пластинке. По мере закручивания винта наблюдайте появление и движение светлых и темных пятен около отверстия в пластинке, вызванных возникновением упругих деформаций. Следует иметь в виду, что из-за остаточных деформаций в оргстекле светлые и темные пятна могут наблюдаться и при полностью освобожденном винте. Зарисуйте получающуюся картину. Поверните поляроид № 2 на 90° и снова зарисуйте. Различные варианты этой схемы часто используются для визуализации напряжений, возникающих под действием рабочих нагрузок в моделях деталей машин и механизмов.

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 4. Волны. Оптика. – 4-е изд., перераб. – М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 6. Поляризация света.

§ 6.1. Естественный и поляризованный свет.

§ 6.3. Поляризация при двойном лучепреломлении.

§ 6.4. Интерференция поляризованных лучей.

§ 6.7. Искусственное двойное лучепреломление.

Задача № 49

ИЗУЧЕНИЕ ЯВЛЕНИЯ ПРОХОЖДЕНИЯ СВЕТА ЧЕРЕЗ ДВА ДВУПРЕЛОМЛЯЮЩИХ КРИСТАЛЛА

Цель задачи: изучение прохождения света последовательно через два кристалла исландского шпата и построение хода лучей при их различной взаимной ориентации.

Основные понятия

Данная задача является повторением опытов Гюйгенса с двумя кристаллами. Рассматривая распространение света в двупреломляющем кристалле исландского шпата (кальцит — CaCO_3), Гюйгенс первым дал правильное объяснение загадочному явлению двойного лучепреломления, которое возникает вследствие анизотропности кристалла, т.е. способности по-разному пропускать световые колебания вдоль различных направлений кристаллической решетки. Согласно Гюйгенсу (и современным представлениям), если в некоторой точке кристалла находится точечный источник света, то он будет порождать две различные световые волны. Эти волны различаются, в частности, формой волновых поверхностей: у одной волны эта поверхность является сферой, у другой — эллипсоидом вращения¹. Следовательно, скорость одной волны постоянна по всем направлениям в кристалле, а другой — зависит от выбранного направления. Первая волна называется обыкновенной волной, вторая — необыкновенной. Скорость обыкновенной волны принято обозначать символом V_o , необыкновенной — V_e .

Следуя методу Гюйгенса (методу построения последовательных положений волнового фронта), можно построением определить направление распространения лучей в кристалле исландского шпата (лучей обыкновенного и необыкновенного). Проведем эти построения для данной задачи.

Кристалл исландского шпата представляет собой ромбоэдр. В верхней левой части рис. 1 изображено сечение этого кристалла плоскостью, проходящей через вершины $AA'B'B$. Отрезки AB и $A'B'$ — большие диагонали ромбов нижней и верхней граней кристалла. Как видно из рис. 1, верхняя грань кристалла сдвинута относительно нижней по направлению диагонали AB от A к B . Направление оптической оси кристалла параллельно $A'B$ — наименьшей пространственной диагонали ромба².

¹ Волновая поверхность — геометрическое место точек, до которых дойдет свет из данного точечного источника за некоторый промежуток времени.

² Направлением оптической оси в кристалле называется такое направление, при распространении вдоль которого световые лучи не раздваиваются.

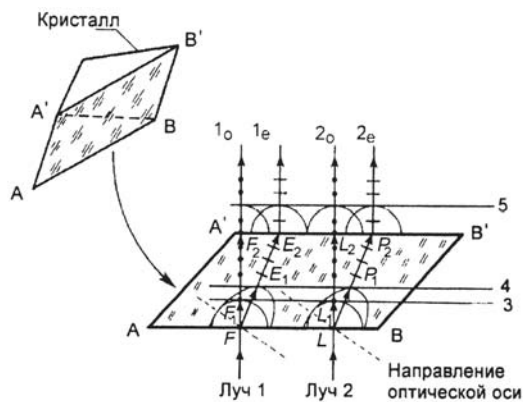


Рис. 1

В нижней части рис. 1 сечение кристалла $AA'B'B$ изображено лежащим в плоскости чертежа. Пусть на нижнюю грань нормально к ней падает параллельный пучок естественного света, ограниченный лучами 1 и 2. В этом случае главная плоскость кристалла совпадает с плоскостью чертежа¹.

Путь пучка света можно определить, если построить ход лучей 1 и 2 в этом кристалле. Падая на кристалл, лучи 1 и 2 породят на нижней грани кристалла точечные источники света F и L , от каждого из них в кристалле начнут распространяться две волны с волновыми поверхностями в виде сфер и эллипсоидов вращения вокруг оптической оси кристалла с центрами в точках F и L . На рис. 1 изображены сечения волновых поверхностей плоскостью чертежа в некоторый момент времени t после начала распространения света в кристалле. Как видно из рис. 1, скорости распространения волн в направлении оптической оси совпадают, а в перпендикулярном ему направлении — нет. Степень вытянутости эллипсоида определяется отношением этих скоростей. Сечения волновых поверхностей остальных лучей пучка такие же, как и лучей 1 и 2 (в целях упрощения рисунка они не приводятся). Огибающие поверхностей сферических и эллиптических волн представляют собой плоские фронты обыкновенной и необыкновенной волн для момента времени t , распространяющихся от нижней грани вглубь кристалла. На рис. 1

¹ При рассмотрении явлений, связанных с прохождением светового луча внутри кристалла, за главную плоскость принимаю плоскость, в которой лежит этот луч и оптическая ось кристалла.

изображены сечения этих поверхностей плоскостью чертежа — прямые 3 и 4 соответственно. Как видно из рисунка, фронты обыкновенной и необыкновенной волн параллельны нижней грани кристалла. Кроме того, фронт необыкновенной волны за время t распространился на большее расстояние от грани кристалла, чем фронт обыкновенной волны. Следовательно, скорость волнового фронта обыкновенной волны в кристалле исландского шпата больше скорости волнового фронта обыкновенной волны. Так как волновой фронт по определению представляет собой поверхность постоянной фазы, то волновую скорость часто называют фазовой скоростью. Когда говорят о скорости распространения света в среде, то обычно подразумевают скорость распространения волнового фронта, т.е. фазовую скорость. Наряду с фазовой скоростью в данном случае следует рассматривать скорость, характеризующую распространение световой энергии в кристалле. Эта скорость получила название лучевой скорости. Для пояснения того, как вычисляется лучевая скорость, обратимся вновь к рис. 1 и рассмотрим источники F и L на нижней грани кристалла. Как видно из рисунка, из всех вторичных точечных источников, находящихся в момент времени t на сферических и эллиптических волновых поверхностях, на волновом фронте обыкновенной волны (сечение 3) располагаются только точечные источники, отмеченные буквами F_1 и L_1 , а на волновом фронте необыкновенной волны — только точечные источники, отмеченные буквами E_1 и P_1 . Таким образом, световая энергия обыкновенной волны распространяется в направлениях от F к F_1 и от L к L_1 , а необыкновенной — в направлениях от F к E_1 и от L к P_1 . Как видно из того же рисунка, лучевые скорости обыкновенного и необыкновенного лучей не только отличаются по величине, но имеют и разные направления в кристалле: луч в необыкновенной волне, в отличие от обыкновенной, не перпендикулярен своему фронту. Для определения направления распространения лучей в течение следующего отрезка времени необходимо провести описанные построения для точечных источников F_1 и L_1 , E_1 и P_1 . Однако, в силу того что рассматриваемый кристалл является, по предположению, оптически однородным, лучи света FF_1 , LL_1 и FE_1 , LP_1 будут распространяться в нем прямолинейно и пересекут верхнюю грань кристалла в точках F_2 и L_2 (обыкновенные лучи) и в точках E_2 и P_2 (необыкновенные лучи). При построении волновых фронтов от точечных источников F_2 , L_2 и E_2 , P_2 необходимо учесть, что эти источники возбуждают световые волны в изо-

тропной среде — воздухе. В воздухе волновые поверхности волн от всех перечисленных точечных источников представляют собой сферы. Отсюда легко понять, почему по выходе из кристалла и обыкновенные, и необыкновенные лучи распространяются перпендикулярно к его поверхности¹.

Сечение 5 представляет собой сечение плоских фронтов волн в воздухе.

Исследование поляризации лучей 1_0 , 2_0 и 1_e , 2_e показывает, что и первая, и вторая пара лучей поляризованы. При этом колебания электрических векторов E_0 в первой паре лучей перпендикулярны главной плоскости кристалла, а во второй паре — электрические векторы E_e лежат в этой плоскости. На рис. 1 векторы E на лучах изображены точками, если они перпендикулярны главной плоскости, и черточками, если лежат в ней. Следовательно, в кристалле исландского шпата могут распространяться световые волны только с двумя взаимно перпендикулярными направлениями колебаний вектора E . Световые лучи 1 и 2 с произвольной ориентацией вектора E (естественный свет) такой кристалл раскладывает внутри себя на составляющие E_0 и E_e . Как видно из рис. 1, направление колебаний вектора E в этих лучах сохраняется и по выходе их из кристалла.

На основании сказанного нетрудно догадаться, как будут распространяться, например, лучи 1_0 и 1_e , если на их пути установить второй кристалл исландского шпата. На рис. 2 показан ход этих лучей через кристалл 2 для случая, когда кристаллы 1 и 2 сориентированы так, что их главные плоскости перпендикулярны.

Луч 1_0 , прошедший через кристалл 1, по отношению к кристаллу 2 будет необыкновенным, так как направление колебаний его вектора E лежит в главной плоскости кристалла 2 и, следовательно, как показано на рис. 2, при распространении в кристалле 2 он изменит направление распространения. И наоборот, луч 1_e , изменивший направление распространения в кристалле 1, по отношению к кристаллу 2 является обыкновенным лучом, так как направление колебаний его вектора E перпендикулярно главной плоскости кристалла 2. Поэтому, как показано на том же рисунке, при распространении в кристалле 2 он не меняет направления своего распространения. Следовательно, при

¹ В общепринятом обозначении 1_0 , 2_0 — обыкновенные лучи, 1_e , 2_e — необыкновенные лучи. Индексы «о» и «е» имеют физический смысл только тогда, когда эти лучи распространяются в кристалле.

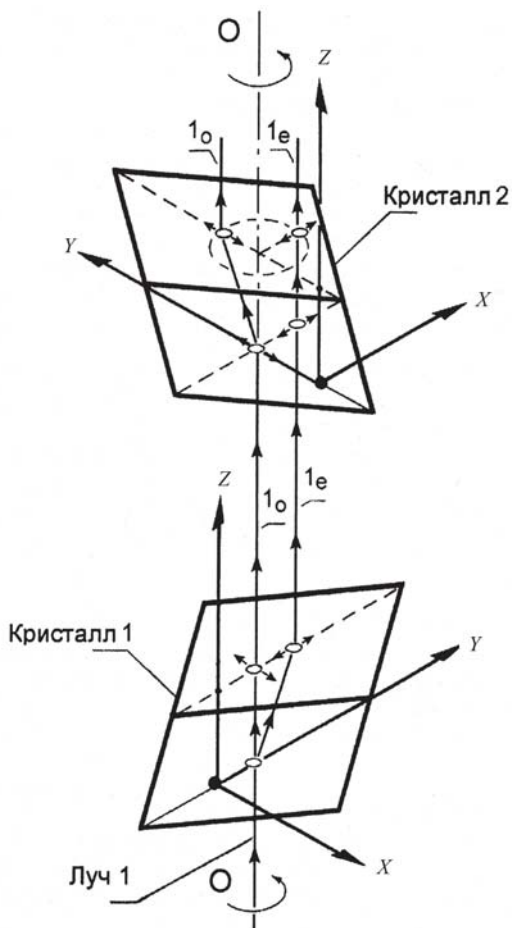


Рис. 2

таким расположении кристаллов видно, что из кристалла 2 выходят два луча, при этом оба луча смещены относительно направления распространения OO луча естественного света, падающего на кристалл 1. При одновременном вращении кристаллов вокруг вертикальной оси лучи 1_o и 1_e , прошедшие через кристалл 2, будут совершать движение по кругу. Направления колебаний векторов E в этих лучах при прохождении ими кристалла 2 не меняются.

Из изложенного выше следует, что для определения направления распространения поляризованных лучей в кристалле исландского шпата при нормальном их падении на нижнюю грань

кристалла нет необходимости прибегать каждый раз к построению Гюйгенса для этих лучей. Как видно из рис. 1, смещение необыкновенного луча относительно обыкновенного происходит в направлении диагонали $A'B'$ верхней грани от точки A' к точке B' . Этот вывод можно использовать при объяснении результатов наблюдений в упражнениях 2—4.

Распространение света через кристаллы изучается для шести различных вариантов их взаимного расположения, которые можно разбить на три группы:

- 1) главные плоскости кристаллов параллельны;
- 2) главные плоскости кристаллов перпендикулярны;
- 3) главные плоскости кристаллов ориентированы под углом 45° относительно друг друга.

В свою очередь, внутри каждой группы кристалл 2 может занимать два положения. Из первого положения во второе кристалл переводится путем поворота на 180° . Положение кристалла 1 во всех упражнениях остается неизменным.

Описание установки

С устройством установки можно ознакомиться по описанию, приведенному в задаче № 48.

Упражнение 1

Выполните с одним из кристаллов упражнение 1 из задачи № 48 (пункты а) и б)). После выполнения упражнения кристалл оставьте на столике микроскопа.

Упражнение 2

Изучение распространения света через два кристалла, главные плоскости которых ориентированы параллельно

Прежде чем приступить к описанию задания, следует дополнительно сказать несколько слов о расположении кристаллов в держателях № 5. Для этого обратимся к рис. 5 задачи № 47. Как видно из рисунка, главная плоскость кристалла проходит через метки, нанесенные на корпусе держателя, а ребро кристалла AA' (см. рис. 1 задачи № 49) находится напротив длинной вертикальной метки, идущей по цилиндрической поверхности кольца № 5. Перед выполнением упражнений 2—4 следует располагать держатели № 5 кристаллов 1 и 2 так, чтобы длинные вертикальные метки как бы переходили одна в другую и располагались напротив той метки на предметном столике микроскопа, которая находится слева от наблюдателя. При такой установке главные плоскости кристаллов 1 и 2 будут лежать в

одной вертикальной плоскости, а направления оптических осей кристаллов — параллельны. Такое расположение кристаллов является «исходным» при выполнении упражнений 2—4¹. Как было сказано выше, изменение ориентации кристаллов осуществляется путем поворота верхнего держателя (кристалла 2) при неподвижном нижнем, который при выполнении операции поворота удерживается от вращения большим и указательным пальцами левой руки через специальные вырезы в корпусе столика микроскопа. Направление вращения и угол поворота указываются в каждом упражнении.

Порядок выполнения упражнения

Напомним, что после выполнения упражнения 1 на столике микроскопа остался диск-диафрагма № 4 и один из держателей с кристаллом, который в дальнейшем будем называть кристаллом 1. Для выполнения упражнения соберите оптическую схему, представленную на рис. 3. Как видно из рисунка, для этого

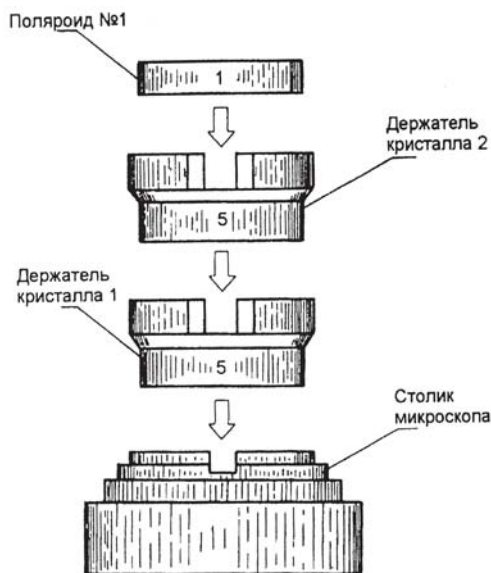


Рис. 3

на предметный столик микроскопа необходимо положить второй держатель с кристаллом, который назовем кристаллом 2. Та-

¹ Далее в тексте такое расположение кристаллов будем называть «исходным» даже тогда, когда речь будет идти об одном кристалле на столике.

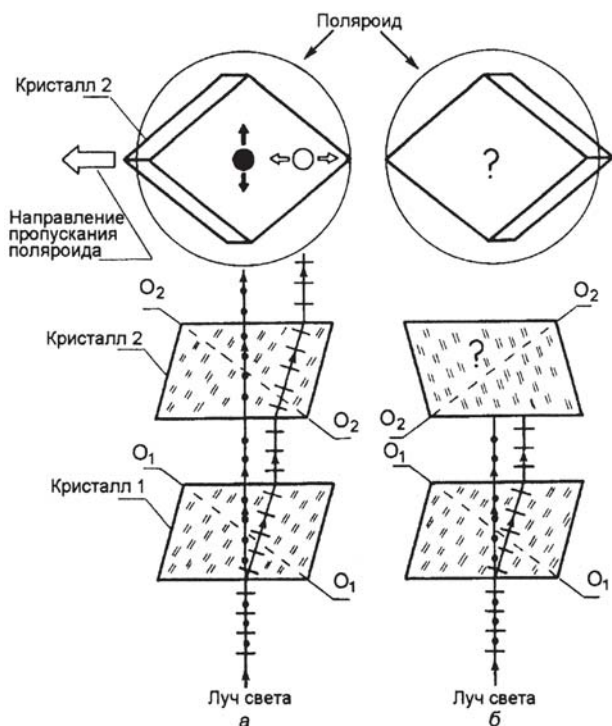


Рис. 4

кая схема используется и для выполнения упражнений 3 и 4. Поляриод № 1 устанавливается на держатель кристалла 2 в конце выполнения каждого упражнения. В промежутках между измерениями поляриод необходимо хранить в футляре.

1. Установите кристаллы 1 и 2 в «исходное» положение.

Взаимное расположение кристаллов и ход луча естественного света представлены на рис. 4а. Пунктирные линии O_1O_1 и O_2O_2 указывают направления оптических осей кристаллов. В верхней части рисунка представлен вид кристалла 2 при рассмотрении его в окуляр микроскопа через поляриод. При рассмотрении кристалла без поляриода в поле зрения окуляра отчетливо видны два луча.

Если четкости нет, добейтесь ее фокусировкой. Поле зрения окуляра на рисунке намного больше реального. Большое поле зрения позволяет дать на рисунке изображение всего кристалла 2, из которого видно, как он ориентирован в момент наблю-

дения. Кристалл 2 в держателе и на рисунке расположен так, что центр отверстия диафрагмы-диска № 4 и точка пересечения диагоналей верхней грани кристалла 2 располагаются на одной вертикальной прямой. Таким образом, если какой-либо луч при распространении через кристаллы 1 и 2 не испытывает отклонения, то точкой его выхода из кристалла 2 будет точка пересечения диагоналей верхней грани кристалла 2. Знание расположения этой точки значительно упрощает построение на рисунке изображений лучей, прошедших оба кристалла, и объяснение их движения при вращении кристаллов, так как очевидно, что луч, идущий через эту точку, при вращении кристаллов будет оставаться неподвижным. На самом деле наблюдатель видит в окуляр только часть поверхности верхней грани кристалла 2 с лучами света, прошедшими сквозь него.

Убедитесь в том, что наблюдаемые положения лучей соответствуют схеме их распространения через кристаллы, представленной в нижней части рис. 4а.

Для этого приведите во вращение оба кристалла одновременно так, чтобы их взаимное расположение не менялось. Это можно сделать, если вращать нижний держатель кристалла указательным и большим пальцами левой руки через вырезы в столике микроскопа. При медленном вращении, без рывков, относительное положение кристаллов не меняется. Как видно из рисунка, если схема распространения лучей света через кристаллы верна, то луч, изображенный в верхней части рисунка черным кружком, будет оставаться неподвижным, а луч, изображенный светлым кружком, будет совершать движение по кругу.

Снимите кристалл 2 со столика микроскопа и убедитесь в том, что расстояние между лучами уменьшилось.

Верните кристалл 2 на столик и установите в первоначальное положение (вертикальные метки на держателях кристаллов должны совпадать).

Вложите в держатель кристалла 2 кольцо с поляроидом № 1.

Убедитесь в том, что наблюдаемые вами лучи поляризованы в двух взаимноперпендикулярных направлениях.

Для этого одной рукой удерживайте от вращения держатель кристалла 2, а другой рукой через вырезы в верхней части держателя кристалла 2 начните вращать поляроид в удобном для вас направлении. Добейтесь полного исчезновения одного из лучей и запишите в тетрадь номер кольца поляроида и значение

угла в градусах, установившееся против метки на держателе кристалла 2 слева от вас. Продолжая вращать поляририд в том же направлении, добейтесь полного исчезновения второго луча и запишите в тетрадь новое значение угла. Убедитесь в том, что разность отсчетов углов составляет 90° . Подчеркните в тетради то значение угла, которое соответствует полному исчезновению неподвижного луча¹. Как видно из рис. 4а, этот угол определяет направление пропускания поляриоида.

Снимите поляририд с установки и поместите его в футляр. Дома, при оформлении отчета по выполненной части задания:

1) перерисуйте рис. 4а в тетрадь, располагая его в левой части листа;

2) объясните, почему расстояние между лучами уменьшается, когда со столика убирается кристалл 2;

3) объясните, почему лучи после прохождения кристаллов расположены в поле зрения окуляра так, как это изображено на рис. 4а. Дайте объяснение траектории их движения при одновременном вращении кристаллов;

4) объясните, почему лучи, прошедшие через кристаллы, поляризованы так, как это указано на рис. 4а.

2. Перед выполнением второй части упражнения, установите кристаллы в «исходное» положение. После этого, удерживая кристалл 1 от вращения, поверните кристалл 2 на 180° . На рис. 4б кристаллы изображены в новом положении.

Зарисуйте в тетради картину расположения лучей, видимую в окуляре².

Плавно вращая оба кристалла, определите траектории движения каждого луча и изобразите их пунктиром на рисунке в тетради.

Вложите поляририд № 1 в держатель кристалла 2 и определите направления поляризации каждого из лучей³. Результаты наблюдений в виде отсчетов по шкале и стрелок зафиксируйте в тетради напротив каждого из них.

Снимите поляририд с установки и поместите в футляр.

Дома при оформлении отчета:

1) перерисуйте в тетрадь рис. 4б рядом с рис. 4а;

¹ На рис. 4а невидимый луч изображен в виде черного кружка. Стрелки около кружков указывают направление поляризации лучей.

² Если случайно окажется, что толщина кристалла 1 равна толщине кристалла 2, то в окуляре будет виден один луч.

³ Направление пропускания поляриоида № 1 было определено в первой части упражнения 2.

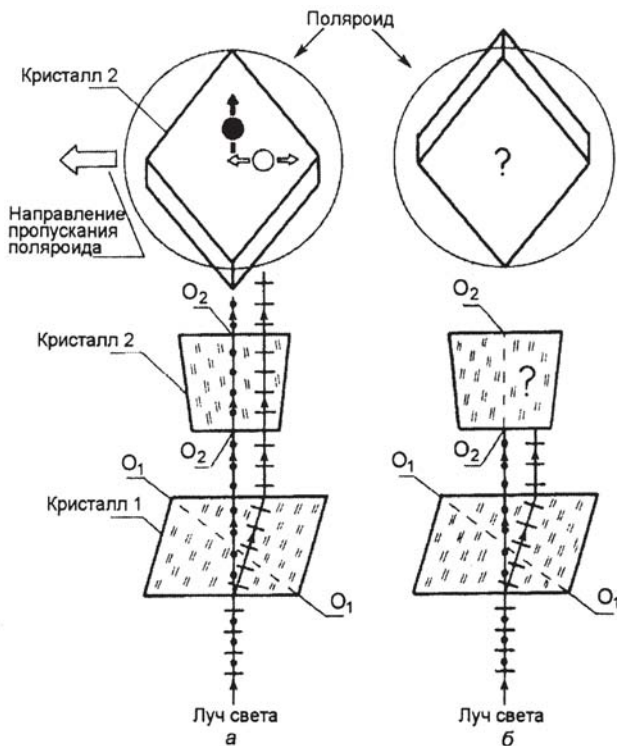


Рис. 5

2) перенесите в верхнюю часть рис. 4б зафиксированное в тетради расположение лучей;

3) укажите стрелками направления поляризации каждого луча;

4) укажите на рис. 4б в тетради ход лучей в кристалле 2 так, как это сделано на рис. 4а. Обратите внимание на соответствие построенного вами хода лучей картинке их расположения, видимой в окуляр;

5) объясните с помощью полученного рисунка движение лучей, наблюдаемое при вращении кристаллов, и их поляризацию.

Упражнение 3

Изучение распространения света через два кристалла, главные плоскости которых ориентированы перпендикулярно

1. Установите кристаллы в «исходное» положение, после чего, удерживая кристалл 1 от вращения, поверните кристалл 2 против часовой стрелки на угол 90° .

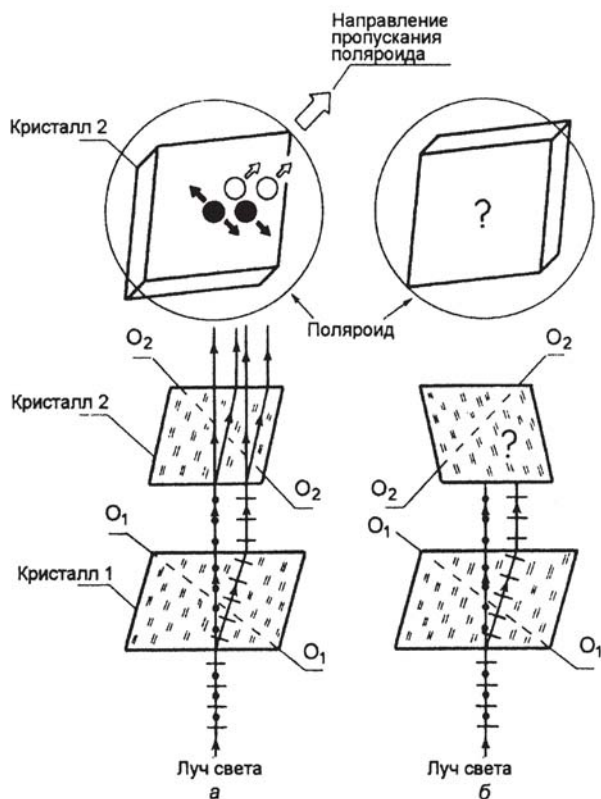


Рис. 6

Расположение кристаллов после поворота, схема распространения лучей и их поляризация изображены на рис. 5а.

Проведите наблюдения за расположением лучей в новом положении и их движением в поле зрения окуляра в случае одновременного вращения двух кристаллов. Зарисуйте в тетради картинку расположения лучей и траектории их движений.

Установите на держатель кристалла 2 полярироид № 1 и определите направления поляризации лучей, видимых в окуляр. Результаты наблюдений в виде отсчетов по шкале и стрелок зафиксируйте в тетради напротив каждого из лучей.

Снимите полярироид с установки и перенесите его в футляр.

Дома при оформлении отчета:

1) перерисуйте рис. 5а в тетрадь, располагая его в левой части листа;

2) объясните, почему лучи после прохождения кристаллов расположены в поле зрения окуляра так, как это изображено на рис. 5а. Дайте объяснение траектории их движения при одновременном вращении кристаллов;

3) объясните, почему лучи, прошедшие через кристаллы, поляризованы так, как это указано на рис. 5а.

2. Перед выполнением второй части упражнения, не нарушая взаимного расположения кристаллов, установите кристалл 1 в «исходное» положение. Затем, удерживая кристалл 1 от вращения, поверните кристалл 2 на 180° . На рис. 5б кристаллы изображены в новом положении.

Зарисуйте в тетради картинку расположения лучей, видимую в окуляр.

Плавно вращая оба кристалла, определите траектории движения каждого луча и изобразите их пунктиром на рисунке в тетради.

Вложите поляроид № 1 в держатель кристалла 2 и определите направления поляризации каждого из лучей. Результаты наблюдений в виде отсчетов по шкале и стрелок зафиксируйте в тетради напротив каждого из них.

Снимите поляроид с установки и поместите его в футляр.

Дома при оформлении отчета:

1) перерисуйте в тетрадь рис. 5б рядом с рис. 5а;

2) перенесите в верхнюю часть рис. 5б зафиксированное в тетради расположение лучей. Укажите стрелками направление поляризации каждого луча;

3) укажите на рис. 5б в тетради ход лучей в кристалле 2 так, как это сделано на рис. 5а. Обратите внимание на соответствие построенного вами хода лучей картинке их расположения, видимой в окуляр;

4) объясните с помощью полученного рисунка движение лучей, наблюдаемое при вращении кристаллов, и их поляризацию.

Упражнение 4

Изучение распространения света через два кристалла, главные плоскости которых ориентированы по отношению друг к другу под углом 45°

1. Установите кристаллы в «исходное» положение, после чего, удерживая кристалл 1 от вращения, поверните кристалл 2 против часовой стрелки на угол 45° .

Расположение кристаллов после поворота, схема распространения лучей и их поляризация изображены на рис. 6а.

Проведите наблюдения за расположением лучей в «исходном» состоянии и их движением в поле зрения окуляра в случае одновременного вращения двух кристаллов. Зарисуйте в тетради картинку расположения лучей и траектории их движений.

Установите на держатель кристалла 2 поляроид № 1 и определите направления поляризации лучей, видимых в окуляр. Результаты наблюдений в виде отсчетов по шкале и стрелок зафиксируйте в тетради напротив каждого из лучей.

Снимите поляроид с установки и перенесите его в футляр.
Дома при оформлении отчета:

1) перерисуйте рис. 6а в тетрадь, располагая его в левой части листа; объясните, почему лучи после прохождения кристаллов расположены в поле зрения окуляра так, как это изображено на рис. 6а. Дайте объяснение траектории их движения при одновременном вращении кристаллов;

2) объясните, почему лучи, прошедшие через кристаллы, поляризованы так, как это указано на рис. 6а.

2. Перед выполнением второй части упражнения, не нарушая взаимного расположения кристаллов, установите кристалл 1 в «исходное» положение. Затем, удерживая кристалл 1 от вращения, поверните кристалл 2 на 180° . На рис. 6б кристаллы изображены в новом положении.

Зарисуйте в тетради картинку расположения лучей, видимую в окуляр.

Плавно вращая оба кристалла, определите траектории движения каждого луча и изобразите их пунктиром на рисунке в тетради.

Вложите поляроид № 1 в держатель кристалла 2 и определите направление поляризации каждого из лучей. Результаты наблюдений в виде отсчетов по шкале и стрелок зафиксируйте напротив каждого из них.

Снимите с установки поляроид, оба кристалла, диафрагмодиск № 4 и поместите их в футляр.

Дома при оформлении отчета:

1) перерисуйте в тетрадь рис. 6б рядом с рис. 6а;

2) перенесите в верхнюю часть рис. 6б зафиксированное в тетради расположение лучей. Укажите стрелками направление поляризации каждого луча;

3) укажите на рис. 6б в тетради ход лучей в кристалле 2 так, как это сделано на рис. 6а. Обратите внимание на соответствие

построенного вами хода лучей картинке их расположения, видимой в окуляр;

4) объясните с помощью полученного рисунка движение лучей, наблюдаемое при вращении кристаллов, и их поляризацию.

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 4. Волны. Оптика. – 4-е изд., перераб. – М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 6. Поляризация света.

§ 6.1. Естественный и поляризованный свет.

§ 6.3. Поляризация при двойном лучепреломлении.

Задача № 50

ИЗУЧЕНИЕ ВРАЩЕНИЯ ПЛОСКОСТИ ПОЛЯРИЗАЦИИ СВЕТА

Цель задачи: ознакомление с явлением вращения плоскости поляризации света и измерение концентрации сахара в его водном растворе.

Приборы и принадлежности

Поляриметр или сахариметр; трубки с растворами сахара (или другого вещества) известной и неизвестной концентрации.

Принцип действия поляриметра. Поляриметр представляет собой поляризационный прибор, служащий для измерения углов вращения плоскости поляризации света различными веществами. Поляриметры, используемые для измерения концентрации растворов сахара и проградуированные в международных сахарных градусах, называют сахариметрами (если требуется перейти к обычным градусам, показания сахариметра умножают на 0,3462). В принципе измерение углов вращения плоскости поляризации можно было бы делать, помещая между двумя скрещенными поляризационными приспособлениями исследуемое вещество и измеряя угол, на который нужно повернуть анализатор, чтобы снова получить наибольшее затемнение. Однако разницу в затемнении трудно уловить на глаз даже при повороте в несколько градусов. Поэтому в поляриметрах используется полутеневой метод, позволяющий в ряде случаев довести точность измерений до нескольких секунд. Этот метод основан на том, что разницу в освещенности двух соприкасающихся частей поля зрения (контраст) глаз замечает гораздо точнее.

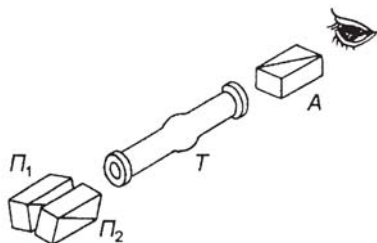


Рис. 1

В полутеневом поляриметре свет на две соприкасающиеся части поля зрения приходит от разных поляризаторов, у которых направления пропускания повернуты относительно друг

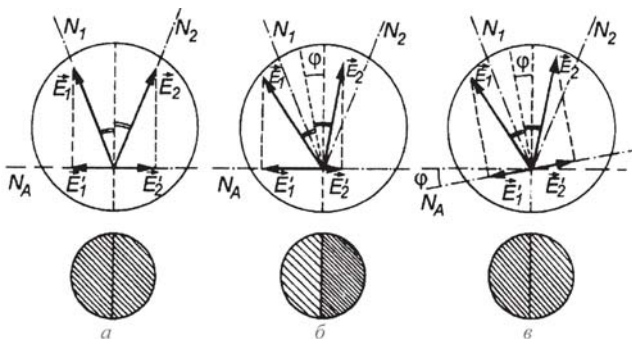


Рис. 2

друга на небольшой угол. Упрощенная схема полутеневого поляриметра показана на рис. 1.

На этом рисунке Π_1 и Π_2 — поляризаторы, T — трубка с веществом, вращающим плоскость поляризации, и A — анализатор. На рис. 2а показан случай, когда трубка с веществом, вращающим плоскость поляризации, отсутствует, а граница между частями поля зрения совпадает с биссектрисой угла между направлениями пропускания поляризаторов.

На рис. 2а N_1 , N_2 — направления пропускания поляризаторов; N_A — направление пропускания анализатора; E_1 и E_2 — амплитуды векторов напряженности света, прошедшего через поляризаторы; E_1' и E_2' — их проекции на направление пропускания анализатора. Как видно из рисунка, в этом случае $E_1' = E_2'$. Отсюда следует, что части поля зрения освещены одинаково.

Если на пути света поставить трубку с веществом, вращающим плоскость поляризации, то плоскости поляризации света, идущего от каждого поляризатора, и биссектриса угла между ними поворачиваются на один и тот же угол, E_1' и E_2' не равны друг другу, и освещенности частей поля зрения различны (рис. 2б). При повороте направления пропускания анализатора так, чтобы оно опять стало перпендикулярным биссектрисе, E_1' и E_2' снова становятся равными, а освещенности частей поля зрения — одинаковыми (рис. 2в). Угол поворота анализатора в этом случае и есть угол вращения плоскости поляризации при прохождении света через вещество, содержащееся в трубке. Для того чтобы части поля зрения имели резкую границу, боковые грани поляризационных призм шлифуются под нужным углом и склеивают друг с другом (на рис. 1 это не показано). Если в качестве поляризатора используется поляриод, то часть

поля зрения закрывают тонкой кварцевой пластинкой, которая поворачивает направление пропускания в проходящих через нее лучах света. В этом случае пластинку помещают так, что она закрывает середину поля зрения, которое делится не на две части, а на три.

Устройство приборов. Сахариметр СУ-2 и портативный поляриметр П-161 показаны на рис. 3 и 4.

Основными их частями являются поляризатор (1), труба (2) и головка анализатора (3). Эти части соединены друг с другом и закреплены в положении, удобном для работы при помощи подставок. В головке поляризатора содержится одно из описанных ранее поляризационных приспособлений, дающих поле зрения, состоящее из двух или трех частей, а также светофильтр (4), выделяющий желто-зеленые или оранжевые лучи. Для рассматривания поля зрения служит окуляр (5), который наводится на фокус вращением оправы. Головка анализатора может вращаться вокруг направления луча зрения. У сахариметра это вращение производится при помощи верньерного устройства (6), у портативного поляриметра — непосредственно рукой. Для измерения угла поворота в ту или иную сторону имеется шкала и нониусы, расположенные по обе стороны от нулевого штриха. Шкала и нониусы рассматриваются через окуляр (7). Фокусировка этого окуляра производится вращением его оправы. У сахариметра имеется осветитель (8) с находящейся внутри него лампочкой. Источником света для портативного поляриметра служит настольная лампа, свет от которой направляется в поляриметр при

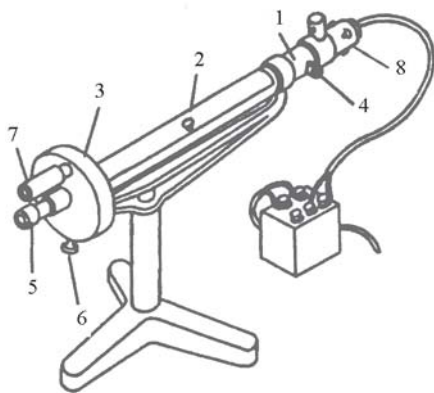


Рис. 3

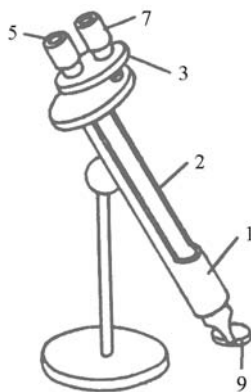


Рис. 4

помощи зеркальца (9). В трубу помещается трубка с исследуемым раствором (Т на рис. 1), снабженная по торцам прозрачными окошками. Длинной трубки считается расстояние между внутренними поверхностями стекол окошек. В утолщении по середине трубки собираются пузырьки воздуха, появляющиеся при заполнении ее раствором.

Порядок выполнения работы

Убедиться, что внутри прибора нет трубки с раствором. При работе с портативным поляриметром добиться вращением зеркальца наиболее яркого освещения поля зрения светом от настольной лампы. Включить осветитель сахариметра. Сфокусировать окуляр (5) так, чтобы граница между частями поля зрения была резкой. Если границы не видно при любом положении окуляра, то повернуть головку анализатора на некоторый угол и затем снова попробовать сфокусировать окуляр. Добиться резкого изображения шкалы и нониусов, фокусируя окуляр (7). Установить цену деления нониусов (напомним, что цену деления нониуса можно найти, разделив цену наименьшего деления основной шкалы на число делений нониуса).

1. Нахождение нулевого отсчета. Вращая головку анализатора, установить равенство освещенностей частей поля зрения. Если это равенство достигается при двух положениях головки, то правильным является то положение, при котором освещенность меньше. Сделать отсчет по нониусу. Отсчет при этом может несколько отличаться от нуля. Такую установку и отсчет следует проделать не менее пяти раз, каждый раз сбивая и снова добиваясь равенства освещенностей. Затем найти средний нулевой отсчет. Отсчет влево от нуля считается отрицательным. Если он близок не к нулю, а к 360° , то для получения нулевого отсчета из него нужно вычесть 360° . При этом получится отрицательный нулевой отсчет.

2. Нахождение удельного вращения раствора сахара. Поместить в трубу прибора трубку с раствором сахара, концентрация которого известна. При нарушении фокусировки поля зрения восстановить ее. Вращая головку анализатора, добиться равенства освещенностей частей поля зрения и произвести отсчет так же, как и при нахождении нулевого отсчета. Эти действия проделать не менее пяти раз и найти средний отсчет. Разность между этим средним отсчетом и средним нулевым отсчетом и будет углом вращения плоскости поляризации для раствора данной концентрации C в трубке данной длины l .

Как известно,

$$\varphi = [\alpha] Cl,$$

где $[\alpha]$ – удельное вращение раствора данного вещества в этом растворителе. Концентрация здесь выражена в граммах растворенного вещества на 1 см^3 раствора, на трубке же указана концентрация C' в граммах на 100 см^3 раствора, т.е. $C = C'/100$. Таким образом,

$$[\alpha] = \frac{100\varphi}{C'l}.$$

Здесь l , как это принято, выражено в дециметрах.

3. Нахождение неизвестной концентрации раствора сахара.

В трубу прибора поместить трубку длиной l_x с раствором сахара неизвестной концентрации C'_x и найти угол φ_x вращения плоскости поляризации так же, как и для раствора с известной концентрацией. Искомая концентрация рассчитывается по формуле

$$C'_x = \frac{100\varphi_x}{[\alpha]l_x},$$

где $[\alpha]$ – найденное ранее удельное вращение раствора сахара.

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 4. Волны. Оптика. – 4-е изд., перераб. – М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 6. Поляризация света.

§ 6.1. Естественный и поляризованный свет.

§ 6.8. Вращение плоскости поляризации.

Задача № 51

ДИСПЕРСИЯ ВРАЩЕНИЯ ПЛОСКОСТИ ПОЛЯРИЗАЦИИ

Цель задачи: изучение зависимости угла вращения плоскости поляризации от длины волны света и концентрации раствора.

Основные понятия и соотношения

Как известно, угол вращения φ плоскости поляризации пропорционален пути l , пройденному световой волной в оптически активном веществе:

$$\varphi = \alpha l, \quad (1)$$

где коэффициент пропорциональности α называется **постоянной вращения**. Постоянная вращения зависит от длины световой волны λ , т.е. вращательная способность обладает дисперсией. Согласно теории Френеля

$$\alpha \sim \frac{n_g - n_d}{\lambda}, \quad (2)$$

где n_g и n_d — показатели преломления для волн, поляризованных по левому и правому кругу, в свою очередь зависящие от длины волны. В итоге для многих оптически активных веществ, как показывает опыт,

$$\alpha \sim \frac{1}{\lambda^2}. \quad (3)$$

Для растворов оптически активных веществ в неактивном растворителе постоянная вращения пропорциональна концентрации C :

$$\alpha = [\alpha] C. \quad (4)$$

Таким образом, согласно выражениям (3) и (4), угол вращения φ плоскости поляризации растворами обратно пропорционален квадрату длины световой волны и прямо пропорционален концентрации.

Приборы и принадлежности: ртутная лампа ДРШ с блоком питания, монохроматор УМ-2, трубки с растворами сахара и портативный поляриметр П-161.

Схема установки для изучения вращения плоскости поляризации представлена на рис. 1.

В качестве источника излучения берется ртутная лампа ДРШ (1). Излучение лампы, пройдя конденсорную линзу (2), попадает на входную щель (3) монохроматора УМ-2.

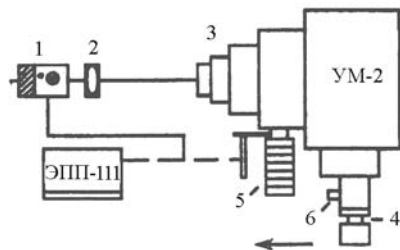


Рис. 1

Монохроматор представляет собой оптический призмный прибор, позволяющий выделять узкую часть спектра излучения. При ширине входной щели 0,3 мм монохроматор пропускает лишь те лучи, длины волн которых отличаются не более чем на 30 \AA . Изменение длины волны света, проходящего через выходную щель (4), осуществляется вращением барабана (5). Сразу за выходной щелью монохроматора находится небольшая поворотная призма, обеспечивающая вывод части излучения в направлении, показанном стрелкой на рис. 1. Это позволяет осуществлять дополнительный качественный контроль излучения, проходящего через выходную щель. Под выходной щелью находится регулировочный штифт. Вдвигая и выдвигая этот штифт, можно изменять интенсивность излучения, проходящего через выходную щель. Поворотом ручки затвора (6) можно прерывать выходной световой поток. После монохроматора излучение высокой степени монохроматичности попадает на портативный поляриметр П-161, принцип действия и устройство которого рассмотрены в описании задачи № 50.

Порядок выполнения работы

1. Включить электрический пульт блока питания лампы ЭПП-111 с помощью тумблера «Сеть», расположенного на его панели. При помощи пусковой кнопки на пульте питания включить ртутную лампу.

2. Взаимным перемещением по оптическому рельсу лампы и конденсорной линзы добиться равномерного освещения заслонки входной щели монохроматора. При этом центр светового пятна должен совпадать с центром заслонки, а его величина должна превосходить площадь заслонки.

3. Снять заслонку входной щели монохроматора. Ручку затвора повернуть в положение «Откр». С помощью микровинтов, расположенных под входной и выходной щелями монохромато-

ра, установить ширину входной щели 2,54 мм. Тумблерами «Шкала» и «Индекс», расположенными на станине монохроматора, включить освещение шкал монохроматора. Вращая барабан перестройки длин волн, проследить за изменением цвета светового пучка, выходящего из монохроматора.

4. Поставить поляриметр на расстояние примерно 3,5 см от выходной щели.

5. Убедившись, что в трубе поляриметра нет трубки с раствором, сфокусировать окуляр 5 (см. рис. 4 в задаче № 50) так, чтобы резко была видна граница раздела поля зрения на части. Если границы не видно при любом положении окуляра, следует повернуть головку окуляра на некоторый угол и сфокусировать окуляр снова. Добиться резкого изображения шкалы и нониусов, сфокусировать окуляр (7).

6. Вращая головку анализатора, установить равенство освещенностей частей поля зрения. На рис. 2 показаны правильная и неправильная установки на равенство освещенностей для поля зрения, разделенного на три части.

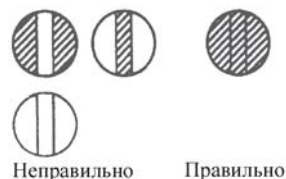


Рис. 2

7. Установив равенство освещенностей, сделать отсчет по нониусу (нулевой отсчет). При этом отсчет может несколько отличаться от нуля. Такую установку и отсчет нужно сделать пять раз, каждый раз сбивая и снова добиваясь равенства освещенностей. Результаты измерений занести в первую строчку табл. 1 и найти средний нулевой отсчет φ_0 . Отсчет влево от нуля против часовой стрелки считается отрицательным. Если при отсчете по левому нониусу результат получится близкий не к нулю, а к 360° , то для получения нулевого отсчета из этого результата нужно вычесть 360° , при этом получится отрицательный нулевой отсчет.

8. Установить с помощью монохроматора длину волны $\lambda_2 = 6600 \text{ \AA}$ (отсчет по барабану 2778). Поместить в трубу прибора трубку с раствором сахара концентрации $C_1 = 3\%$. Если при этом нарушилась фокусировка поля зрения, то восстановить ее. Вращая головку анализатора, добиться равной освещенности частей поля зрения точно так же, как и при нахождении нулевого отсчета. Установку на равную освещенность и отсчет углов проделать пять раз, занося результаты измерений во вторую строку табл. 1. Найти средний отсчет $\bar{\varphi}$. Разность между средним отсчетом $\bar{\varphi}$ и средним нулевым отсчетом φ_0 будет углом

вращения φ плоскости поляризации для раствора данной концентрации в трубке данной длины и для соответствующей длины волны.

Таблица 1

	Результаты пяти измерений угла	$\bar{\varphi}$	$\varphi = \bar{\varphi} - \varphi_0$
Нулевой отсчет φ_0			
$C_1=3\%$			
$C_2=5\%$			
$C_3=20\%$			

9. Повторить измерения пункта 8 для трубок с концентрациями сахара $C_2=5\%$ и $C_3=20\%$, заполняя остальные строки табл. 1.

10. С помощью монохроматора установить другую длину волны и все повторить сначала для $\lambda = 5852, 5770, 5461, 4916, 4370 \text{ \AA}$. Градуировочная кривая монохроматора, по которой можно установить, какое количество делений на барабане монохроматора соответствует данной длине волны, прилагается к прибору. Результаты измерений занести в таблицы, аналогичные табл. 1, указывая около каждой соответствующее ей значение длины волны.

Построить (на одном листе) три графика зависимости $\varphi(1/\lambda^2)$ для концентраций C_1, C_2 и C_3 . На другом листе построить график зависимости $\varphi(C)$ для какого-либо одного значения длины волны λ . Линейный ход графиков будет подтверждением зависимостей (3) и (4). Для удобства построения графиков рекомендуем ячейки со значениями угла φ свести в табл. 2.

Таблица 2

$\lambda, \text{ \AA}$	6600	5852	5770	5461	4916	4370
C_1						
C_2						
C_3						

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 4. Волны. Оптика. – 4-е изд., перераб. – М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 6. Поляризация света.

§ 6.1. Естественный и поляризованный свет.

§ 6.8. Вращение плоскости поляризации.

ТЕМА 6

СТРОЕНИЕ ВЕЩЕСТВА

РАЗДЕЛ 1

КВАНТОВАЯ ОПТИКА

Задача № 52

ИЗМЕРЕНИЕ ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУР С ПОМОЩЬЮ ОПТИЧЕСКОГО ПИРОМЕТРА С ИСЧЕЗАЮЩЕЙ НИТЬЮ

Цель задачи: измерение яркостной температуры вольфрамовой спирали лампы накаливания при разной величине подводимой к ней мощности и последующее определение истинной температуры спирали; определение приближенного вида зависимости суммарной испускательной способности вольфрама от его истинной температуры; наблюдение изменения оптического спектра твердого тела при изменении его температуры.

Основные понятия

Измерение высоких температур с достаточной степенью точности – важная проблема, с которой приходится сталкиваться в современной науке и технике. Решение ее невозможно с помощью обычных прямых методов измерения температуры. Действительно, все эти методы основаны на том, что какое-либо тело с хорошо изученными физическими свойствами приводится в непосредственный контакт с нагретым веществом, и о температуре вещества судят по изменению состояния этого тела, например по изменению объема жидкости в термометре. Однако при высоких и сверхвысоких температурах физические свойства всех известных нам тел существенно меняются – выбор тел, пригодных для прямого измерения температуры, становится невозможным. Кроме того, не каждый исследуемый высокотемпературный объект доступен для непосредственного измерения температуры. К таким объектам относятся, например, космические тела: Солнце, звезды.

Прямые методы измерения температуры в случае высоких температур приходится заменять косвенными, позволяющими определять температуру тела, не вступая в непосредственный

контакт с ним. Основой косвенных методов является возможность исследования излучения, испускаемого нагретым телом. Приборы, в которых для измерения температуры используется тепловое излучение, называются **оптическими пирометрами**. В настоящей работе применяется яркостный пирометр, или пирометр с исчезающей нитью.

Измерение температуры пирометром с исчезающей нитью производится путем сравнения в узком спектральном интервале яркостей свечения двух нагретых тел – эталонного и исследуемого. Спектральный интервал выделяется светофильтром (в данной задаче – пропускающим красный свет с длиной волны $\lambda = 6560$?

Е). Эталонным телом является нить лампы накаливания, находящейся в пирометре, а яркость свечения этой нити определяется силой тока, текущего по ней. Шкала прибора, определяющая силу тока в цепи эталонной лампы, градуируется непосредственно в градусах Цельсия путем сравнения с абсолютно черным телом. В том случае, когда пирометром измеряется температура не абсолютно черного тела, показания шкалы пирометра не соответствуют истинной температуре тела, а определяют так называемую яркостную температуру. Истинную температуру тела можно получить, внося соответствующую поправку, учитывающую коэффициент испускательной способности исследуемого тела в данном спектральном диапазоне (в данном случае – в красных лучах).

Описание установки

Установка состоит из оптического пирометра «Проминь», лампочки накаливания, спиральная нить которой служит исследуемым объектом, и электрической схемы, обслуживающей лампочку. Кроме того, для наблюдения спектра излучения имеется спектроскоп прямого зрения.

Пирометр (рис. 1) имеет окуляр (1), объектив (2) и красный светофильтр (3).

В фокальной плоскости окуляра располагается прямая нить накала эталонной лампы. Изображение раскаленной спирали исследуемой лампочки фокусируется с помощью объектива на плоскость, в которой находится нить эталонной лампы, что позволяет проводить достаточно точное визуальное сравнение их яркостей. Электрическая схема эталонной лампы находится внутри корпуса пирометра. Она состоит из блока питания (батареи из двух последовательно соединенных аккумуляторов), устройства стабилизации напряжения питания, реостата, позволяющего плавно изменять силу тока в цепи эталонной лампы и тем

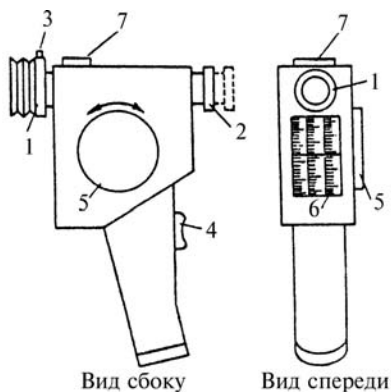


Рис. 1

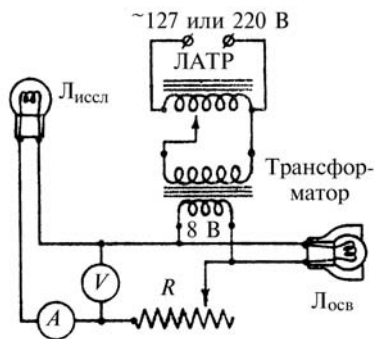


Рис. 2

самым температуру ее нити, и кнопки (4) включения эталонной лампы. Сопротивление реостата изменяется поворотом ручки (5) движка реостата. Ручка связана редуктором с вращающимся барабаном, на котором нанесены три шкалы (6) для измерения температур в трех диапазонах: I — от 800 до 1400°С, II — от 1200 до 2000°С и III — от 1800 до 5000°С. Изменение пределов измерения производится при помощи головки (7) переключателя диапазонов, которая имеет три фиксируемых положения. При повороте этой головки из положения I в положение II или III между исследуемым объектом и нитью эталонной лампы вводятся ослабляющие светофильтры, которые, уменьшая в известное число раз яркость изображения объекта по сравнению с яркостью эталонной лампы, позволяют их уравнивать, не увеличивая накала эталонной лампы выше допустимого предела. Когда головка (7) стоит в одном из положений I, II или III, отсчеты температур ведутся по шкалам с соответствующими номерами.

Спираль исследуемой лампы $L_{\text{иссл}}$ (рис. 2) получает питание от понижающего трансформатора, дающего на выходе 8 В, на первичную обмотку которого подается напряжение от сети через лабораторный автотрансформатор (ЛАТР). Сила тока, текущего через спираль, регулируется реостатом R с сопротивлением 10–20 Ом и измеряется амперметром A , включенным на предел измерения до 2,5 А. Параллельно лампе включен вольтметр V , который в комбинации с амперметром дает возможность вычислять мощность, выделяемую в спирали лампы электрическим током. От того же понижающего трансформатора, который питает исследуемую лампу, получает питание лампочка $L_{\text{осв}}$, освещающая шкалу спектрокопа.

В настоящей задаче спектроскоп применяется без дополнительных насадок на входную щель, в результате чего виден только один порядок спектра. Спектроскоп установлен на штативе с качающейся головкой, позволяющей легко наводить его на исследуемый объект. Головка закрепляется длинной гайкой с насечкой. Для освещения шкалы спектроскопа в короткий его тубус вставлена насадка с призмой полного внутреннего отражения, благодаря которой шкала освещается лампочкой, расположенной сбоку и не мешающей наводке спектроскопа на объект. С помощью спектроскопа наблюдается спектр теплового излучения спирали исследуемой лампы. При изменениях температуры тела изменяется распределение энергии по спектру его излучения. Самым простым способом качественного исследования этих изменений может служить наблюдение за положением видимой границы спектра со стороны коротких волн (фиолетовая граница спектра) при различных температурах, что и делается в данной задаче.

Подготовка к измерениям

Вводят красный светофильтр «3» (см. рис. 1) и нажимают кнопку (4) включения прибора. Наблюдая в окуляр нить эталонной лампы, вращением ручки (5) доводят нить до красного накала. Продольным перемещением окуляра (1) фокусируют нить, пока она не станет видна отчетливо. Затем кнопку включения отпускают.

Установив наибольшее сопротивление реостата R в цепи исследуемой лампы (см. рис. 2), включают в сеть ЛАТР. Постепенно уменьшают сопротивление реостата R , наблюдая одновременно в окуляр пирометра за спиралью исследуемой лампы. Когда она накалится до красного каления, продольным перемещением объектива пирометра фокусируют его на спираль, пока она не станет резко видна в окуляр. Снова включают кнопку пирометра и проверяют, совпадает ли эталонная нить с изображением спирали. Слегка меняя фокусировку объектива, можно ликвидировать несовпадение, если оно имеется.

Навести спектроскоп на спираль исследуемой лампы и, передвигая его по столу, а также пользуясь качающейся головкой, добиться яркого изображения спектра в поле зрения спектроскопа. Поставить осветительную лампочку так, чтобы свет от нее падал на окошко короткого тубуса спектроскопа. Передвигая осветительную лампочку и поворачивая тубус спектроскопа, добиться яркого и четкого изображения шкалы на фоне спектра.

Порядок измерений

Ставят головку (7) переключателя диапазонов измерения пирометра в положение I, которому соответствует левая шкала прибора.

Пользуясь реостатом R , устанавливают последовательно в цепи накала исследуемой лампы значения силы тока I , указанные в табл. 1.

Таблица 1

№ п/п	I	II	III	IV	V	VI	VII
I, A	1,2	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45	1,50

Устанавливать табличные значения силы тока нужно с точностью до 0,01 А, но отсчитывать на амперметре установленные значения — с максимальной, допускаемой амперметром точностью. Одновременно отсчитывают показания вольтметра V (с точностью до 0,05 В), соответствующие каждому установленному значению силы тока. Отсчет значений силы тока I и напряжения V нужно производить спустя 30–40 с после окончания перемещения движка реостата, когда режим вполне установится. Значения I и V записывают в соответствующие графы табл. 2.

Таблица 2

№ п/п	I, A	V, B	$W, Bт$	$t_{гр}, ^\circ C$	$t_{ин}, ^\circ C$	$T_{ин}, K$	$\lambda, мкм$
I, 1							
2							
3							
Среднее							
II, 1							
2							
3							
Среднее							
III, 1							
2							
3							

При каждом значении силы тока производят измерение яркостной температуры $t_{я}$ спирали исследуемой лампы по шкале пирометра. Для этого нажимают кнопку (4) и вращением ручки (5) изменяют яркость нити эталонной лампы до тех пор, пока она не исчезнет на фоне спирали. Уравнивание яркостей нитей обеих ламп производится следующим образом. Сначала поворотом ручки (5) добиваются того, чтобы нить эталонной лампы стала ярче спирали исследуемой лампы. Затем, вращая ручку в обратном направлении, добиваются того, чтобы спираль стала ярче нити. Продельывая

такие вращения ручки (5) туда и обратно со все уменьшающимися углами поворота, в конце концов приходят к такому среднему положению ручки, при котором яркости нити и спирали неотличимы. При этом положении ручки (5) отсчитывают по шкале пирометра значение температуры с точностью до 10° . Так как нить эталонной лампы обладает тепловой инерцией, то вращение ручки (5) не следует делать слишком резко для того, чтобы к моменту сравнения яркостей успевал установиться тепловой режим нити.

Для каждого значения силы тока в цепи исследуемой лампы измерения температуры проводятся не менее трех раз. Результаты измерений записывают в табл. 2 в столбец $t_{\text{я}}$. Когда в процессе измерения будет достигнута температура спирали исследуемой лампы, превышающая предел шкалы I, необходимо головку (7) переключателя диапазонов переставить в положение II и проводить отсчет по средней шкале пирометра.

После того как закончены трехкратные измерения температуры спирали исследуемой лампы при данном значении силы тока в ней, наблюдают в спектроскоп ее спектр и записывают в последний столбец табл. 2 длину волны λ , соответствующую коротковолновой (фиолетовой) границе спектра (шкала спектроскопа проградуирована в микрометрах).

ЗАМЕЧАНИЕ. Наблюдение спектра и заполнение последнего столбца табл. 2 можно делать и после того, как закончено измерение температуры спирали исследуемой лампы для всех значений силы тока, устанавливая те же значения силы тока заново.

Обработка результатов измерений

1. По формуле $W = IV$ вычисляя (с точностью до 0,1 Вт) мощность, потребляемую спиралью исследуемой лампы при каждом значении температуры спирали. Результаты расчета записывают в табл. 2.

2. Для получения истинной температуры $t_{\text{и}}$ спирали исследуемой лампы (в градусах Цельсия) к найденным на опыте значениям яркостной температуры $t_{\text{я}}$ прибавляют поправку Δt , найденную при помощи графика (рис. 3). При этом считают, что коэффициент ε_{λ} испускательной способности вольфрама в красных лучах (при длине волны света $\lambda = 6560 \text{ \AA}$) равен приблизительно 0,45. Значения $t_{\text{и}}$ заносят в табл. 2.

3. Переводят значения истинной температуры $t_{\text{и}}$ по шкале Цельсия в значения истинной температуры $T_{\text{и}}$ по шкале Кельвина и записывают полученные значения в табл. 2.

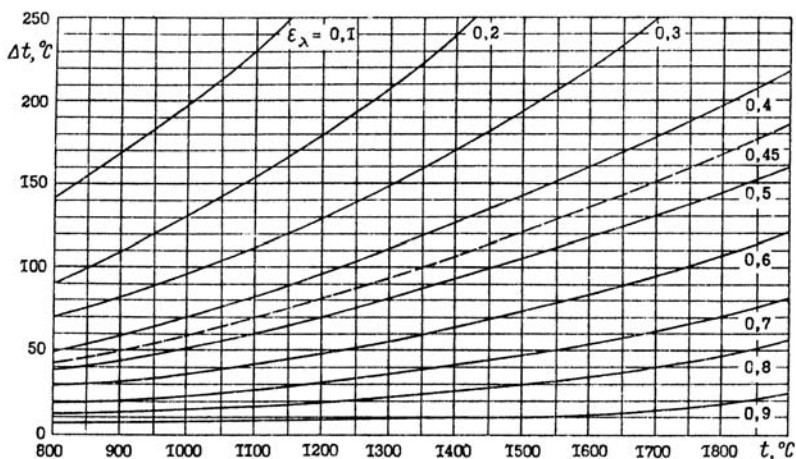


Рис. 3

4. Строят график зависимости мощности W , потребляемой спиральной лампы от истинной температуры $T_{и}$.

5. Строят график зависимости длины волны λ коротковолновой границы спектра лампы от истинной температуры $T_{и}$.

6. Находят приближенный вид зависимости суммарной испускательной способности вольфрама ϵ_T от его истинной температуры $T_{и}$. Это можно сделать, основываясь на следующих соображениях. Для суммарной испускательной способности абсолютно черного тела выполняется закон Стефана—Больцмана $\epsilon_T = \sigma T^4$. Для нечерного тела, каковым является вольфрамовая спираль исследуемой лампы, можно написать выражение, аналогичное закону Стефана—Больцмана:

$$\epsilon_T = \beta T^x. \quad (1)$$

Однако в этом случае β и x не являются постоянными, а имеют разные значения в разных интервалах температур, причем всегда выполняется соотношение $\beta T^x < \sigma T^4$.

Если считать, что при высоких температурах мощность, потребляемая спиралью лампы, практически вся расходуется на излучение, т.е. $W \approx \epsilon_T$, то

$$W = \beta T^x. \quad (2)$$

При логарифмировании обеих частей этого равенства получается

$$\log W = \log \beta + x \log T. \quad (3)$$

(Здесь безразлично, какие берутся логарифмы: десятичные или натуральные.)

Для определения величины x находят значения логарифмов средних значений величин W и $T_{и}$, полученных в результате измерений, и записывают их в табл. 3. Строят график зависимости $\log W$ от $\log T_{и}$. Значение величины x равно тангенсу угла наклона полученной линии к оси абсцисс.

Таблица 3

Вычисляют ошибки измерений и записывают ответ с учетом ошибок.

Литература

1. Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 5. Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика

№ п/п	I	II	III	IV	V	VI	VII
$\log W$							
$\log T_{и}$							

атомного ядра и элементарных частиц. — 4-е изд., перераб. — М.: Наука. Физматлит, 1998.

Часть 1. Квантовая оптика.

Глава 1. Тепловое излучение.

§ 1.1. Тепловое излучение и люминесценция.

§ 1.2. Закон Кирхгофа.

§ 1.3. Равновесная плотность энергии излучения.

§ 1.4. Закон Стефана—Больцмана и закон Вина.

2. Физический практикум. Электричество и оптика. — 2-е изд., перераб. / Под ред. Ивероновой В.И. — М.: Наука. Физматлит, 1968.

Задача № 53

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАБОТЫ ВЫХОДА ЭЛЕКТРОНОВ ПО ТЕРМОЭМИССИИ

Цель задачи: исследование вольт-амперной характеристики вакуумного диода и определение работы выхода электронов.

Основные понятия и соотношения

Электроны в металлах образуют две подсистемы: электроны ионных остовов, локализованные вблизи ионов, и электроны проводимости, передвигающиеся по всему металлу. Отдельные электроны проводимости в процессе движения могут вылетать из металла, удаляясь от поверхности на несколько межатомных расстояний, но при этом в месте вылета образуется избыточный положительный заряд, стремящийся вернуть электрон обратно. В результате металл представляет для электронов проводимости потенциальную яму, покинуть которую могут только электроны, обладающие энергией, достаточной для преодоления потенциального барьера на поверхности.

Наименьшая энергия, которую необходимо сообщить электрону для того, чтобы удалить его из твердого или жидкого тела в вакуум, называется **работой выхода**.

Далее будем говорить только об электронах в металлах. При комнатной температуре вследствие распределения электронов по энергиям всегда есть небольшое количество электронов, энергия которых достаточна для того, чтобы преодолеть потенциальный барьер и выйти из металла наружу. При повышении температуры их число резко возрастает. Испускание электронов нагретыми телами называется **термоэлектронной эмиссией**.

Работа выхода существенно зависит от состояния поверхности металла, в частности от ее чистоты.

В данной задаче определяется работа выхода электронов из катода вакуумного диода прямого накала.

Двухэлектродная лампа, называемая также **вакуумным диодом**, представляет собой хорошо откачанный металлический или стеклянный баллон, внутри которого имеются два электрода — катод **К** и анод **А**. Диод весьма удобен для изучения термоэлектронной эмиссии и измерения работы выхода. Электронную эмиссию в диоде получают с помощью нагревания катода. Это можно сделать двумя способами: 1) разогревая катод протекающим через него электрическим током (прямой накал); 2) разогревая катод с помощью косвенного накала, когда электричес-

кий ток протекает по проводнику, расположенному вблизи катода. В данной работе используется, как уже отмечалось, диод прямого накала.

Если на анод не подается никакое напряжение, то вылетевшие из катода электроны образуют вокруг него отрицательный пространственный заряд — электронное облако. Это облако отталкивает вылетающие из катода электроны и большую часть их возвращает обратно. Но небольшое число электронов все же долетает до анода, в результате чего в анодной цепи будет течь слабый электрический ток. Чтобы полностью прекратить попадание на анод электронов, необходимо приложить между катодом и анодом некоторое отрицательное напряжение. Если же к аноду приложить положительное напряжение, то с увеличением этого напряжения все большее количество электронов из электронного облака будет увлекаться электрическим полем к аноду. И наконец, при определенном значении анодного напряжения все вылетающие из катода электроны будут достигать анода — такой анодный ток называется **током насыщения** $I_{\text{нас}}$. Дальнейшее увеличение анодного напряжения не может увеличить силу анодного тока.

Изменить величину тока насыщения можно с помощью изменения температуры катода — повышение температуры катода приводит к возрастанию значения тока насыщения. Таким образом, именно ток насыщения характеризует термоэлектронную эмиссию.

При постоянном токе накала катода кривая зависимости силы анодного тока I_a от анодного напряжения U_a имеет вид, показанный на рис. 1.

Эта кривая называется **вольт-амперной характеристикой диода**. Кривые на рис. 1 соответствуют разным температурам катода.

Следует отметить, что на рисунке хорошо видна важная особенность вакуумного диода: закон Ома для него не выполняется.

Величина тока насыщения зависит от работы выхода A и описывается формулой Ричардсона—Дэшмана:

$$I_{\text{нас}} = a T^2 \exp[-A/(kT)],$$

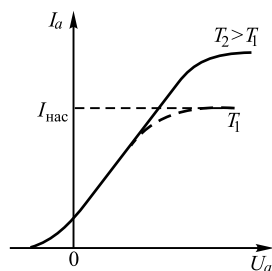


Рис. 1

где a – не зависящая от рода металла константа; k – постоянная Больцмана, $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.

Логарифмируя, получаем:

$$\ln(I_{\text{нас}}/T^2) = C - (1/T)A/k,$$

где C – некоторая константа.

Таким образом, зависимость $\ln(I_{\text{нас}}/T^2)$ от $(1/T)$ носит линейный характер (график – прямая линия), а угловой коэффициент этой прямой равен отношению работы выхода A к постоянной Больцмана.

Экспериментальная установка

Внешний вид экспериментальной установки показан на рис. 2.

Лицевая панель установки с пояснительными надписями продублирована на рис. 3.

На рис. 4 изображена принципиальная электрическая схема установки.

Видно, что в схеме имеются две цепи: тока накала катода и анодного тока. Изучаемый объект – вакуумный диод прямого накала 1Ц11П или 3Ц18П виден в окошке на верхней части панели.

Назначение элементов управления и подключения. Тумблер «100В/ –2В» – переключатель диапазонов анодного напряжения.



Рис. 2

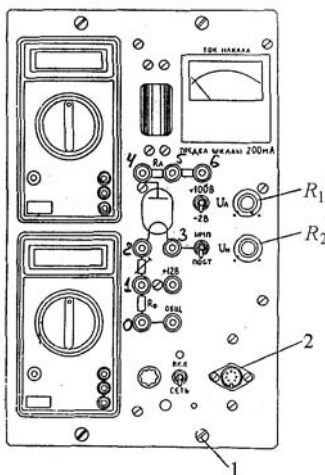


Рис. 3

При верхнем положении рукоятки тумблера это напряжение является ускоряющим и регулируется в пределах 0–100 В. Регулятор анодного напряжения – резистор « R_1 » (см. рис. 3). При нижнем положении рукоятки тумблера это напряжение является задерживающим и регулируется от 0 до –2 В.

Тумблер «ИМП/ПОСТ» – на три положения – переключатель режимов питания нити накала (катода прямого накала). При верхнем положении рукоятки тумблера напряжение накала – импульсное с частотой около 1 кГц, при нижнем положении – постоянное +12В, при среднем положении рукоятки тум-

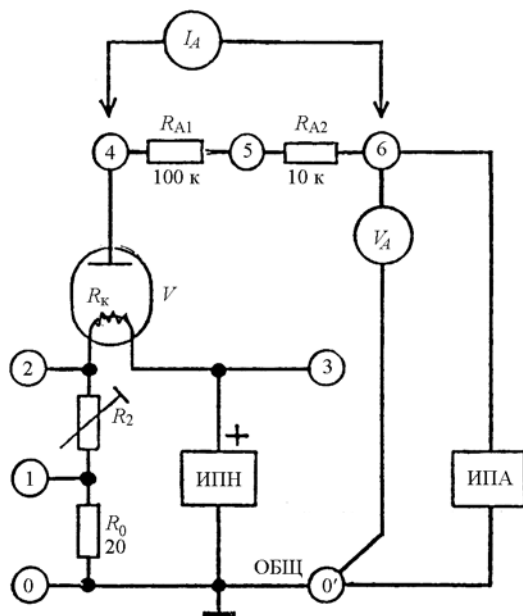


Рис. 4

блера питание накала отключено. Регулятор тока накала – резистор « R_2 », включенный последовательно в цепь катода и показанный на рис. 3 и 4.

Среднее значение тока накала измеряется стрелочным прибором с пределом шкалы 200 мА. Более точно ток накала определяется по падению напряжения U_{R_0} на эталонном резисторе $R_0 = 20$ Ом, включенном последовательно в цепь катода: $I_n = U_{R_0} / R_0$.

Гнезда «ОБЩ» и «+12В» предназначены для подключения к внешнему источнику постоянного или переменного напряжения 12–15 В (в данной работе не используется).

Через 5-контактный разъем (позиция 2 на рис. 3) прибор подключается к сетевому блоку питания.

Тумблер «ВКЛ/СЕТЬ» включает питание.

Экспериментальная часть

ВНИМАНИЕ! Любые переключения режима измерений, связанные с подсоединением или пересоединением проводов, производить при отключении мультиметра (переключатель режимов – в положении «off»).

1. Измерение сопротивления катода $R_{\text{ко}}$. Сопротивление катода $R_{\text{ко}}$ при комнатной температуре измеряют при токе накала $I_{\text{н}}$ не более 10 мА. Такой малый ток создают с помощью источника анодного напряжения «ИПА»: отключив источник питания накальный (ИПН) тумблером «ИМП/ПОСТ» (поставив его в среднее положение), подключают катод к «ИПА» через резистор $R_{\text{А2}}$ (соединяют проводником контакты 5 и 3), устанавливают аксиальное анодное напряжение и измеряют напряжения на резисторе R_0 (U_0) и на катоде (контакты 2 и 3) $U_{\text{к}}$. Например:

$$U_0 = 203 \text{ мВ}, U_{\text{к}} = 14,8 \text{ мВ}, T_0 = 296 \text{ К}, R_{\text{ко}} = R_0 U_0 / U_{\text{к}} = 1,46 \text{ Ом}$$

Проведя измерения $R_{\text{ко}}$, контакты 5 и 3 разъединяют.

Определив сопротивление катода при комнатной температуре $R_{\text{ко}}$ можно переходить к измерениям работы выхода, описанным ниже в пункте 3. Но при последовательном заполнении представленной там итоговой таблицы необходимо определить температуру катода. В пункте 2 показано, как это делается в данной работе.

2. Измерение температуры катода. В диапазоне температур 300–2500 К сопротивление катода линейно зависит от температуры:

$$R_{\text{к}} = \sigma(T - B),$$

где σ и B – константы. Для вольфрама, используемого для изготовления катода, $B = 114$ К. Однако нить накала покрыта оксидным слоем, и константа $B = 46,0$ К для лампы 1Ц11П.

Измерив сопротивление $R_{\text{ко}}$ при комнатной температуре T_0 и сопротивление $R_{\text{к}}$ при неизвестной температуре T , находим:

$$T = B + R_{\text{к}} \frac{T_0 - B}{R_{\text{ко}}}.$$

Для определения R_k измеряют напряжение U_o на резисторе $R_o = 20$ Ом (контакты 0–1 на рис. 4) и напряжение U_k на сопротивлении катода (контакты 2–3). Поскольку через R_o и R_k идет один и тот же ток $I = U_o/R_o = U_k/R_k$ сопротивление катода:

$$R_k = R_o U_k / U_o.$$

ВНИМАНИЕ! Постоянная температура катода устанавливается через 1–2 мин после подачи напряжения или его изменения.

3. Измерение работы выхода. Источник питания накала переводится тумблером в режим «ПОСТ». Анодное напряжение (тумблер в режиме «+100 В») устанавливается максимальным с помощью резистора « R_1 » (ручку резистора поворачивают вправо до упора). Анодный ток измеряется мультиметром (контакты 4 и 6, переключатель режимов мультиметра в положении «ДСА», т.е. измерение постоянного тока, диапазон измерений – до «200 мА». При таком включении в данной схеме сопротивление мультиметра более чем на два порядка меньше анодного сопротивления, поэтому практически весь анодный ток будет течь через мультиметр).

Регулируя ток накала резистором « R_2 » в пределах 90–110 мА, устанавливают различную температуру катода (рекомендуется пять значений температуры). Для каждой температуры катода измеряется анодный ток (при максимальном анодном напряжении в рекомендуемом диапазоне температур измеряемый ток является током насыщения или близок к нему).

Последовательно заполняется таблица.

№ п/п	$U_o, В$	$U_k, В$	$R_k, Ом$	$I_n, мА$	$T, К$	$I_{нас}, мкА$	$\ln(I_{нас}/T^2)$	$1/T$
1								
2								
3								
4								
5								

Каждое значение тока накала I_n устанавливается и измеряется следующим образом:

1) по шкале миллиамперметра устанавливается ток накала в рекомендуемом диапазоне 90–110 мА (в таблицу эти приближенные значения не записывают);

2) мультиметром измеряются значения напряжений U_k и U_o (как указано выше);

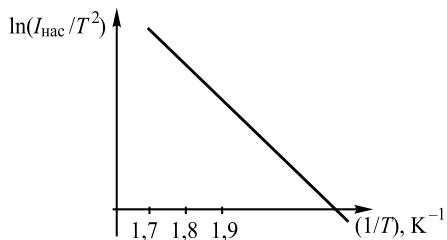


Рис. 5

3) измеряется температура катода. При этом можно использовать оба мультиметра: один для измерения напряжения на катоде (клеммы 2 и 3), другой для измерения напряжения на сопротивлении R_0 (клеммы 0 и 1). На мультиметрах для измерений используются две нижние клеммы (из трех): «com» и «V Ω mA»;

4) вычисляется значение сопротивления катода R_k ;

5) вычисляется значение тока накала $I_n = U_k/R_k$, которое и записывается в таблицу.

По данным таблицы строится график зависимости $\ln(I_{\text{нас}}/T^2)$ от $(1/T)$ (рис. 5).

На графике выделяется линейный участок и по его наклону определяют работу выхода. Нелинейная зависимость при больших токах связана с тем, что при заданном анодном напряжении анодный ток диода не выходит полностью на насыщение. Единицей работы в системе единиц СИ является Джоуль. Но чаще работа выхода измеряется в электрон-вольтах (эВ) — единица работы и энергии, равная работе, совершаемой силами поля при прохождении электроном разности потенциалов в один вольт: $1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$.

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 5. Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц. — 4-е изд., перераб. — М.: Наука. Физматлит, 1998.

Часть III. Физика твердого тела.

Глава 9. Контактные и термоэлектрические явления.

§ 9.1. Работа выхода.

§ 9.2. Термоэлектронная эмиссия. Электронные лампы.

Задача № 54

ИЗУЧЕНИЕ ВНЕШНЕГО ФОТОЭФФЕКТА

Цель задачи: изучение основных законов внешнего фотоэлектрического эффекта.

Основные понятия и соотношения

Действие света на вещество состоит в сообщении светом веществу энергии, приносимой световой электромагнитной волной. Эта энергия частично превращается в тепло, повышая температуру поглощающего свет тела, частично же переходит в другие виды энергии, вызывая тем самым ряд разнообразных явлений. Действие света на вещество может быть механическим — давление света на тело, химическим — возбуждение различных химических реакций (примером может служить фотосинтез в листьях растений). Оно может приводить к рассеянию света и люминесценции — свечению тела, продолжающемуся спустя некоторое время после облучения тела светом. Наконец, под действием света в веществе могут возникать фотоэлектрические явления, суть которых состоит в том, что входящие в состав вещества электроны, получив энергию от электромагнитной волны, каким-либо образом изменяют свое состояние.

Из всего многообразия фотоэлектрических явлений более подробно остановимся на фотоэлектрическом эффекте (фотоэффекте). Различают внешний и внутренний фотоэффекты. **Внешний фотоэффект** (фотоэлектронная эмиссия) представляет собой испускание с поверхности твердых или жидких тел электронов под действием световой волны. Обнаруживается и измеряется внешний фотоэффект по фототоку — току электронов, выходящих из облучаемого светом вещества в другую среду (обычно в вакуум).

Изучение внешнего фотоэффекта производится обычно при помощи прибора, принципиальная схема которого изображена на рис. 1.

В запаянном стеклянном сосуде, в котором создан высокий вакуум, находятся два электрода: катод (в этом случае называемый также фотокатодом) и анод. Между катодом и анодом создается разность потенциалов, величину которой можно изменять с помощью потенциометра и измерять вольтметром. Меняя подключение полюсов источника эдс, можно изменять полярность электродов. Свет падает на катод через кварцевое окно в сосуде. Вылетающие из катода электроны, попадая на анод, создают в цепи ток (этот ток часто называют фототоком). Сила тока $I_{\text{ф}}$ измеряется гальванометром.

Типичная зависимость силы тока I_{ϕ} от напряжения U при неизменной интенсивности падающего на катод света с данной длиной

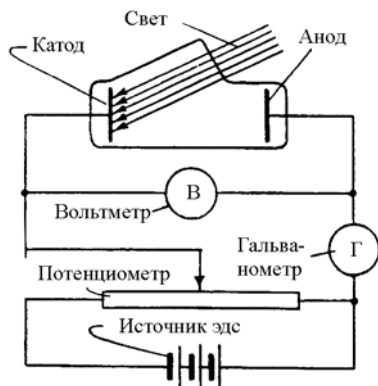


Рис. 1

волны – вольт-амперная характеристика – изображена на рис. 2.

При положительном потенциале анода и отрицательном – катода сила фототока растет от значения $I_{\phi 0}$ (при $U=0$) до некоторой постоянной величины $I_{\phi n}$ – тока насыщения. Наличие тока насы-

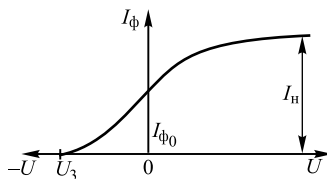


Рис. 2

щения объясняется тем, что под действием света электроны вылетают из катода по различным направлениям и при малых напряжениях между анодом и катодом не все электроны попадают на анод. При достаточно большом положительном напряжении на анод попадают все электроны, вылетающие из катода, поэтому дальнейшее увеличение напряжения U к росту тока не приводит. При создании между катодом и анодом тормозящего поля (на аноде отрицательный потенциал, а на катоде – положительный) сила фототока спадает до нуля, когда величина напряжения между катодом и анодом достигает некоторого значения U_3 , при котором задерживаются все электроны, вылетающие из катода. Величина U_3 определяется мак-

симальной скоростью $v_{\text{макс}}$, которую могут иметь электроны, покидая катод. Согласно закону сохранения энергии

$$eU_3 = mv_{\text{макс}}^2/2, \quad (1)$$

где e – заряд электрона; m – его масса.

При исследовании фотоэффекта в зависимости от характеристик света, падающего на катод, были установлены следующие закономерности (законы фотоэффекта):

1. Фотоэффект практически безынерционен: промежуток времени от начала освещения до момента возникновения тока определяется временем пролета электронов от катода к аноду (меньше 10^{-9} с).

2. Ток насыщения $I_{\text{н}}$ и, следовательно, число электронов, вылетающих из катода в единицу времени, пропорциональны интенсивности падающего на катод света (**закон Столетова**).

3. Величина задерживающего напряжения U_3 и, следовательно, максимальная кинетическая энергия покидающих катод электронов растут линейно при возрастании частоты ω падающего на катод света, но не зависят от интенсивности света.

4. Для каждого вещества существует так называемая **красная граница фотоэффекта** – минимальная частота $\omega_{\text{мин}}$ (или соответствующая ей длина волны $\lambda_{\text{макс}}$) такая, что свет меньшей частоты (или большей длины волны) вызвать фотоэффект не может.

Волновая теория света не объясняет законы фотоэффекта. С точки зрения волновой теории энергия, приобретаемая электроном при фотоэффекте, должна определяться интенсивностью света. Интенсивность же пропорциональна квадрату амплитуды световой волны и никак не связана с ее частотой. Поэтому волновая теория не может объяснить зависимость задерживающего напряжения от частоты и независимость его от интенсивности света. Чтобы покинуть поверхность какого-либо тела, электрон должен получить некоторое количество энергии, превышающее так называемую работу выхода $A_{\text{вых}}$. Можно подсчитать поток энергии, который приходится на один электрон поверхностного слоя тела, когда на это тело падает световая волна с минимальной интенсивностью, при которой фотоэффект наблюдается на опыте. Оказывается, что в этом случае волна может сообщить электрону энергию, равную $A_{\text{вых}}$, лишь за время порядка десятков минут. Следовательно, ток при фотоэффекте должен бы, вопреки опытным данным, достигать предельной величины не сразу после начала освещения, а с большим запаздыванием, завися-

щим от интенсивности света. Не находит объяснения также и существование красной границы фотоэффекта.

Объяснение всех законов фотоэффекта оказалось возможным лишь в рамках квантовой теории. Эйнштейн дополнил гипотезу Планка о том, что свет испускается квантами, предположив, что испущенный источником света квант распространяется со скоростью света как нечто целое и поглощается также целиком. Квант света получил название **фотон**. Его энергия

$$E = \hbar\omega, \quad (2)$$

где $\hbar = 1,0546 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка; ω – круговая частота электромагнитного излучения.

При поглощении кванта электрон может получить порцию энергии, равную $\hbar\omega$, – ни больше, ни меньше. Из закона сохранения энергии следует, что поглощенная электроном энергия расходуется на совершение работы выхода и на приобретение электроном кинетической энергии:

$$\hbar\omega = mv_{\text{макс}}^2/2 + A_{\text{вых}}. \quad (3)$$

Сюда входит максимальная кинетическая энергия вылетевших из поверхности катода электронов, поскольку свет может высвобождать электроны не только с самой поверхности, но и из более глубоких слоев катода. Последние могут растратить часть своей энергии на столкновение с частицами вещества при своем движении к поверхности. Уравнение (3) называется **уравнением Эйнштейна для фотоэффекта**.

С точки зрения квантовой теории легко объяснить все законы фотоэффекта. С помощью формулы (1) уравнению (3) можно придать вид

$$mv_{\text{макс}}^2/2 = eU_3 = \hbar\omega - A_{\text{вых}}, \quad (4)$$

т.е. величина задерживающего напряжения U_3 действительно является линейной функцией частоты света. Ясно также, что при $\hbar\omega < A_{\text{вых}}$ энергии кванта недостаточно для совершения работы выхода (кинетическая энергия не может быть отрицательной). Поэтому, если частота падающего света меньше величины $\omega_{\text{мин}} = A_{\text{вых}}/\hbar$, а длина волны его больше $\lambda_{\text{макс}} = 2\pi c/\omega_{\text{мин}}$, то фотоэффекта не возникает. Опыт хорошо подтверждает связь между работой выхода и красной границей фотоэффекта. Закон Столетова объясняется следующим образом. Согласно представлению о квантах интенсивность света равна $I = n_g \hbar\omega$, где n_g – число квантов, проходящих в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения света. Число же

вылетевших с поверхности катода электронов, определяющее силу тока насыщения, пропорционально числу падающих на катод квантов. Объясняется и безынерционность: как только появляются кванты с необходимой энергией, сразу же появляются и выбитые ими электроны.

Экспериментальная установка

Схема установки приведена на рис. 3.

В качестве источника излучения используется лампа накаливания (1), дающая непрерывный спектр излучения. Максимум испускательной способности лампы приходится на далекую инфракрасную область. В видимой части спектра (именно в этой части

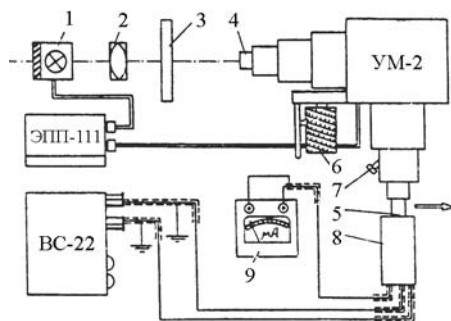


Рис. 3

спектра производятся измерения) излучаемая лампой энергия растет с увеличением длины волны. Свет от лампы, пройдя конденсорную линзу (2) и ослабляющий нейтральный (обеспечивающий одинаковое ослабление интенсивности света для всех длин волн) светофильтр (3) с регулируемым коэффициентом пропускания, попадает на входную щель (4) монохроматора УМ-2. Монохроматор представляет собой оптический призмный прибор, позволяющий выделять узкую часть спектра излучения. Если ширина выходной щели (5) монохроматора составляет 0,3 мм, то спектральный интервал выходящего через нее света не превышает 30 \AA . Изменение длины волны света, проходящего через выходную щель, осуществляется вращением барабана (6). За выходной щелью монохроматора находится небольшая поворотная призма, выводящая часть излучения в направлении, показанном на рис. 3 стрелкой. Это позволяет осуществлять визуально в процессе измерений контроль излучения, проходящего через выходную щель. Под выходной щелью находится регулировочный штифт. Вдвигая и выдвигая

его, можно изменять световой поток, выходящий из монохроматора. Поворотом ручки затвора (7) этот поток можно прервать.

Монохроматический пучок света, вышедший из монохроматора, падает на фотоэлектронный умножитель (8) типа ФЭУ-19М. ФЭУ имеет полупроводниковый сурьмяно-цезиевый (Cs_3Sb) фотокатод, нанесенный на торцевую поверхность колбы, и 12 электродов (динодов). В анодную цепь ФЭУ включен микроамперметр (9), регистрирующий величину фототока. Питание ФЭУ осуществляется от стабилизированного высоковольтного выпрямителя ВС-22, позволяющего изменять выходное напряжение в пределах 0–4 кВ. Включение лампы накаливания (1) и подсветка шкал монохроматора осуществляется с помощью электрического пульта питания ЭПП-111.

Порядок измерений

1. Включают пульт питания ЭПП-111 с помощью тумблера «СЕТЬ», находящегося на его передней панели. Включив тумблер пульта «ЛАМПА К-12», подают напряжение на лампу накаливания (1).

2. Перемещая по оптическому рельсу относительно друг друга лампу (1) и конденсорную линзу (2), добиваются равномерного освещения заслонки входной щели (4) монохроматора. При этом центр светового пятна должен совпадать с центром заслонки, а его площадь должна превосходить площадь заслонки.

3. Перед выходной щелью монохроматора помещают нейтральный ослабляющий светофильтр (3) с переменным коэффициентом пропускания. Устанавливают его на максимальное пропускание (правила работы со светофильтром приложены к установке).

4. Снимают заслонку с входной щели. Ручку затвора (7) поворачивают в положение «ОТКР». С помощью микровинтов, расположенных под входной и выходной щелями монохроматора, устанавливают ширину щелей 0,3 мм, после чего ширина щелей не меняется при всех последующих измерениях. Тумблерами «ШКАЛА» и «ИНДЕКС», расположенными на стенке монохроматора, включают освещение шкалы барабана (6) (если это требуется). Помещают на пути лучей, идущих из дополнительного выхода, лист белой бумаги. Вращая барабан, следят за изменением цвета светового пучка, выходящего из монохроматора. Соответствие между делениями шкалы барабана и длиной волны выходящего света устанавливают по прилагаемому к монохроматору графику. Закрывают затвор (7) монохроматора.

5. Включают выпрямитель тумблером «СЕТЬ», находящимся на его передней панели. При этом на панели загорается сигнальная лампочка, под которой стоит знак (+) (заземленный положительный полюс выхода выпрямителя). Подождав 5 мин, пока прогреется выпрямитель, и убедившись в том, что ручки потенциометров, регулирующих выходное напряжение, установлены на минимальное напряжение, включают тумблер «ВЫСОКОЕ НАПРЯЖЕНИЕ» на передней панели (при этом на панели загорается сигнальная лампочка). Переключатель «НАПР. ВЫХОДА» ставят в положение «ВКЛ».

6. Устанавливают выходное напряжение выпрямителя, равное 0,2 кВ. Открывают затвор.

7. Выбрав диапазон микроамперметра, на котором он дает заметные показания, приступают к измерениям.

Упражнение 1

Определение зависимости фототока от интенсивности излучения

1. Устанавливают вращением барабана (6) длину волны света, при которой значение фототока максимально.

2. Изменяя с помощью ослабляющего нейтрального светофильтра (3) интенсивность излучения, падающего на входную щель монохроматора, снимают зависимость силы фототока от интенсивности излучения. Соответствие между шкалой светофильтра и интенсивностью прошедшего через него излучения устанавливается по прилагаемому к установке графику. Интенсивность света, проходящего через светофильтр при максимальном коэффициенте пропускания, принята за единицу. Указанную зависимость следует снять для значений напряжения на аноде ФЭУ, равных 0,2 и 0,3 кВ (величины напряжений указаны на передней панели выпрямителя).

3. Строят график полученной зависимости силы фототока I_{ϕ} от интенсивности излучения.

Упражнение 2

Определение красной границы фотоэффекта и расчет работы выхода электрона

1. Устанавливают выходное напряжение выпрямителя, равное 0,2 кВ. Устанавливают нейтральный светофильтр на пропускание, соответствующее интенсивности $I_1 = I$. Изменяя в пределах от 4000 до 7200 Å длину волны света, выходящего из монохроматора, через каждые 200 Å измеряют при помощи микроампермет-

ра силу фототока. Зависимость силы фототока I_{ϕ} от длины волны λ снимают также при положениях нейтрального светофильтра, соответствующих интенсивностям $I_2 = 0,5$ и $I_3 = 0,25$ (от максимальной интенсивности).

2. Строят кривые зависимости I_{ϕ} от λ . Для каждой кривой устанавливают длину волны λ , лежащую на длинноволновом спаде кривой, для которой величина фототока составляет 5% от максимальной. Красная граница фотоэффекта $\lambda_{\text{макс}}$ определяется как средняя арифметическая величина от найденных значений λ_i .

3. По формуле $A_{\text{вых}} = 2\pi\hbar/\lambda_{\text{макс}}$ рассчитывают работу выхода электрона из материала покрытия фотокатода ФЭУ.

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 5. Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц. – 4-е изд., перераб. – М.: Наука. Физматлит, 1998.

Часть 1. Квантовая оптика.

Глава 2. Фотоны.

§ 2.2. Фотоэффект.

Часть 3. Физика твердого тела.

Глава 9. Контактные и термоэлектрические явления.

§ 9.1. Работа выхода.

ИЗУЧЕНИЕ ВНУТРЕННЕГО ФОТОЭФФЕКТА

Цель задачи: изучение внутреннего фотоэлектрического эффекта в полупроводниках.

Основные понятия и соотношения

Внутренним фотоэффектом называют перераспределение электронов между энергетическими уровнями твердого тела, происходящее под действием света, проникшего внутрь тела. Наблюдается внутренний фотоэффект только в диэлектриках и полупроводниках. В случае внутреннего фотоэффекта (в отличие от внешнего) электроны остаются внутри тела. При этом в веществе изменяются концентрация носителей заряда (электронов и дырок) и их подвижность, что приводит к изменению электрических свойств вещества. Внутренний фотоэффект обнаруживается по изменению проводимости тел (фотопроводимость), либо по возникновению электродвижущей силы (фото-эдс) и в тех местах, где имеются какие-либо неоднородности свойств вещества, например на границе между двумя разнородными телами (вентильный фотоэффект).

Внутренний фотоэффект в полупроводниках. Для объяснения внутреннего фотоэффекта помимо учета квантовых свойств излучения приходится привлекать также и квантовые свойства вещества. Основой для изучения квантовых свойств вещества является зонная теория.

Основные понятия зонной теории. Движение электронов в атомах и молекулах происходит в малых областях пространства, имеющих порядок 10^{-8} см. Квантовые свойства электронов в этом случае проявляются в наличии строго определенных значений, которые может принимать энергия электронов – уровней энергии. Напротив, энергия свободного электрона может принимать непрерывный ряд значений в области от нуля до бесконечности. При объединении атомов в кристалл электроны внутренних атомных оболочек, наиболее тесно связанные с ядром атома, движутся по-прежнему вблизи ядер. Их уровни энергии мало отличаются от уровней энергии соответствующих электронов в отдельных атомах. Электроны внешних оболочек (валентные электроны) удерживаются в атомах гораздо слабее и более или менее свободно перемещаются внутри всего кристалла от одного узла кристаллической решетки к другому, становясь, таким образом, общими для всего кристалла. Движение их осуществляется хотя и в ограниченных, но макроскопических преде-

лах пространства. Возможные значения энергии этих электронов образуют отдельные области – разрешенные зоны, состоящие из большого числа очень близко расположенных друг к другу уровней энергии. Разрешенные зоны разделены промежутками – запрещенными зонами, т.е. областями значений энергии, которые электроны в кристалле иметь не могут.

Ширина каждой из разрешенных зон, т.е. разность энергий верхнего и нижнего уровней зоны (или, как говорят, расстояние между ее «дном» и «потолком»), и взаимное расположение зон определяются свойствами кристаллической решетки (строением ее ячейки и, в конечном счете, химическими свойствами вещества). Разрешенные зоны имеют ширину порядка 1 эВ.

Между разрешенными зонами энергии в кристалле и уровнями энергии отдельных атомов, из которых образован кристалл, имеется связь – каждому уровню энергии атома в кристалле, состоящем из N атомов, соответствует зона, содержащая N уровней. Говорят, что при объединении атомов в кристалл зоны образуются путем расщепления соответствующих уровней энергии атомов. В кристалле макроскопических размеров содержится огромное число атомов (напомним, что в одном моле вещества число атомов равно числу Авогадро $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$), поэтому расстояние между соседними уровнями в зоне ничтожно мало. Например, при массе кристалла 1 мг число уровней в зоне имеет порядок 10^{19} , и расстояние между ними составляет около 10^{-19} эВ. Так как эта величина намного меньше энергии, которую может получить электрон при возбуждении каким-либо способом (от внешнего электрического поля, при поглощении кванта света или за счет теплового движения), то можно считать, что внутри зоны энергия электрона меняется непрерывно.

Для системы, состоящей из электронов, справедлив принцип Паули, согласно которому в системе не могут находиться электроны, имеющие одинаковые состояния. Состояния электрона с одинаковой энергией могут отличаться друг от друга противоположными направлениями спина (собственного момента импульса) электрона. В результате энергией, соответствующей определенному уровню зоны, могут обладать не более двух электронов. Таким образом, максимальное число электронов, энергия которых может лежать в пределах зоны (электронов, находящихся в данной зоне), если зона имеет N уровней, равно $2N$.

При температуре T , приближающейся к абсолютному нулю, общая энергия системы должна быть минимальной: электроны попарно заполняют низшие уровни зоны. Степень заполнения

электронами уровней зависит от заполнения электронами атомного уровня, расщеплением которого получается зона. Если этот уровень в атоме заполнен, то и зона заполнена целиком. Пустым уровням соответствуют свободные (незаполненные при $T=0$ К) зоны, частично заполненным уровням – заполненные не полностью зоны. Первая сверху зона, содержащая электроны при $T=0$ К, называется валентной.

По характеру заполнения валентной зоны электронами вещества делятся на два типа: металлы и неметаллы.

У металлов валентная зона либо заполнена не полностью (рис. 1а), либо при полностью заполненной валентной зоне валентная и свободная зоны перекрываются (рис. 1б), что бывает обычно в кристаллах, образованных щелочно-земельными и переходными элементами. Электроны, находящиеся на верхних заполненных уровнях энергии валентной зоны металла, под

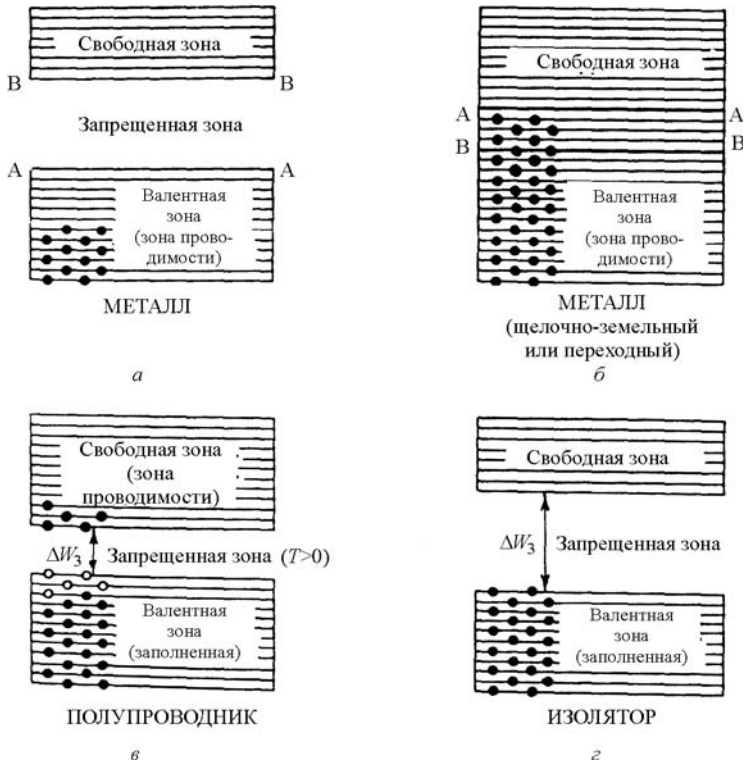


Рис. 1

действием электрического поля легко приобретают ускорение. Их энергия изменяется, они переходят на незаполненные уровни, что и приводит к возникновению упорядоченного движения зарядов в веществе, т.е. к появлению электрического тока. Валентная зона в этом случае называется также зоной проводимости. Металлы являются хорошими проводниками электричества при любой температуре.

Вещества, у которых между целиком заполненной валентной зоной и свободной зоной имеется запрещенная зона (энергетическая щель), называются неметаллами. Ввиду отсутствия при $T = 0$ К свободных уровней в валентной зоне электрическое поле при этой температуре не может вызывать перераспределения электронов по уровням энергии внутри зоны и создавать электрический ток. Напряженности электрического поля обычной величины недостаточно для того, чтобы сообщить электронам энергию, необходимую для перехода через запрещенную зону на свободные уровни лежащей выше зоны. Поэтому при абсолютном нуле все неметаллы являются изоляторами.

При $T \neq 0$ К некоторая доля электронов может попасть из валентной зоны в свободную за счет энергии теплового движения. Под воздействием электрического поля становится возможным перераспределение электронов по уровням как в свободной зоне, так и в валентной, ввиду появления в ней некоторого числа освободившихся уровней. В результате вещество становится электропроводным. Число электронов, перешедших в свободную зону вследствие теплового возбуждения, существенно зависит от отношения между шириной ΔW_3 запрещенной зоны и средней энергией теплового движения частиц вещества. Средняя энергия теплового движения при температуре T определяется величиной kT ($k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана). При температурах $T \approx 300$ К, с которыми чаще всего приходится иметь дело, $kT \approx 0,025$ эВ. Так как при хаотическом тепловом движении некоторая доля частиц может иметь энергии, значительно превышающие среднюю, то даже в том случае, когда ширина запрещенной зоны $\Delta W_3 \approx 1$ эВ, т.е. заметно превышает величину kT при $T \approx 300$ К, в свободную зону за счет теплового возбуждения переходит при этой температуре число электронов, достаточное для того, чтобы создать хотя и малую, но измеримую на опыте электропроводность вещества.

Принято считать, что вещества, у которых $\Delta W_3 \leq 1$ эВ, являются полупроводниками. Вещества же, у которых $\Delta W_3 > 1$ эВ, относят к изоляторам, или диэлектрикам (рис. 1в, г). Деление

на полупроводники и изоляторы условно, так как резкой границы между ними не существует. В некоторых случаях в качестве критерия, отделяющего полупроводники от изоляторов, берут не 1 эВ, а 2 эВ или даже 3 эВ.

Поглощение фотонов внутри вещества, ведущее к перераспределению электронов в веществе по энергетическим состояниям, сопровождается рядом явлений, из которых рассмотрим возникновение фотопроводимости и вентильный фотоэффект.

Фотопроводимостью называется увеличение электропроводности полупроводника (или диэлектрика) под действием электромагнитного излучения (света). Фотопроводимость вызывается главным образом увеличением концентрации носителей заряда при поглощении света. Возникает она при следующих процессах. Электрон валентной зоны может, поглотив фотон, получить энергию, достаточную для перехода в зону проводимости. Такие переходы ведут к возрастанию числа электронов в зоне проводимости и числа дырок в валентной зоне (**собственная фотопроводимость**). Если в примесном полупроводнике имеется достаточное число свободных акцепторных уровней, то электроны валентной зоны, получившие энергию при поглощении фотонов, могут перейти на эти уровни, образовав в валентной зоне дырки (**дырочная примесная фотопроводимость**). При наличии заполненных донорных уровней электроны, находящиеся на этих уровнях, поглотив фотоны, могут перейти в свободную зону (**электронная примесная фотопроводимость**). Во всех случаях переходы электронов возможны лишь при поглощении фотонов, имеющих энергию, которая превышает так называемую пороговую энергию активации. Для чистых полупроводников (и диэлектриков) энергия активации равна ширине Δw_g запрещенной зоны, для полупроводников *n*-типа она равна расстоянию Δw_n между донорными уровнями и дном свободной зоны, а для полупроводников *p*-типа — расстоянию Δw_p между потолком валентной зоны и акцепторными уровнями.

Фотопроводимость может вызываться также и фотонами с энергией ниже пороговой энергии активации. При поглощении таких фотонов электронами, находящимися в зоне, где имеются свободные уровни, в конечном счете происходит увеличение средней энергии электронов — электроны «разогреваются». С одной стороны, это ведет к увеличению проводимости из-за возрастания подвижности носителей заряда, а с другой стороны, способствует переходам электронов в свободную зону за счет дополнительного теплового возбуждения.

Вентильный фотоэффект наблюдается при поглощении света в области, где свойства вещества неоднородны. На практике для этого используется *p-n*-переход. При освещении области *p-n*-перехода фотоны, обладающие достаточной энергией, так же как и в случае фотопроводимости, поглощаются электронами и вызывают их переходы в свободную зону или на акцепторные уровни. Образовавшиеся при этом свободные электроны и дырки под действием электрического поля потенциального барьера *p-n*-перехода движутся в противоположных направлениях: электроны проникают в полупроводник *n*-типа, заряжая его отрицательно, а дырки – в полупроводник *p*-типа, заряжая его положительно. Возникающая при этом электродвижущая сила (фото-эдс) определяется величиной светового потока, падающего на *p-n*-переход. Ее можно измерить, присоединив вольтметр к точкам, лежащим по разные стороны *p-n*-перехода. Если *p-n*-переход замкнуть на микроамперметр, то он покажет наличие электрического тока, текущего все время, пока на *p-n*-переход падает свет. Для вентильного фотоэффекта, так же как и для фотопроводимости, существует пороговая энергия активации.

Экспериментальное исследование зависимости фотопроводимости и фото-эдс вентильного фотоэффекта от энергии фотонов (от частоты ω или длины волны λ падающего света) позволяет определить величину $\Delta w_{\text{опт}}$ энергии активации, при которой наблюдается оптимальное изменение фотопроводимости или возникновение оптимальной фото-эдс:

$$\Delta w_{\text{опт}} = h\omega = 2\pi ch/\lambda_0 = 1,24 \cdot 10^4/\lambda_0 \text{ эВ}, \quad (1)$$

где λ_0 – длина волны (в ангстремах), при которой наблюдается оптимальная фотопроводимость или оптимальная фото-эдс.

Пороговая энергия активации определяется по формуле

$$\Delta w_{\text{пор}} = 1,24 \cdot 10^4/\lambda_{\text{пор}} \text{ эВ}, \quad (2)$$

где $\lambda_{\text{пор}}$ – длина волны (в ангстремах), соответствующая фотонам с минимальной энергией, еще вызывающей фотоэффект.

Описание установки

Схема установки приведена на рис. 2. В качестве источника излучения используется лампа накаливания (1), дающая непрерывный спектр излучения.

Максимум испускательной способности лампы приходится на далекую инфракрасную область. В видимой части спектра (именно в этой части спектра производятся измерения) излучаемая лампой энергия растет с увеличением длины волны. Свет от лампы,

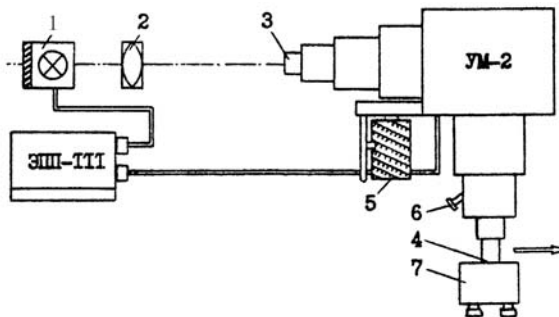


Рис. 2

пройдя конденсорную линзу (2), падает на входную щель (3) монохроматора УМ-2. Монохроматор представляет собой оптический призмный прибор, позволяющий выделить узкую часть спектра излучения. Если ширина выходной щели (4) монохроматора составляет 0,3 мм, то спектральный интервал выходящего через нее света не превышает 30 \AA . Изменение длины волны света, проходящего через выходную щель, осуществляется вращением барабана (5). Сразу за выходной щелью монохроматора находится небольшая поворотная призма, выводящая часть излучения в направлении, показанном на рис. 2 стрелкой. Это позволяет в процессе измерения осуществлять визуальный контроль излучения, проходящего через выходную щель. Под выходной щелью находится регулировочный штифт. Вдвигая и выдвигая его, можно изменять световой поток, выходящий из монохроматора. Поворотом ручки затвора (6) этот поток можно прервать.

Монохроматический пучок света, вышедший из монохроматора, падает на полупроводниковый приемник излучения (7). В качестве приемника в упражнении 1 используется фотосопротивление из селенида кадмия, в упражнении 2 – вентильный фотоэлемент. Приемники излучения находятся в кожухах, прикрепленных к оптическим рейтерам. Схема питания фотосопротивления приведена на рис. 3.

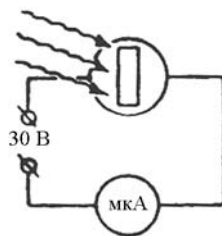


Рис. 3

Источником питания является батарея с напряжением 30 В. Для измерения тока, текущего через фотосопротивление, последовательно с ним в схему включается микроамперметр. Вентильный фотоэлемент непосредственно присоединяется к микроамперметру. Возникающая в нем под действием падающего на него света фото-эдс приводит к появлению тока.

Порядок измерений

1. Включают пульт питания ЭПП-111 с помощью тумблера «СЕТЬ», находящегося на его передней панели. Включив тумблер пульта «ЛАМПА К-12», подают напряжение на лампу накаливания (1).

2. Перемещая по оптическому рельсу относительно друг друга лампу (1) и конденсорную линзу (2), добиваются равномерного освещения заслонки входной щели (3) монохроматора. При этом центр светового пятна должен совпадать с центром заслонки, а его площадь должна превосходить площадь заслонки.

3. Снимают заслонку с входной щели монохроматора. Ручку затвора (6) поворачивают в положение «ОТКР». С помощью микровинтов, расположенных под входной и выходной щелями, устанавливают ширину щелей 0,5–0,6 мм. Тумблерами «ШКАЛА» и «ИНДЕКС», расположенными на стенке монохроматора, включают освещение шкалы барабана (5) (если это требуется). Помещают на пути лучей, идущих из дополнительного вывода, лист белой бумаги. Вращая барабан, следят за изменением цвета светового пучка, выходящего из монохроматора. Соответствие между делениями шкалы барабана и длиной волны выходящего света устанавливают по прилагаемому к монохроматору графику. Закрывают затвор монохроматора.

Упражнение 1

Определение оптимальной энергии активации полупроводникового фотосопротивления

1. Устанавливают полупроводниковое фотосопротивление сразу за выходной щелью монохроматора вплотную к ней.

2. В соответствии с рис. 3 собирают схему питания фотосопротивления. Для этого подключают к соответствующим клеммам панели, находящейся на лабораторном столе, фотосопротивление, микроамперметр и источник тока. Вращая ручку расположенного на панели переменного сопротивления, устанавливают стрелку микроамперметра на нулевое деление. Открывают затвор монохроматора.

3. Изменяя в пределах 4000–10 000 Å длину волны λ света, выходящего из монохроматора, через каждые 250 Å измеряют с помощью микроамперметра силу тока I_{ϕ} проходящего через фотосопротивление. В области максимальных значений тока отсчеты производят через 100 Å.

4. Повторяют измерения, устанавливая ширину выходной щели монохроматора вдвое и втрое меньше.

5. Закрывают затвор монохроматора. Разбирают схему питания фотосопротивления. Убирают фотосопротивление от выходной щели монохроматора.

6. Строят графики зависимости $I_{\text{ф}}$ от λ для каждой ширины щели. На кривых находят значения длины волны $\lambda_{\text{г}}$, при которых сила тока максимальна. Длина волны $\lambda_{\text{опт}}$, которую имеют фотоны, обладающие оптимальной энергией активации фотосопротивления, определяется как средняя арифметическая величина от найденных значений $\lambda_{\text{г}}$.

7. По формуле (1) вычисляют оптимальную энергию активации фотосопротивления.

Упражнение 2

Определение оптимальной и пороговой энергии активации полупроводника с вентильным фотоэффектом

1. Устанавливают у выходной щели монохроматора вплотную к ней вентильный фотоэлемент. Соединяют его последовательно с микроамперметром (рис. 4). Открывают затвор монохроматора.

2. Снимают зависимость силы фототока $I_{\text{ф}}$ от длины волны λ в области длин волн от 4000 до 8000 Å согласно методике, описанной в упражнении 1. Измерения проводят для ширины выходной щели монохроматора 0,6; 0,3 и 0,2 мм. По окончании измерений закрывают затвор монохроматора и разбирают схему включения фотоэлемента.

3. Строят кривые зависимости $I_{\text{ф}}$ от λ при различной ширине щели монохроматора. На кривых находят значения длины волны $\lambda_{\text{к}}$, при которых сила фототока максимальна, и значения длины волны $\lambda_{\text{г}}$, лежащие на длинноволновых спадах кривых, такие, что соответствующая им величина силы фототока составляет 10% максимальных значений. Длины волн $\lambda_{\text{опт}}$ и $\lambda_{\text{пор}}$, соответствующие оптимальному и пороговому значениям энергии активации полупроводника, находятся как средние арифметические величины от найденных значений $\lambda_{\text{к}}$ и $\lambda_{\text{г}}$ для трех измерений.

4. По формулам (1) и (2) рассчитывают оптимальную $\Delta w_{\text{опт}}$ и пороговую $\Delta w_{\text{пор}}$ энергии активации вещества фотоэлемента.

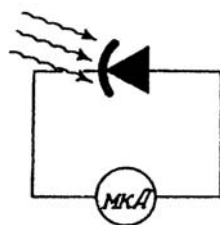


Рис. 4

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 5. Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц. — 4-е изд., перераб. — М.: Наука. Физматлит, 1998.

Часть I. Квантовая оптика.

Глава 2. Фотоны.

§ 2.2. Фотоэффект.

Часть III. Физика твердого тела.

Глава 9. Контактные и термоэлектрические явления.

§ 9.1. Работа выхода.

§ 9.5. Полупроводниковые диоды и триоды.

§ 9.6. Внутренний фотоэффект.

РАЗДЕЛ 2

АТОМНАЯ ФИЗИКА

Задача № 56

ИЗУЧЕНИЕ СПЕКТРА АТОМАРНОГО ВОДОРОДА И КАЧЕСТВЕННЫЙ СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

Цель задачи: изучение спектра атомарного водорода и проведение качественного спектрального анализа.

Основные понятия и соотношения

Атомарный спектр легчайшего химического элемента водорода является наиболее простым. Изучая видимую часть этого спектра, Бальмер установил наличие определенной закономерности, связывающей между собой длины волн спектральных линий:

$$\lambda = \lambda_0 n^2 / n^2 - 4, \quad (1)$$

где $\lambda_0 = 3645,98 \text{ \AA}$; n — последовательность целых чисел 3, 4, 5, 6...

Для частоты ν спектральных линий формула Бальмера имеет вид

$$\nu = c/\lambda = c/\lambda_0(n^2 - 4)/n^2 = 4c/\lambda_0\{1/2^2 - 1/n^2\}, \quad (2)$$

где c — скорость света.

В спектроскопии обычно вместо частоты ν используют величину $N = \nu/c = 1/\lambda$, называемую волновым числом. Это число показывает, сколько длин волн укладывается в 1 см. Вводя в формулу (2) вместо ν его выражение через N , получаем

$$N = \nu/c = 4/\lambda_0\{1/2^2 - 1/n^2\} = R\{1/2^2 - 1/n^2\}, \quad (3)$$

где $R = 109709,8 \text{ см}^{-1}$ — так называемая постоянная Ридберга.

Линии в спектре водорода, описываемые формулами (1)–(3), составляют спектральную серию Бальмера. В видимой части спектра лежат только четыре линии этой серии (именно для них Бальмер и нашел свою формулу).

В настоящее время обнаружено 29 линий серии Бальмера, 25 из которых лежат в близкой ультрафиолетовой области спектра. По мере уменьшения длины волны (увеличения числа n в формуле (1)) линии серии лежат все теснее и при $n \rightarrow \infty$ сходятся к граничной длине волны λ_0 .

В табл. 1 указаны значения n и длины волн для некоторых линий серии Бальмера, вычисленные по формуле (1) и найденные на

опыте. Таблица демонстрирует блестящее совпадение вычисленных значений с экспериментальными. Это заставляет предполагать, что формула Бальмера является не просто удачной подгонкой к опытным данным, но содержит в себе важную физическую закономерность.

Таблица 1

n	Длина волны (Å)	
	Вычисленная	Измеренная
3	6562,77	6562,80
4	4861,31	4861,33
5	4340,45	4340,47
6	4101,73	4101,74
10	3797,90	3797,92
14	3721,94	3721,91
18	3691,56	3691,56
22	3676,36	3676,40
26	3667,68	3667,75
30	3662,26	3662,21

Позже были найдены и другие спектральные линии в спектре атомарного водорода. При анализе экспериментальных результатов было выяснено, что волновые числа, соответствующие всем линиям в спектре водорода, могут быть с большой точностью вычислены по общей формуле Ридберга

$$N = R\{1/m^2 - 1/n^2\}, \quad (4)$$

где m и n – целые числа, причем $n > m$.

Если фиксировать значение m и придавать n значения последовательных целых чисел, то формула Ридберга дает волновые числа линий, принадлежащих серии с номером m . Величина $N_{\text{пред}} = R/m^2$, которая получается из формулы Ридберга при $n \rightarrow \infty$, является пределом для волновых чисел данной серии.

При $m = 1$ и $n = 2, 3, 4, \dots$ из формулы Ридберга получаются волновые числа для серии Лаймана, лежащей в близкой ультрафиолетовой области; при $m = 2$ и $n = 3, 4, 5, \dots$ – формула (3), описывающая серию Бальмера. Значения $m = 3, 4, 5$ приводят соответственно к сериям Пашена, Брекета и Пфунда, лежащим в инфракрасной области спектра.

Используя соотношение $\nu = cN$, связывающее волновое число N с частотой ν , из формулы (4) получают

$$\nu = cR/m^2 - cR/n^2 = T(m) - T(n). \quad (5)$$

Таким образом, оказывается, что частоты всех линий в спектре, испускаемом атомами водорода, могут быть представлены в виде

разности двух значений функции $T(k) = cR/k^2$ при $k = m$ и $k = n$. Все возможные значения этой функции, которые она получает при подстановке в нее целых чисел $k = 1, 2, 3, \dots$, называются **спектральными термами**. Выяснение физической природы термов, определяющих возможный набор частот электромагнитных волн, испускаемых атомами, требует привлечения представлений о строении атомов.

Описание установки (1-й вариант)

Установка состоит из источников света – неоновой и водородной ламп, размещенных внутри кожуха, гониометра ГС-5 или ГС-30 и призмы. Для качественного спектрального анализа используются гониометр ГС-30, расположенный на отдельном столе, газовая горелка, растворы солей и асбестовые фитили.

Устройство гониометров. Гониометры ГС-5 и ГС-30 имеют одинаковое принципиальное устройство, аналогичное расположение главных узлов, но отличаются точностью измерений и способом отсчета углов.

Общий вид гониометра изображен на рис. 1. Здесь К – коллиматор, Т – зрительная труба, С – столик, на котором помещается призма, закрытая кожухом (кожух и призма не показаны). В поле зрения окуляра – О трубы виден крест нитей, служащий для наводки трубы на линии спектра. Вращением оправы окуляра можно добиться четкого изображения креста. Подсветка креста производится лампочкой – Л. Грубая наводка трубы осуществляется вручную при освобожденном винте (1). Для точной наводки трубы следует вращать винт (2) при затянутом винте (1). Установка трубы на бесконечность производится враще-

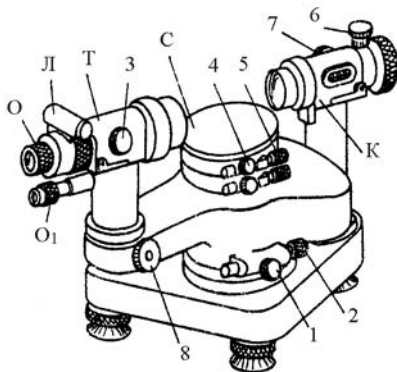


Рис. 1

нием винта (3). Для этого нуль нониуса шкалы, расположенной на левой стороне трубы, совмещают с отметкой ∞ . Столик можно поворачивать вокруг вертикальной оси вручную при освобожденном винте (4). Для плавного поворота столика вращают винт (5) при затянутом винте (4). На обращенном к источнику света конце трубы коллиматора имеется щель, ширину которой можно изменять при помощи винта (6). Положение щели по отношению к объективу коллиматора можно менять вращением винта (7). У гониометра ГС-5 имеется маховик (8) механизма отсчета углов.

Отсчет углов. Положение линии в спектре определяется углом, который составляет направление вышедших из призмы лучей, соответствующих этой линии, с некоторым фиксированным направлением. Этот угол отсчитывается по шкалам, видимым в окуляр O_1 с точностью до $1''$ в случае гониометра ГС-5 и до $30''$ в случае гониометра ГС-30. Отсчет осуществляется следующим образом. С помощью выключателя, расположенного слева на станине прибора, включают лампочку подсветки шкал (одновременно включается лампочка подсветки креста нитей). Вращением оправы окуляра O_1 добиваются четкого изображения шкал в поле зрения окуляра. Смотря в окуляр O зрительной трубы, устанавливают ее (грубо – вручную, точно – вращением винта (2)) так, чтобы вертикальная нить креста совпала с наблюдаемой линией. Далее отсчет по шкалам гониометров ГС-5 и ГС-30 производится различными способами.

Гониометр ГС-5. Смотря в окуляр O_1 , вращают маховик (8) в ту или иную сторону до точного совмещения двойных штрихов верхней и нижней шкал левого окна (рис. 2).

Число градусов определяется числом, стоящим на верхней шкале слева от неподвижного одиночного штриха (73 на рис. 2). На нижней шкале находят число, отличающееся от этого числа на 180° (253 на рис. 2) и смотрят, сколько интервалов располагается между двойными штрихами, соответствующими этим числам (5 интервалов на рис. 2). Это число интервалов дает число десятков минут. Число единиц минут определяется по шкале правого окна: оно равно числу в левом ряду, стоящему выше неподвижной горизонтальной черты (2 на рис. 2). Число секунд равно сумме числа, находящегося в правом

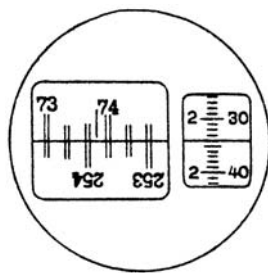


Рис. 2

ряду этой шкалы выше горизонтальной черты, и числа делений, заключенных между этим числом и горизонтальной чертой (34 на рис. 2). Таким образом, случаю, изображенному на рис. 2, соответствует отсчет $73^{\circ}52'34''$.

Гониометр ГС-30. В поле зрения окуляра O_1 видна неподвижная минутная шкала, помеченная числами от 0 до 60, и отдельные длинные штрихи градусной шкалы, перемещающиеся при вращении трубы (рис. 3).

Число градусов определяется числом, расположенным под тем штрихом, который находится на фоне минутной шкалы (234 на

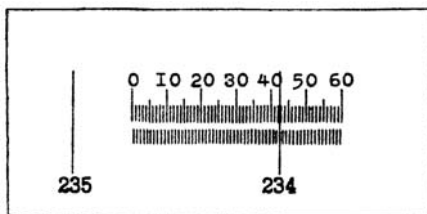


Рис. 3

рис. 3). Число минут определяется делением минутной шкалы, на котором стоит градусный штрих. Для удобства пользования минутной шкалой штрихи, соответствующие половинам минут, размещены в нижнем ряду шкалы (на рис. 3 отсчет минут соответствует $42'30''$).

Порядок измерений

Источником света при настройке прибора и измерениях упражнения 1 служит неоновая лампа. (**ВНИМАНИЕ!** Лампы зажигает лаборант.)

1. Включают подсветку креста нитей в поле зрения трубы и отсчетных шкал. Устанавливают трубу на бесконечность.

2. Освободив винт (4), вращают столик с призмой вручную до тех пор, пока кожух не станет обращен к объективу коллиматора своим меньшим вырезом. Закрепляют винт (4).

3. Находят в поле зрения трубы спектр неоновой лампы. Для этого, освободив винт (1) и одновременно наблюдая в окуляр, поворачивают трубу вручную до появления в поле зрения трубы наиболее яркой части спектра. Затягивают винт (1).

4. Немного перемещая гониометр по столу так, чтобы световое пятно, создаваемое конденсаторной линзой, вставленной в окошко

кожуха источника света, падало на щель коллиматора, добиваются максимальной яркости линий спектра.

УКАЗАНИЕ. Ширину щели винтом (6) изменять для увеличения яркости спектра не следует, так как она уже установлена для проведения измерений.

5. Установка щели в фокальной плоскости объектива коллиматора уже произведена. Однако если линии спектра видны недостаточно четко, то с помощью винта (7) можно добиться более четкого изображения спектра.

Установка угла наименьшего отклонения для желтой линии спектра неона

1. Освободив винты (1) и (4), поворачивают трубу до тех пор, пока яркая желтая линия спектра не окажется у правого края поля зрения трубы. Поворачивают столик так, чтобы эта линия оказалась у левого края поля зрения.

2. Предыдущую операцию повторяют до тех пор, пока вращение столика (при неподвижной трубе) не приведет к тому, что линия, начав двигаться в поле зрения влево, дойдет до крайнего левого положения, а затем начнет двигаться вправо. Обнаружив это, столик закрепляют винтом (4) при крайнем левом положении линии.

3. Вращением трубы устанавливают крест нитей на линию и закрепляют трубу винтом (1). С помощью винтов тонкой наводки (2) и (5) добиваются возможно более точного совпадения креста с крайним левым положением линии в поле зрения трубы. Освобождают винт (1).

4. Винтом (3) производят окончательную фокусировку трубы.

Упражнение 1

Градуировка шкалы гониометра с помощью спектра неоновой лампы. Определение угловой дисперсии и разрешающей силы призмы

На схеме, прилагаемой к задаче, изображены линии спектра неоновой лампы и указаны длины волн некоторых из них. Схему следует перерисовать в рабочую тетрадь.

1. Поворачивая трубу, рассматривают последовательно отдельные части спектра. Сравнивают изображение спектра на схеме со спектром, видимым в поле зрения трубы гониометра, обращая внимание на характерные группы линий. Отождествляют линии спектра с линиями на схеме.

2. По шкале гониометра производят отсчет положения отождествленных линий спектра, начиная с его красной части. Записыва-

ют отсчитанные значения углов всех линий, указывая длины волн тех линий, для которых длина волны приведена на схеме.

3. Строят градуировочный график (дисперсионную кривую), откладывая по оси абсцисс отсчитанные углы ε для линий, длины волн которых известны, а по оси ординат длины волн λ этих линий в микрометрах.

4. Пользуясь дисперсионной кривой, находят длины волн линий, снабженных на схеме вопросительным знаком, и записывают их около соответствующих линий на схеме.

5. Определяют угловую дисперсию призмы для желтой линии неона. Для этого проводят касательную к дисперсионной кривой в точке, соответствующей этой линии. Значение угловой дисперсии $D_{\varepsilon} = \Delta\varepsilon/\Delta\lambda$ равно тангенсу угла наклона касательной к оси абсцисс; чтобы найти тангенс, строят прямоугольный треугольник, гипотенуза которого лежит на касательной, а катеты параллельны осям графика. Катет, направленный вдоль оси ординат, соответствует величине $\Delta\varepsilon$, которую следует выразить в радианах. Катет же, направленный вдоль оси абсцисс, соответствует величине $\Delta\lambda$, которая должна быть выражена в ангстремах ($1 \text{ \AA} = 10^{-8} \text{ см}$).

6. По формулам (6) и (7) вычисляют сначала дисперсию D_n вещества призмы:

$$D_n = \sqrt{(1 - n^2 \sin^2(\alpha/2))} D_{\varepsilon} / 2 \sin(\alpha/2), \quad (6)$$

а затем ее разрешающую силу A :

$$A = \lambda / \Delta\lambda = D_n l. \quad (7)$$

Преломляющий угол призмы $\alpha = 60^\circ$, а величина показателя преломления n ее вещества и ширина l грани, противоположной преломляющему ребру, указаны в таблице для каждого гониометра.

Упражнение 2

Определение длин волн серии Бальмера и вычисление постоянной Ридберга

В качестве источника света в этом упражнении используется водородная лампа, конструкция которой предусматривает диссоциацию молекул водорода на атомы при горении газового разряда и поглощение молекулярного водорода специальными поглотителями. В видимой части спектра лампы содержатся линии серии Бальмера – красная, зеленая и фиолетовая. Их волновые числа определяются по формуле (3) при $n = 3, 4, 5$ соответственно.

1. Регистрируют по шкале гониометра положение этих трех линий и при помощи дисперсионной кривой, построенной при выполнении упражнения 1, находят их длины волн λ_k , λ_3 , λ_ϕ .

2. Используя полученные значения λ_k , λ_3 , находят волновые числа $N_k = 1/\lambda_k$ и $N_3 = 1/\lambda_3$ красной и зеленой линий (в см^{-1}). С помощью формулы (3) вычисляют постоянную Ридберга (легко видеть, $R = (36:5)N_k$ и $R = (16:3)N_3$). Определяют среднее значение постоянной Ридберга $R_{\text{ср}}$.

3. При помощи формулы (3), пользуясь найденным значением постоянной Ридберга, находят волновое число N_ϕ фиолетовой линии, определяют ее длину волны λ_ϕ (в $\mu\text{м}$) и сравнивают это значение со значением, полученным в пункте 1.

Упражнение 3

Спектральный анализ

1. Вносят в пламя газовой горелки асбестовый фитиль, смоченный в растворе NaCl , и наблюдают в трубу гониометра желтую линию в спектре натрия. Перемещением трубы совмещают крест нитей с этой линией и делают отсчет угла по шкале гониометра.

2. Вносят в пламя поочередно фитили, смоченные в растворах известных солей (LiCl , BaCl_2 , SrCl_2 , CaCl_2 и др.) и измеряют по шкале гониометра положения всех линий спектра каждой соли. При этом для каждой новой соли необходимо брать свежий фитиль, чтобы не загрязнить новый раствор прежней солью. Пользуясь градуировочной кривой, находящейся на столе рядом с гониометром, определяют значение длины волны каждой линии.

3. Зарисовывают один под другим спектры каждой соли на миллиметровой бумаге (желательно цветными карандашами), на которую предварительно наносят шкалу делений, соответствующую длинам волн от 400 до 700 $\mu\text{м}$.

4. Вносят в пламя фитили, смоченные в растворе неизвестных солей, определяют положение спектральных линий, находят длины волны каждой линии и зарисовывают спектр под спектром известных солей. Сравнивая спектры известных солей со спектром исследуемого раствора, определяют его состав.

Описание установки (2-й вариант)

Установка ЛКК-1 показана на рис. 4 (вид спереди), рис. 5 (вид сверху, сняты кожухи, закрывающие источники излучения) и рис. 6 (оптическая схема). Цифровые обозначения элементов схемы одинаковы для всех трех рисунков и соответствуют техническому описанию.) В каркасе (1) размещена измерительная система

ИСК-2, панель (3) которой приведена на рис. 7, и ящики (1) для хранения объектов и приспособлений. На крышке каркаса установлены основные узлы установки: монохроматор (2), блок источников света (4), входная оптика (5), выходная оптика (6), зрительная труба (7). Другие узлы установки, не используемые в данной задаче, здесь не рассматриваются.

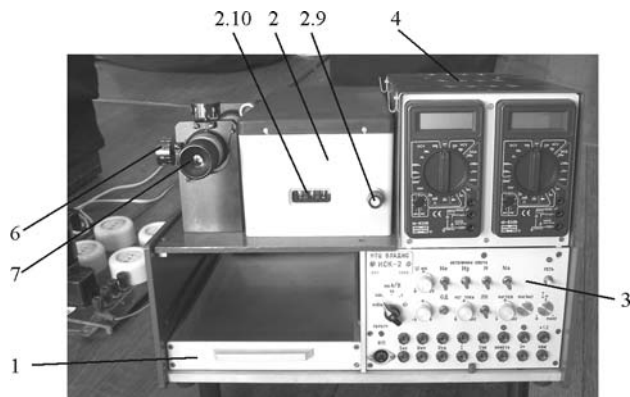


Рис. 4

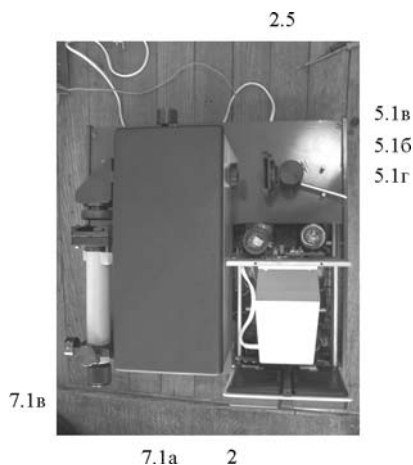


Рис. 5

Как показано на рис. 6, излучение от выбранного источника света (лампы накаливания «ЛН» или других ламп: водородной «Н», натриевой «Na», ртутной «Hg» или неоновой «Ne»), кото-

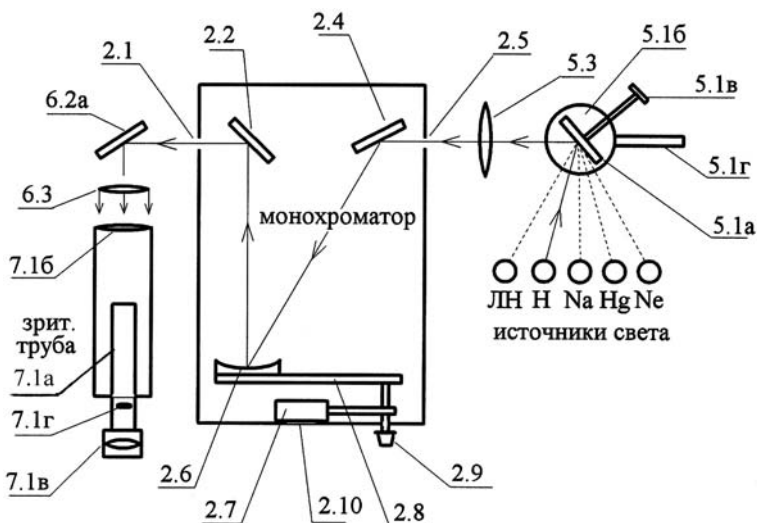


Рис. 6

рый включается поднятием соответствующей ручки на панели ИСК-2, направляется при помощи зеркала (5.1а) и линзы (5.3) на входную щель (2.5) монохроматора. Отразившись от зеркала (2.4), световой поток падает на сферическую отражательную дифракционную решетку (2.6), которая разлагает его в спектр и фокусирует последний в плоскости выходной щели (2.1) монохроматора. Специальные механизмы (2.7) и (2.8) позволяют, вращая решетку ручкой (2.9), направить на выходную щель (2.1) монохроматора нужную линию спектра, длина волны которой регистрируется по шкале монохроматора (2.10). Шкала имеет три барабана, показывающих значение длины волны в нанометрах. Правый барабан имеет дополнительную шкалу с ценой деления 0,2 нм, отсчет по которой производится по горизонтальной визирной линии (рис. 8). Выходная щель монохроматора (2.1) находится в фокусе собирающей линзы (6.3), после прохождения которой параллельный пучок лучей падает на объектив (7.16) зрительной трубы, образуя в его фокальной плоскости изображение наблюдаемой линии спектра. В этой же плоскости находится визирный крест (7.1г), который вместе с исследуемой линией наблюдается через окуляр (7.1в).

Порядок измерений

Убедившись, что ручки включения всех четырех ламп (на рис. 7 вверху) опущены, подключают кабель питания в сеть 220 В и включают установку тумблером «СЕТЬ-ВКЛ». Поднимая рукоятку «ЛН» на панели ИСК-2 (см. рис. 7) включают лампу накаливания. Ручкой «РЕГ.ТОКА» устанавливается максимальный ток.

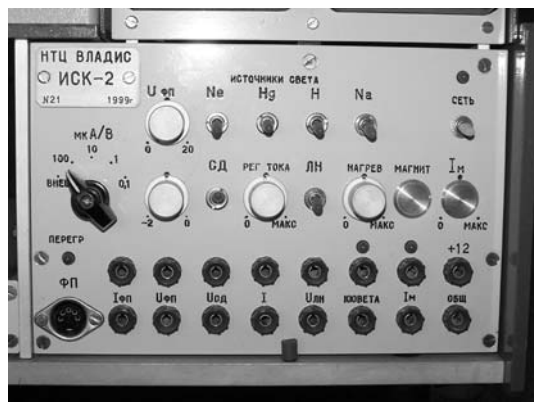


Рис. 7

Поворачивая стойку (5.1б) горизонтальной рукояткой (5.1г) и варьируя наклон зеркала с помощью винта (5.1в) (см. рис. 5), направляют световой поток на окно монохроматора (2.5), добиваясь, чтобы светлое пятно находилось в его центре. Ручкой (2.9) (см. рис. 4) устанавливают на шкале монохроматора длину волны 600 нм. Убедившись, что расстояние между торцом внешнего цилиндра и выступающим из него концом внутреннего цилиндрического корпуса зрительной трубы приблизительно равно 2–3 см (см. рис. 9), глядя в трубу и вращая стойку (5.1б) рукояткой (5.1г), добиваются максимальной интенсивности оранжевого свечения. Поворачивая окуляр трубы (7.1в), получают резкое изображение визирного

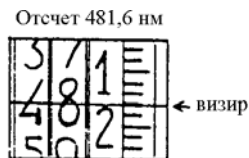


Рис. 8

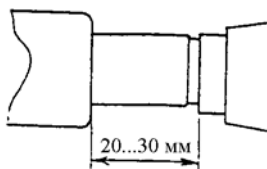


Рис. 9

креста; в этом положении окуляр остается на протяжении всей работы.

Упражнение 1

Проверка градуировки шкалы длин волн

Поднимая ручку «Ne» на панели ИСК-2, включают неоновую лампу. В верхней строке приводимой ниже таблицы даны значения $\lambda_{\text{табл}}$, длин волн спектральных линий неоновой лампы, надежно установленные из точных экспериментов. Измеряют по шкале монохроматора длины волн $\lambda_{\text{табл}}$ этих линий, занося их значения в нижнюю строку табл. 1.

Если $\lambda_{\text{измер}}$ и $\lambda_{\text{табл}}$ различаются более чем на 0,2 нм, причем в одну сторону (например, все $\lambda_{\text{табл}}$ больше соответствующих $\lambda_{\text{измер}}$), то это свидетельствует о систематической погрешности отсчетного устройства и при измерении длин волн в последующих упражнениях следует внести соответствующие коррективы.

Таблица 1

$\lambda_{\text{табл}}$			
$\lambda_{\text{измер}}$			

Упражнение 2

Изучение спектра испускания атомарного водорода и определение константы Ридберга

Из формулы для частот излучения атома водорода $\nu = cR(1/n^2 - 1/m^2)$ для линий серии Бальмера ($n=2, m=2, 3, 4, \dots$), используя соотношение между частотой и длиной волны $\nu = c/\lambda$, получаем следующую формулу для константы Ридберга R :

$$R = 1/\lambda(1/4 - 1/m^2). \quad (8)$$

Экспериментальная часть заключается в измерении длин волн красной, синей и фиолетовой линий серии Бальмера. Поднятием рукоятки «H» на панели ИСК-2 (см. рис. 7) включается газоразрядная лампа, наполненная атомарным водородом (лампа разгорается в течение 1–2 мин). На входе монохроматора (2.5) ставят щель шириной 1,0 мм, располагая ее в пазу так, чтобы одинарная риска на ее оправе была обращена «от монохроматора». На шкале монохроматора ручкой (2.9) устанавливают значение длины волны не менее 670 нм и начинают, глядя в окуляр трубы, вращать ручку в сторону уменьшения длины волны – в поле зрения поочередно

появляются красная, синяя и фиолетовая линии спектра водорода. Добившись максимально четкого изображения этих линий перемещением вперед-назад внутреннего цилиндра корпуса трубы (7.1а), регистрируют их длины волн $\lambda_{кр}$, λ_c , λ_ϕ по шкале, совмещая середину наблюдаемой линии с вертикальной линией визирного креста. Если в упражнении 1 выявлена систематическая погрешность шкалы монохроматора, превышающая 0,2 нм, то к измеренным значениям длин волн добавляют (или соответственно вычитают) разность $|\lambda_{изм} - \lambda_{табл}|$ из табл. 1, взятую в области спектра, где лежит рассматриваемая линия.

По измеренным значениям длин волн вычисляют постоянную Ридберга, подставляя в формулу (8) значения $m = 3$ для $\lambda_{кр}$, $m = 4$ для λ_c и $m = 5$ для λ_ϕ . Находят среднее значение R , оценивают погрешность и приводят окончательный результат, сопоставляя его с теоретическим значением $R = 109737,2 \text{ см}^{-1}$.

Упражнение 3

Исследование спектров испускания паров ртути и натрия

Поднимая рукоятку «Na» на панели ИСК-2, включают натриевую лампу (разгорается в течение 3–5 мин). Измеряют длины волн дублетов (пар близких линий) в диапазоне длин волн 600–550 нм. Заменяют натриевую лампу на ртутную, поднимая рукоятку «Hg» (лампа разгорается в течение 3–5 мин), и измеряют длины волн линий спектра в диапазоне длин волн 600–400 нм. В обоих случаях при необходимости вносят коррективы, связанные с систематической погрешностью шкалы монохроматора.

Изображают в табл. 2 вертикальными черточками с соблюдением масштаба линии спектров испускания водорода, натрия и ртути (желательно в цвете).

Таблица 2

натрий							
водород							
ртуть							
	400	450	500	550	600	650	λ , нм

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 5. Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц. — 4-е изд., перераб. — М.: Наука. Физматлит, 1998.

Часть II. Атомная физика.

Глава 3. Боровская теория атома.

§ 3.1. Закономерности в атомных спектрах.

Задача № 57

ОПЫТ ФРАНКА И ГЕРЦА

Цель задачи: определение потенциалов возбуждения атомов, экспериментально подтверждающее постулаты Бора.

Основные понятия и соотношения

В 1911 г. английский физик Э. Резерфорд на основе изучения рассеяния α -частиц атомами тяжелых элементов предложил планетарную модель атома, состоящего из тяжелого ядра и окружающих его электронов. Согласно этой модели в центре атома находится положительно заряженное ядро, в котором сосредоточена почти вся масса атома; вокруг ядра вращаются по орбитам отрицательно заряженные электроны. Рассмотрение такого движения на основе классических представлений приводило к парадоксальному результату — невозможности существования стабильных атомов: согласно классической электродинамике электрон не может устойчиво двигаться по орбите, поскольку вращающийся электрический заряд, двигаясь с ускорением, должен излучать электромагнитные волны и, следовательно, терять энергию. Радиус орбиты электрона должен непрерывно уменьшаться, и за время $\sim 10^{-8}$ с он должен упасть на ядро. Это означало, что законы классической физики неприменимы к движению электронов в атоме, так как атомы не только существуют, но и весьма устойчивы.

Выход из затруднения был предложен в 1913 г. датским физиком Нильсом Бором, отказавшимся от применения к атому законов классической электродинамики. Бор предположил, что в случае атома Резерфорда непрерывное излучение, требуемое классической электродинамикой, не имеет места.

Свои соображения Бор сформулировал в виде двух постулатов.

1. Электрон в атоме водорода может находиться не в любых, а лишь в строго определенных дискретных энергетических состояниях, соответствующих его движению по строго определенным дозволенным круговым орбитам. При движении по дозволенным орбитам электрон не излучает и не поглощает энергии, поэтому указанные орбиты и соответствующие им энергетические состояния называются стационарными. Стационарные орбиты определяются следующим условием: момент импульса движения электрона на них является целым кратным некоторой постоянной величины h , т.е.

$$m_e v r = I_n \omega_n = n h,$$

где m_e — масса электрона; v — скорость электрона на орбите; r — радиус орбиты; n — номер орбиты; \hbar — постоянная Планка; I_n — момент инерции электрона на орбите; ω_n — угловая скорость электрона на этой орбите. Число n называется **главным квантовым числом**.

2. Электрон может излучать или поглощать энергию только при скачкообразных переходах с одной стационарной орбиты на другую, при этом поглощение энергии происходит при переходах электрона с орбит, более близких к ядру, на орбиты, более удаленные от него, а излучение — при обратных переходах. Энергия излучается и поглощается дискретными порциями, **квантами**, величина которых равна разности полных энергий электрона E_n и E_m на стационарных орбитах, между которыми совершается переход

$$h\omega = E_n - E_m,$$

где ω — частота излучаемого (или поглощаемого) кванта.

Как видно из приведенных формулировок постулатов Бора, оба они находятся в принципиальном противоречии с представлениями классической электродинамики о движении зарядов. Действительно, согласно этим постулатам электрон может двигаться с ускорением и при этом не излучать, частоты излучения ω никак не связаны с частотами его обращения по орбитам ω_n , устойчивое движение электрона возможно почему-то лишь с определенными величинами момента импульса на некоторых определенных расстояниях от ядра и невозможно на других расстояниях. Однако такая необычность постулатов Бора является всего лишь отражением своеобразия реальных законов,

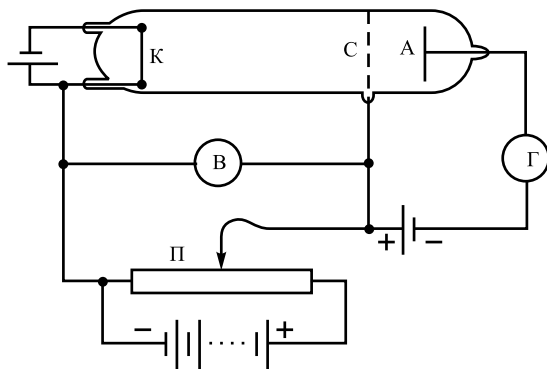


Рис. 1

управляющих движением микрочастиц в особых условиях, условиях микромира.

Существование дискретных энергетических уровней атома подтверждается опытами, осуществленными в 1914 г. немецкими физиками Дж. Франком и Г. Герцем. Схема их установки приведена на рис. 1. В трубке, заполненной парами ртути под небольшим давлением (~ 1 мм рт. ст.), имеются три электрода: катод – К, сетка – С и анод – А.

Электроны, вылетающие из катода вследствие термоэлектронной эмиссии, ускоряются разностью потенциалов $U_{\text{кк}}$, приложенной между катодом и сеткой. Эту разность потенциалов можно плавно менять с помощью потенциометра П. Между сеткой и анодом создается слабое электрическое поле (разность потенциалов порядка 0,5 В), тормозящее движение электронов к аноду.

Исследуется зависимость силы тока I_a в цепи анода от напряжения $U_{\text{кк}}$ между катодом и сеткой. Сила тока измеряется гальванометром – Г, напряжение – вольтметром – В. Полученные результаты представлены на рис. 2.

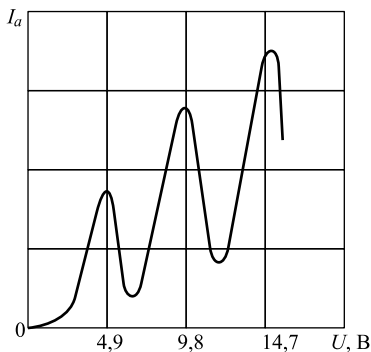


Рис. 2

Видно, что сила тока вначале монотонно возрастает, достигая максимума при $U = 4,9$ В, после чего с дальнейшим увеличением U резко падает, достигая минимума, и снова начинает расти. Максимумы силы тока повторялись при U , равном 9,8; 14,7 В и т.д.

Такой ход кривой объясняется тем, что столкновения электронов с атомами могут быть упругими и неупругими. При упругих столкновениях сохраняется суммарная кинетическая энергия частиц, а изменение кинетической энергии каждой из них

зависит от соотношения масс (здесь и далее тяжелый и медленный атом, по сравнению с легким и быстрым электроном, будем считать покоящимся до и после столкновения). При неупругом столкновении электрона и атома кинетическая энергия электрона изменяется на величину, равную изменению внутренней энергии атома. Изменение кинетической энергии электрона равно энергии перехода ΔE_1 :

$$W_{\text{до}} - W_{\text{после}} = \Delta E_1.$$

Возбуждение атома (увеличение его внутренней энергии) может произойти лишь тогда, когда кинетическая энергия относительного движения электрона и атома будет превышать энергию перехода.

До тех пор, пока энергия относительного движения электрона меньше ΔE_1 , соударения между электроном и атомом ртути носят упругий характер, при которых кинетическая энергия электронов не изменяется, причем, поскольку масса электрона во много раз меньше массы атома ртути, энергия электрона при столкновении практически не изменяется. Часть электронов попадает на сетку, остальные же, проскочив через сетку, достигают анода, создавая ток I_a в цепи гальванометра. Чем больше $U_{\text{кв}}$, тем больше скорость, с которой электроны достигают сетку, и тем, следовательно, больше будет сила тока I_a .

Когда энергия относительного движения, накапливаемая электроном в промежутке катод—сетка, достигает значения ΔE_1 , соударения становятся неупругими, т.е. электроны при ударах об атомы передают им энергию ΔE_1 и продолжают затем двигаться с меньшей скоростью. Поэтому число электронов, достигающих анода, уменьшается. Например, при $U = 5,3$ эВ электрон сообщает атому энергию, соответствующую 4,9 эВ (первый потенциал возбуждения атома ртути), и продолжает двигаться с энергией 0,4 эВ. Если даже такой электрон окажется между сеткой и анодом, он не сможет преодолеть задерживающее напряжение 0,5 В и будет возвращен обратно на сетку.

В какую форму переходит энергия, потерянная электроном и воспринятая атомом ртути? Атомы, получившие при соударении с электроном энергию ΔE_1 , переходят в возбужденное состояние, из которого они спустя время порядка 10^{-8} с возвращаются в основное состояние, излучая фотон $\omega = \Delta E_1 / \hbar$.

При напряжении, превышающем 9,8 В, электрон на пути катод—анод может дважды претерпеть неупругое соударение с атомами ртути, теряя при этом энергию 9,8 эВ, вследствие чего

сила тока I_a снова начинает уменьшаться. При еще большем напряжении возможны трехкратные неупругие соударения электронов с атомами, что приводит к возникновению максимума при $U_{кс} = 14,7$ В и т.д.

Опыт Франка и Герца показал, что внутренняя энергия атома не может изменяться непрерывно, а принимает определенные дискретные значения (квантуется). Впервые поставленный в 1914 г. Франком и Герцем, опыт сыграл важную роль в экспериментальном подтверждении квантовой теории атома Н. Бора.

Аналогичные опыты были выполнены и с другими, в первую очередь с одноатомными благородными газами (He, Ne, Ar и др.) и парами одноатомных металлов. Все они привели к таким же результатам и позволили установить для этих атомов значения энергии, необходимые для перевода атома из одного устойчивого состояния в другое.

Описание экспериментальной установки

В состав установки входят: газонаполненная лампа, мультиметр и осциллограф.

Лампа. Роль трубки в данной работе выполняет лампа специальной конструкции, устройство которой показано на рис. 3.

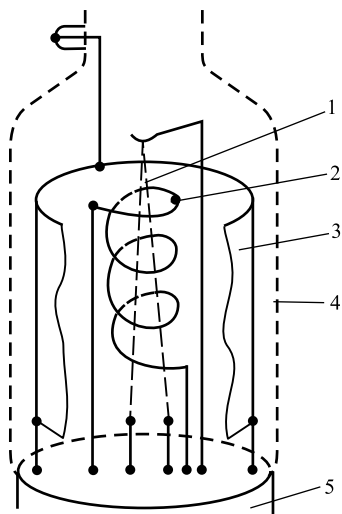


Рис. 3

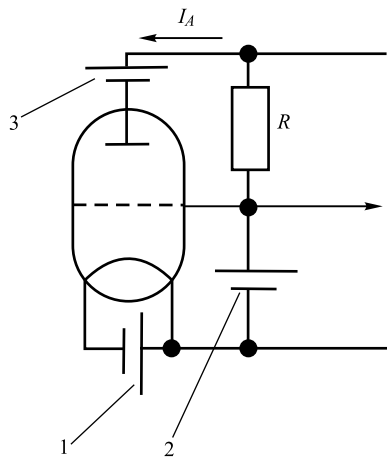


Рис. 4

Нить накала (1) одновременно является катодом лампы. Сетка (2) выполнена в виде спирали, навитой вокруг нити накала. Вокруг сетки расположен цилиндрический анод (3). Стекло-ный баллон лампы (4) установлен на цоколе (5). Контакты като-да и сетки выведены на ножки цоколя, анод соединен с кол-пачком на баллоне лампы.

Принципиальная электрическая схема включения лампы приведена на рис. 4. Она же воспроизведена на лицевой панели экспериментальной установки (рис. 5).

Регулируемый источник тока накала (1) позволяет устано-вить ток, при котором получается удобная для измерений вольт-



Рис. 5

амперная характеристика лампы. Между катодом и сеткой включен источник ускоряющего напряжения (2). Для получения вольт-амперной характеристики на экране осциллографа этот источник переводится в режим, при котором его напряжение изменяется по пилообразному закону с частотой 15–20 Гц. Потенциал анода относительно сетки устанавливается отрицательным с помощью источника задерживающего напряжения (3). Значение этого напряжения регулируется в пределах 0–6 В ручкой со шкалой на панели установки. Для измерения анодного тока измеряют падение напряжения на резисторе R , включенном последовательно с анодом.

В установке размещены две лампы, наполненные различными газами. Для их поочередного исследования аноды и сетки ламп соединены параллельно и подключены к измерительной системе, а нити накала включены последовательно, при этом одна из них закорочена, и соответствующая лампа не работает. Выбор лампы производится тумблером «Л1/Л2» (18) (см. рис. 5) на передней панели блока. Наполнение ламп указано в паспорте установки. Номера ламп и их наполнение указаны также в табл. 1.

Таблица 1

	Номер установки			
	25	28	29	38
Лампа Л1	He (гелий)	Ar (аргон)	Ne (неон)	He (гелий)
Лампа Л2	Ar (аргон)	He (гелий)	He (гелий)	Ne (неон)

Исследуемые лампы можно видеть в окне (8). Стрелочный измерительный прибор (3) измеряет анодный ток I_A (предел шкалы прибора – 100 мкА). Ручка (4) « $U_{\text{задерж}}$ » устанавливает значение задерживающего напряжения в соответствии с надписями на шкале, расположенной вокруг ручки. Значения $U_{\text{задерж}}$ и $U_{\text{уск}}$ измеряются мультиметром (2) на гнездах (9) и (13) установки относительно общего провода схемы, выведенного на два гнезда (11) « \perp ».

На гнездо (10) «Y» выведено напряжение, пропорциональное анодному току I_A (коэффициент пропорциональности 0,1 В/мкА, максимальное напряжение 10 В соответствует току 100 мкА).

На гнездо (12) «X» выведено напряжение, пропорциональное ускоряющему напряжению $U_{\text{уск}}$ (коэффициент пропорциональ-

ности 0,1; максимальному напряжению 10 В соответствует ускоряющее напряжение 100 В).

Контроль тока накала осуществляется путем измерения напряжения на резисторе $R_H = 1,00$ Ом между гнездами (14) « I_H » и (13) « $U_{\text{уск}}$ ». Значение измеренного напряжения в вольтах равно значению тока в амперах.

Мультиметр. В настоящей работе для измерения постоянного напряжения используется мультиметр, который выведен на лицевой панели установки. Элементы управления мультиметром показаны на рис. 5.

Этот прибор позволяет измерять величины постоянного и переменного тока и напряжения, а также сопротивления в широком интервале значений. Режимы работы прибора выбираются вращением ручки (1). Различные секторы переключателя отвечают различным режимам работы прибора, а каждое отдельное положение определяет предел измерений. Так, например, положение ручки переключателя «20» в секторе «DCV» переводит прибор в режим измерения постоянного напряжения (direct current voltage) с предельным значением 20 В. Для обозначения положений переключателя будем использовать сокращенную запись вида «DCV/20».

Измерение напряжений, токов и сопротивлений производится, подключением прибора в цепь через гнезда (3) и (4). Гнездо (5) предназначено для измерения больших токов и в настоящей работе не используется. Здесь будет использован только режим измерения постоянного напряжения (сектор «DCV»).

Осциллограф. Для наблюдения зависимости анодного тока от ускоряющего напряжения в настоящей работе используется осциллограф.

Подробно устройство осциллографа рассматривается в описании к задаче № 65.

В настоящей работе осциллограф подключается к установке таким образом, что на X -пластины подается ускоряющее напряжение, а на Y -пластины — напряжение, пропорциональное анодному току лампы, которое снимается с сопротивления R_A (см. рис. 5). Чтобы сформировать полную зависимость $I_A(U_{\text{уск}})$ $U_{\text{уск}}$ изменяется во времени пилообразно (линейно от нулевого значения до некоторого максимального значения с последующим резким падением к нулевому значению) с частотой 15–20 Гц. При этом луч описывает на экране осциллографа кривую зависимости $I_A(U_{\text{уск}})$.

Включение установки

1. Убедиться, что все четыре ручки управления режимом работы прибора на передней панели (I_n (7), $U_{\text{уск}}$ (точно) (5), $U_{\text{уск}}$ (грубо) (6), $U_{\text{задерж}}$ (4)) повернуты до упора против часовой стрелки.

2. Включить установку тумблером «СЕТЬ».

3. Перевести тумблер «ИМП/НЕПР» в положение «ИМП».

4. Включить осциллограф (утопить желтую кнопку на передней панели осциллографа). После прогрева на экране должна появиться горизонтальная линия развертки. Если развертка не появилась, то обратитесь к лаборанту.

5. Подключить провода к мультиметру. Черный провод подключается ко входу (3) мультиметра «СОМ», красный провод – ко входу (4) «V Ω mA» (см. рис. 5).

Порядок измерений

Подбор режима работы установки: тока накала (I_n) и задерживающего напряжения ($U_{\text{задерж}}$); наблюдение зависимости анодного тока лампы от напряжения на ее сетке на экране осциллографа.

1. Тумблер (17), изменяющий режим работы «автоматическое/ручное» ($-^{\wedge}/=$), перевести в верхнее положение – «автоматическое» ($-^{\wedge}$).

2. Тумблером (18) выбрать рабочую лампу «Л1».

3. Включить мультиметр в электрическую цепь установки для измерения тока накала лампы. Для этого выбрать режим работы мультиметра «DCV/20» – отметка 20 в части шкалы «DCV»; подсоединить черный щуп к гнезду (13); красный щуп – к гнезду (14) (см. рис. 5).

После этого напряжение, показываемое мультиметром, будет численно равно току накала катода, так как сопротивление $R_n = 1,00$ Ом.

4. Подать на осциллограф напряжения развертки. Серый провод – в гнездо (11) « \perp », щуп – в гнездо (10) «Y».

5. Поворачивая ручку (7) « I_n », выставить ток накала 1,27 А (т.е. мультиметр покажет значение 1,27 В). При этом катод выбранной лампы нагреется и начнет светиться, что можно будет видеть в окошке (8).

6. Вывести $U_{\text{уск}}$ на максимум, переведя обе ручки « $U_{\text{уск}}$ » в крайнее правое положение.

7. Путем изменения задерживающего напряжения « $U_{\text{задерж}}$ » ручкой (4) и корректировкой тока накала (ручкой (7)) добиться

появления на экране осциллографа зависимости анодного тока лампы от ускоряющего напряжения на сетке, аналогично кривой, показанной на рис. 6 с ярко выраженными минимумами и максимумами. Занесите значение тока I_H в табл. 2.

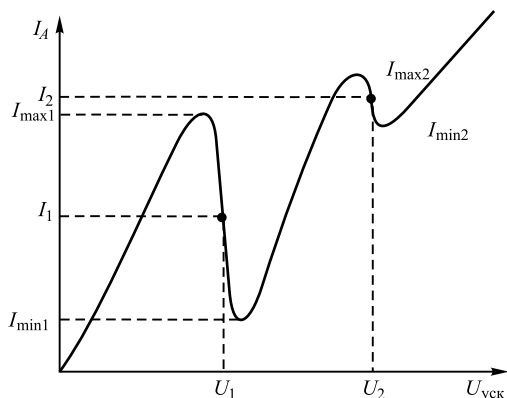


Рис. 6

ВНИМАНИЕ! Выполняя это упражнение, не изменяйте значений тока накала I_H и задерживающего напряжения $U_{\text{задерж}}$ (положения ручек (4) и (7)), поскольку это может привести к нарушению выбранного режима работы лампы.

Таблица 2

№ лампы наполн.	I_H , А U_c , В	I_{max1} , мкА	I_{min1} , мкА	I_1 , мкА	U_1 , В	I_{max2} , мкА	I_{min2} , мкА	I_2 , мкА	U_2 , В	Φ_1 , В
Л1										
Л2										

8. Переведите тумблер (17) «автоматическое/ручное» ($-^{\wedge}/=$) в нижнее положение – «ручное» ($-^{\wedge}$).

9. Включите мультиметр в электрическую цепь установки для измерения I_A . Для этого выберите режим работы мультиметра «DCV/200»; подсоедините красный щуп к гнезду (11).

10. С помощью ручек (5) и (6) регулировки « $U_{\text{уск}}$ » сведите величину $U_{\text{уск}}$ к минимальному значению и начинайте медленно увеличивать его, наблюдая за током анода по показаниям стрелочного прибора (3). Значения тока, отвечающие первому максимуму, первому минимуму, второму максимуму и второму минимуму тока анода, запишите в табл. 2.

11. Тумблером (18) выбрать рабочую лампу «Л2». Повторите все измерения для второй лампы, начиная с пункта 3.

Определение первого потенциала

Первый («резонансный») потенциал возбуждения атомов газа $\varphi_1 = U_1 - U_2$, заполняющего лампу, определяется как разность ускоряющих напряжений U_1 и U_2 , соответствующих первому и второму крутому спаду анодного тока (см. рис. 6). Потенциал, соответствующий наиболее быстрому спадам анодного тока, определяется для значения токов I_1 и I_2 , которые вычисляются по формулам:

$$I_1 = (I_{\max 1} + I_{\min 1})/2; \quad I_2 = (I_{\max 2} + I_{\min 2})/2.$$

Полученные результаты занесите в табл. 2.

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 5. Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц. – 4-е изд., перераб. – М.: Наука. Физматлит, 1998.

Часть II. Атомная физика.

Глава 3. Боровская теория атома.

§ 3.2. Модель атома Томпсона.

§ 3.3. Опыты по рассеянию α -частиц. Ядерная модель атома.

§ 3.4. Постулаты Бора. Опыт Франка и Герца.

РАЗДЕЛ 3

ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

Задача № 58

ИЗУЧЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ СОПРОТИВЛЕНИЯ МЕТАЛЛОВ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

Цель задачи: исследование температурной зависимости электрического сопротивления проводников.

Основные понятия и соотношения

Упорядоченное движение электрических зарядов называется электрическим током. В металле носителями зарядов являются электроны. Количественной характеристикой постоянного тока является сила тока

$$I = q/t, \quad (1)$$

где q – количество заряда, которое переносится через поперечное сечение S проводника за время t .

За направление силы тока принято направление движения положительного заряда в электрическом поле. Сила тока I измеряется в амперах. В некоторых случаях удобно пользоваться величиной, называемой плотностью тока \mathbf{j} , равной отношению силы тока I к площади поперечного сечения проводника S , причем направление \mathbf{j} задается вектором нормали к некоторой площадке в поперечном сечении, т.е.

$$\mathbf{j} = I/S. \quad (2)$$

Выразим плотность тока \mathbf{j} через среднюю скорость упорядоченного движения свободных зарядов (электронов) в проводнике. Пусть ΔV – часть объема проводника, в которой имеется ΔN свободных электронов, концентрация которых равна $n = \Delta N/\Delta V$. Если средняя скорость упорядоченного движения электрона равна u , то за время Δt через сечение S переносится заряд $\Delta q = e\Delta N = en\Delta V = enu\Delta tS$.

Отсюда следует, что плотность тока

$$\mathbf{j} = I/S = \Delta q/\Delta tS = enu. \quad (3)$$

В соответствии с законом Ома для участка цепи постоянно-го тока сила тока I пропорциональна разности потенциалов $\Delta\phi$ на концах этого участка, т.е.

$$I = 1/R\Delta\phi, \quad (4)$$

где электросопротивление $R = \rho l / S$; l – длина выделенного участка металлического проводника; S – площадь поперечного сечения проводника; ρ удельное электросопротивление.

Учитывая соотношения между разностью потенциалов и напряженностью электрического поля $\left(E = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta l} \right)$, формулу (4) можно записать в следующем виде:

$$jS = \frac{ElS}{\rho l} \text{ или } j = \frac{1}{\rho} E = \sigma E, \quad (5)$$

где величина $\sigma = 1/\rho$ – удельная электропроводность.

Приравнявая соотношения для плотности тока (3) и (5), получаем

$$enu = \sigma E \text{ или } u = \sigma E / en. \quad (6)$$

Отсюда следует, что средняя скорость упорядоченного движения электронов в проводнике (так называемая «дрейфовая скорость») пропорциональна напряженности электрического поля E .

Отношение средней скорости упорядоченного движения электронов в металле к величине напряженности электрического поля E в проводнике называется **подвижностью носителей тока** $\mu = u/E$. Подвижность носителей тока μ в металлах численно равна средней скорости упорядоченного движения электронов при напряженности электрического поля E , равной единице (размерность подвижности ($\text{м}^2/\text{В}\cdot\text{с}$)).

Из соотношения (6) видно, что электропроводность

$$\sigma = en\mu, \quad (7)$$

где n – концентрация электронов; e и μ – заряд и подвижность электронов соответственно.

Согласно теории металлов концентрация носителей тока n (электронов) почти не зависит от температуры. В соответствии с формулой (7) температурная зависимость электропроводности σ определяется температурной зависимостью подвижности μ носителей тока в металлах.

Рассмотрим температурную зависимость подвижности μ , используя классические представления, согласно которым электронный газ в металлах подобен молекулам идеального газа. При наличии электрического поля с напряженностью E на каждый электрон действует сила eE , сообщающая ему ускорение eE/m , где m – масса электрона.

Если предположить, что после каждого соударения электрона в кристаллической решетке металла скорость упорядоченного движения электрона обращается в нуль, то на длине свободного пробега λ эта скорость достигает максимальной величины:

$$u_{\max} = (eE/m)\tau, \quad (8)$$

где τ – время между двумя последовательными соударениями электрона с ионами решетки (время релаксации).

Так как электрон между соударениями движется равноускоренно, среднее значение скорости равно половине ее максимального значения, т.е.

$$u = 1/2(eE/m)\tau. \quad (9)$$

Если v_{cp} – есть средняя скорость теплового движения, то число соударений, испытываемых одним электроном в секунду равно v_{cp}/λ , где λ – средняя длина свободного пробега. Следовательно, среднее время между соударениями

$$\tau = \lambda/v_{\text{cp}}.$$

Подставляя это значение τ в формулу (9), получаем соотношение для средней скорости упорядоченного электрона

$$u = 1/2e\lambda E/mv_{\text{cp}}. \quad (10)$$

Подвижность электронов

$$\mu = u/E = 1/2e\lambda/mv_{\text{cp}}. \quad (11)$$

Удельную электропроводность $\sigma = en\mu$ можно записать с учетом соотношения (11), т.е.

$$\sigma = 1/2ne^2\lambda/mv_{\text{cp}}. \quad (12)$$

Видно, что электропроводность σ тем больше, чем выше концентрация электронов проводимости n и чем больше средняя длина свободного пробега λ . С повышением средней скорости теплового движения v_{cp} электропроводность уменьшается. С помощью формул (11) и (12) можно качественно объяснить уменьшение электропроводности с ростом температуры, а следовательно, увеличение удельного электросопротивления ρ , поскольку $\rho = 1/\sigma$.

Действительно, средняя скорость теплового движения электронов в рамках классической модели равна

$$v_{\text{cp}} = \sqrt{8kT/\pi m}, \quad (13)$$

где k – постоянная Больцмана.

Следовательно, удельное электросопротивление ρ должно расти с увеличением температуры T по закону \sqrt{T} . В действитель-

ности эксперимент показывает, что $\rho \sim T$, и это противоречие устраняется квантовой теорией электропроводности металлов.

Целью настоящей работы является изучение температурной зависимости электросопротивления металлов (меди). Если интервал изменения температуры достаточно мал, то согласно эксперименту справедливо соотношение

$$R = R_0(1 + \alpha t), \quad (14)$$

где R – электросопротивление металла при t °С; R_0 – электросопротивление того же металла при 0°С; α – температурный коэффициент сопротивления для данного металла.

Если интервал изменения температуры достаточно мал, то приближенно можно считать коэффициент α постоянной величиной. У всех металлов сопротивление R увеличивается с ростом температуры, следовательно, для металлов коэффициент α имеет положительный знак. Температурный коэффициент сопротивления согласно формуле (14) определяется величиной

$$\alpha = 1/R_0(dR/dT). \quad (15)$$

Видно, что коэффициент α численно равен относительному приращению сопротивления проводника, изготовленного из данного металла, при увеличении температуры на один градус.

Описание установки

На рис. 1 показана принципиальная схема измерения электросопротивления. Здесь R – измеряемое электросопротивление

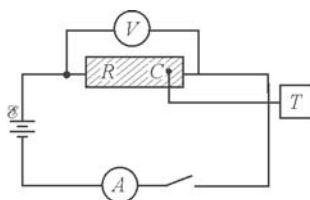


Рис. 1

в виде медной проволоки, намотанной на специальный каркас – трубу. Амперметром измеряется сила тока I_n . Вольтметром – падение напряжения U_n на участке цепи с сопротивлением R , \mathcal{E} – ЭДС источника тока.

¹ Нагревание проводника происходит при протекании по нему тока за счет эффекта Джоуля–Ленца.

Для измерения температуры T исследуемого сопротивления R^1 в точке C обеспечен тепловой контакт полупроводникового датчика измерения температуры с медным проводом.

В данной измерительной установке в качестве датчика температуры использован полупроводниковый диод, принцип действия которого основан на появлении контактной разности потенциалов на границе полупроводников n - и p -типа. Используется выпрямляющее действие диода, при котором в прямом направлении на диоде контактная разность потенциалов практически линейно зависит от температуры.

На рис. 2 изображен внешний вид измеряемого сопротивления (2) в виде медной проволоки, намотанной на трубу (1), в которую вставлен датчик температуры (3).

Электропитание производится через разъем, подключаемый через кабель к разъему «Термостат» измерительной системы ИСТ-2М (рис. 3).

На переднюю панель ИСТ-2М вынесены следующие элементы схемы или органы управления:

«СЕТЬ» – тумблер включения сети.

Цифровой индикатор. Его свечение свидетельствует о включении питания прибора. Интерпретация показаний определяется нажатой кнопкой переключателя:

« U_H » – напряжение на концах медной проволоки в вольтах;

« I_H » – ток в измерительной цепи в миллиамперах;

« T » – температура подключенного к системе температурного датчика (в $^{\circ}\text{C}$) с разрешением $0,1^{\circ}$; таким образом, термометр измеряет температуру проволоки, если нажата кнопка « T_1 » (см. рис. 3).

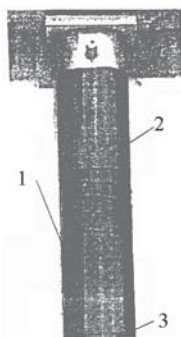


Рис. 2

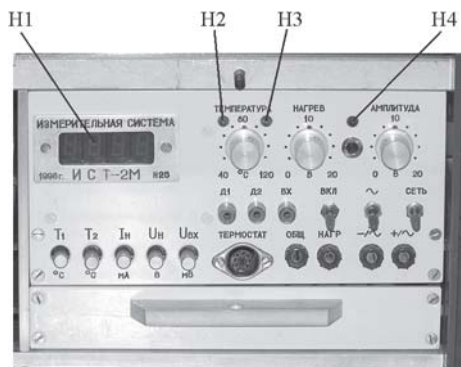


Рис. 3

«ТЕМПЕРАТУРА» – ручка регулировки температуры термостата в пределах 40–100°С.

«НАГРЕВ» – ручка регулировки напряжения нагревателя в пределах 0–20 В.

«ВКЛ» – тумблер включения нагревателя.

Все измерения проводятся в режиме термостатирования ($T = \text{const}$). Необходимая температура измерения устанавливается ручкой «ТЕМПЕРАТУРА». Если температура ниже установленной регулятором «ТЕМПЕРАТУРА», то светится зеленый индикатор «Н2» (см. рис. 3). Если же температура приближается к установленной регулятором «ТЕМПЕРАТУРА», то включается терморегулятор и напряжение на нагревателе снижается. Соответствующее напряжение указано в таблице и устанавливается ручкой «НАГРЕВ». При этом светятся два индикатора: зеленый «Н2» и красный «Н3». Система переходит в режим термостатирования ($T_1 = \text{const}$). Если светится только красный индикатор, то система переходит в режим термостатирования при остывании измеряемого сопротивления.

Порядок измерений

Сопротивление R при комнатной температуре определяется при пониженном напряжении (5–6 В) на обмотке проволоки во избежание ее нагрева. Затем устанавливается рабочее напряжение U_H в пределах 10–20 В, задавая нужные значения температуры с помощью регулятора «ТЕМПЕРАТУРА» (см. рис. 2 и таблицу ниже).

После стабилизации каждого значения температуры $T^{\circ}\text{C}$ измеряется напряжение U_H (В) и ток I_H (мА), протекающий по исследуемому проводнику. По формуле $R = U_H / I_H$ вычисляется искомое сопротивление. Результаты измерений напряжения, тока и сопротивление R записываются в таблицу.

$T, ^{\circ}\text{C}$	$U_H, \text{В}$	$I_H, \text{мА}$	$R, \text{Ом}$

Необходимо произвести 10–15 измерений сопротивления проводника.

1. На миллиметровке постройте график зависимости электро-сопротивления от температуры $T^{\circ}\text{C}$.

2. Найдите значение dR/dT как тангенс угла наклона прямой $R(t)$.

3. Определите R_0 методом экстраполяции прямой $R(t)$ на ось $t^\circ\text{C} = 0$ как отрезок, отсекаемый этой прямой на оси ординат при 0°C .

4. Определите температурный коэффициент сопротивления меди с учетом абсолютной ошибки измерений по формуле

$$\alpha = 1/R_0 dR/dT \pm \Delta\alpha.$$

Сравните полученные данные с табличными значениями α для меди.

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 2. Электричество и магнетизм. — 4-е изд., перераб. — М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 11. Классическая теория электропроводности металлов.

§ 11.1. Природа носителей тока в металлах.

§ 11.2. Элементарная классическая теория металлов.

Задача № 59

ИЗМЕРЕНИЕ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ

Цель задачи: измерение диэлектрической проницаемости некоторых твердых диэлектриков.

Основные понятия и соотношения

В данной задаче в основе измерения диэлектрической проницаемости некоторого диэлектрика лежит формула для емкости плоского конденсатора, заполненного данным диэлектриком:

$$C = \varepsilon \varepsilon_0 S / d, \quad (1)$$

где S – площадь обкладок конденсатора; d – расстояние между обкладками; ε – диэлектрическая проницаемость диэлектрика; $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная.

Из формулы (1) следует соотношение

$$\varepsilon = Cd / \varepsilon_0 S, \quad (2)$$

которое позволяет вычислить искомую диэлектрическую проницаемость ε , если известны емкость конденсатора C , площадь обкладок S и расстояние между ними d .

Один из способов определения емкости конденсатора C состоит в том, чтобы последовательно этому конденсатору подключить некоторый другой конденсатор с известной емкостью C_0 и составить цепь, содержащую источник постоянного тока и батарею последовательно соединенных конденсаторов C и C_0 .

Если в цепи, представленной на рис. 1, U – разность потенциалов на обкладках конденсатора C , и U_0 – разность потенциалов на обкладках конденсатора C_0 , то, учитывая, что заряды q конденсаторов C и C_0 при последовательном соединении одинаковы, будем иметь

$$q = CU = C_0 U_0,$$

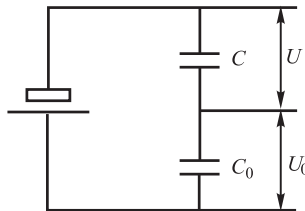


Рис. 1

откуда

$$C = U_0 / UC_0. \quad (3)$$

Следовательно, для определения емкости конденсатора C достаточно в цепи, изображенной на рис. 1, измерить разности потенциалов U и U_0 на конденсаторах C и C_0 .

Существенно, что при измерении разности потенциалов (напряжения) на некотором участке AB произвольной цепи измеряемое напряжение несколько меняется вследствие подключения вольтметра. Условием правильного измерения напряжения на данном участке цепи вольтметром, имеющим сопротивление R , является выполнение соотношения

$$R_{AB} \ll R,$$

где R_{AB} — сопротивление участка AB .

При измерении напряжений U и U_0 на конденсаторах C и C_0 в цепи, изображенной на рис. 1, данное условие, вообще говоря, не выполнено, так как сопротивление обычных вольтметров имеет хотя и большую, но конечную величину, в то время как сопротивление конденсаторов C и C_0 постоянному току практически бесконечно.

Измерение напряжений U и U_0 на конденсаторах C и C_0 с помощью вольтметра становится возможным, если в качестве источника тока в цепи использовать источник не постоянного, а переменного синусоидального тока (рис. 2).

В цепи, изображенной на рис. 2, напряжения U и U_0 на конденсаторах C и C_0 меняются по синусоидальному закону:

$U(t) = U_a \sin \omega t$ и $U_0(t) = U_{0a} \sin \omega t$, где U_a и U_{0a} — амплитудные значения напряжений U и U_0 , ω — круговая (циклическая) частота, связанная с обычной частотой ν ($\nu = 1/T$, где T — период) соотношением $\omega = 2\pi\nu$. Для данной цепи формула (3) справедлива для значений U и U_0 в произвольный момент времени, в частности для амплитудных значений этих напряжений U_a и U_{0a} , а следовательно, и для действующих, или эффективных, значений U_d и U_{0d} , которые связаны с амплитудными значениями формулами $U_d = U_a / \sqrt{2}$ и $U_{0d} = U_{0a} / \sqrt{2}$:

$$C = U_{0d} / U_d C_0. \quad (4)$$

Как известно, вольтметры переменного напряжения измеряют именно действующее значение напряжения, так что с помо-

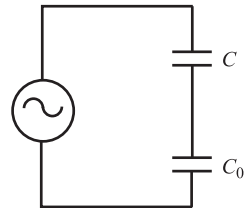


Рис. 2

стью такого вольтметра можно непосредственно измерить напряжения U_d и U_{0d} на конденсаторах C и C_0 . Условием правильного измерения вольтметром действующих значений напряжений U_d и U_{0d} является выполнение неравенств:

$$1/\omega C \ll R, 1/\omega C_0 \ll R, \quad (5)$$

где $1/\omega C$ и $1/\omega C_0$ – соответственно сопротивления конденсаторов C и C_0 переменному току; R – сопротивление вольтметра.

В данной задаче для измерения напряжений U и U_0 в цепи переменного тока используется вольтметр В7-22А, сопротивление которого R составляет 10^7 Ом, емкости исследуемых конденсаторов C с диэлектриком между обкладками имеют величину порядка сотни пикофард ($1 \text{ пФ} = 10^{-12} \text{ Ф}$), а емкость конденсатора C_0 составляет примерно 10^{-8} Ф . При этих условиях неравенства (5) можно считать выполненными, если частота ν переменного тока удовлетворяет условию $\nu \geq 10^4$ Гц. Действительно, для этой частоты имеем $\omega \geq 2\pi \cdot 10^4$ Гц и левые части неравенств (5) не превосходят $1,6 \cdot 10^5$ Ом, т.е. много меньше R .

Дополнительный способ измерения емкости C может быть получен с помощью цепи, изображенной на рис. 3, в которой R_0 – известное сопротивление.

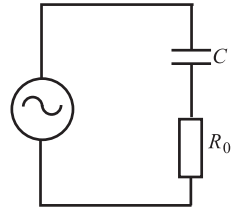


Рис. 3

Если U_d и U_{0d} – действующие значения напряжений на конденсаторе C и резисторе R_0 , то для действующего значения силы тока в цепи можно написать соотношение

$$I_d = \omega C U_d = 1/R_0 U_{0d},$$

из которого следует, что

$$C = 1/\omega R_0 U_{0d}/U_d. \quad (6)$$

Условием правильного измерения напряжений U_d и U_{0d} на конденсаторе C и резисторе R_0 в цепи, изображенной на рис. 3, является выполнение следующих неравенств: $R_0 \ll R$ и $1/\omega C \ll R$, где R – сопротивление вольтметра.

Поскольку сопротивление используемого в данной работе резистора R_0 составляет по величине примерно 1900 Ом, то для вольтметра В7-22А при частотах $\nu \geq 10^4$ Гц оба указанные неравенства можно считать выполненными.

Порядок выполнения работы

Приборы и принадлежности: разборный конденсатор, нижняя пластина которого закреплена на измерительном стенде, кон-

денсатор C_0 и резистор R_0 , закрепленные на измерительном стенде, генератор сигналов функциональный ГСФ-1, вольтметр В7-22А, пластины из диэлектрических материалов (стекло, оргстекло, текстолит).

Разборный конденсатор. Схематическое изображение разборного конденсатора (вид сбоку) приведено на рис. 4.

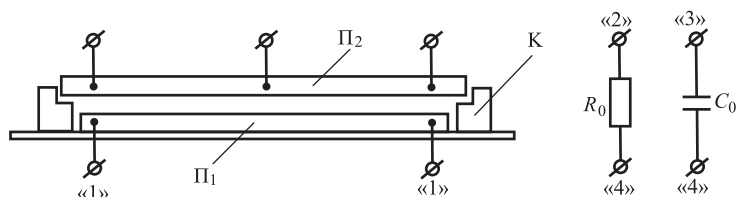


Рис. 4

Конденсатор содержит нижнюю обкладку в виде металлической пластины Π_1 , подключенной к двум гнездам «1» на измерительном стенде, верхнюю обкладку в виде съемной металлической пластины Π_2 с гнездами для подключения соединительных проводов. Окантовка K нижней обкладки конденсатора обеспечивает фиксированный зазор $d_0 = 1,9$ мм между пластинами. Если на нижнюю обкладку положен диэлектрик толщиной $d > d_0 = 1,9$ мм, то расстояние между пластинами равно толщине слоя диэлектрика.

Кроме того, на измерительном стенде имеются конденсатор C_0 , подключенный к гнездам «3» и «4» стенда, и резистор R_0 , подключенный к гнездам «2» и «4». Два гнезда «4» измерительного стенда соединены между собой.

Генератор сигналов функциональный ГСФ-1. Передняя панель генератора сигналов ГСФ-1 схематически изображена на рис. 5.

Кнопки и ручки на передней панели генератора имеют следующее назначение:

1. Кнопка «ВКЛ» служит для включения прибора в сеть.
2. Ручка «ЧАСТОТА» регулирует частоту ν напряжения, снимаемого с выходных клемм «1» и «2» генератора.
3. Кнопки « $\times 3$ », « $\times 10$ », « $\times 100$ » служат для умножения частоты ν выходного сигнала генератора, установленной с помощью ручки «ЧАСТОТА», на соответствующий множитель. При одновременном нажатии нескольких кнопок « $\times 3$ », « $\times 10$ », « $\times 100$ » частота умножается на произведение всех соответствующих множителей. Точное значение частоты ν выходного сигнала генератора в герцах высвечивается на четырехразрядном индикаторе

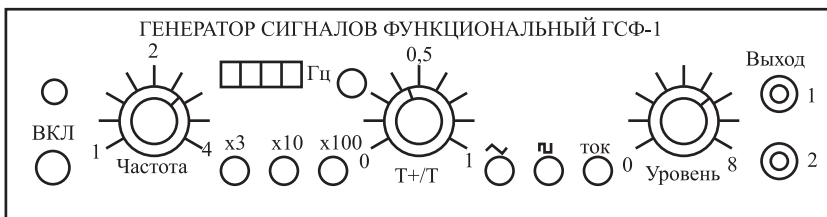


Рис. 5

частоты (при условии, что отжата расположенная рядом с индикатором кнопка, определяющая режим его работы; если указанная кнопка нажата, то индикатор работает в режиме высвечивания частоты внешнего напряжения, которое может быть подано извне на специальный разъем на задней панели генератора).

4. Ручка «УРОВЕНЬ» служит для регулировки величины выходного сигнала генератора.

5. Кнопка «□» в нажатом состоянии служит для получения на выходе генератора сигнала прямоугольной формы. При отпущенной кнопке «□» формирование сигнала на выходе генератора определяется кнопкой «~»: при отпущенной кнопке «~» генератор выдает сигнал синусоидальной формы, при нажатой — пилообразной формы.

6. При нажатии кнопки «ТОК» к выходной клемме «2» генератора подключается дополнительное сопротивление величиной 1 Ом, т.е. внутреннее сопротивление генератора увеличивается на 1 Ом. Подключение данного сопротивления позволяет ограничить величину тока, протекающего через генератор при коротком замыкании во внешней цепи.

7. Ручка «Т₊/Т» задействована только при нажатой кнопке «□», т.е. при сигнале генератора прямоугольной формы, и позволяет регулировать отношение длительности положительной полуволны прямоугольного сигнала к длительности периода.

Вольтметр В7-22А. Вольтметр В7-22А служит для измерения постоянного и переменного напряжения, силы переменного и постоянного тока, сопротивления постоянному току.

Передняя панель вольтметра В7-22А схематически изображена на рис. 6.

Включение вольтметра и работа с ним осуществляется следующим образом:

1. Тумблер «СЕТЬ» служит для включения прибора в сеть.
2. Для измерения переменного или постоянного напряжения нажимаются соответственно кнопки «V~» или «V-», причем из-

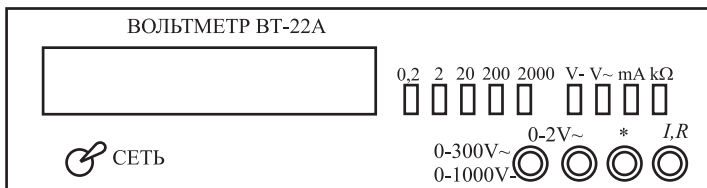


Рис. 6

мерительные провода вольтметра подключаются к клеммам «*» и соответственно «0–300 V~» или «0–1000 V-». Затем нажатием одной из кнопок «2000», «200», «20», «2», «0,2» выбирается предел измерений, т.е. максимальное значение величины (в вольтах при измерении напряжения, в миллиамперах при измерении силы тока, в килоомах при измерении «сопротивления»), которое может быть измерено вольтметром в выбранном режиме. Существенно, что чем меньше значение предела измерений, тем точнее производится измерение требуемой величины. Если измеряемое напряжение превосходит по величине установленный предел измерений, то на индикаторе прибора высвечивается значение этого предела, что свидетельствует о перегрузке прибора. Таким образом, оптимальным является измерение на шкале с минимальным пределом измерения, но на которой еще не происходит перегрузка прибора.

3. Если измеряемое напряжение не превосходит 2 В, то при работе на пределах измерений «2» и «0,2» измерительные провода вольтметра должны быть подключены к клеммам «*» и «0–2 V \cong ».

4. Для измерения силы тока измерительные провода вольтметра подключаются к клеммам «*» и «I, R» и нажимаются кнопки «mA» и соответственно «V~» или «V-» при измерении соответственно силы переменного или постоянного тока. Выбор оптимальной шкалы измерения аналогичен выбору шкалы при измерении напряжения (см. пункт 2).

5. Для измерения сопротивления нажимается кнопка «kΩ» и измерительные провода вольтметра подсоединяются к клеммам «*» и «I, R». Выбор оптимальной шкалы измерения аналогичен выбору шкалы при измерении напряжения и силы тока.

Подготовка приборов к работе

1. Включите генератор ГСФ-1 и вольтметр В7-22А с помощью соответственно кнопок «ВКЛ» и тумблера «СЕТЬ».

2. Задайте на выходе генератора ГСФ-1 синусоидальное напряжение. Для этого отожмите кнопки «>>» и «~».

3. С помощью индикатора частоты генератора, меняя положение ручки «ЧАСТОТА» и нажимая кнопки « $\times 3$ », « $\times 10$ », « $\times 100$ », определите максимальное значение частоты сигнала ν_{\max} , которое можно получить с помощью генератора. Результат запишите в тетрадь. (В ходе работы максимальное значение частоты ν_{\max} по мере прогрева генератора постепенно увеличивается). При считывании показаний индикатора для частоты ν_{\max} имейте в виду, что если значение частоты превосходит 9999 Гц, т.е. представляет собой пятизначное число, например 10523, то на индикаторе высвечиваются лишь последние четыре разряда этого числа.

4. Подключите вольтметр В7-22А к выходным клеммам «1» и «2» генератора и, меняя положение ручки «УРОВЕНЬ» на его передней панели, определите максимальное действующее значение напряжения выходного сигнала генератора при нажатой и отжатой кнопке «ТОК». Результаты запишите в тетрадь.

Упражнение 1

Определение емкости конденсатора C_0

1. Соберите цепь, изображенную на рис. 7, в которой конденсатор C представляет собой воздушный конденсатор и не содержит пластины из диэлектрика.

2. На генераторе сигналов ГСФ-1 задайте максимально возможное значение частоты ν выходного напряжения, для чего ручку «ЧАСТОТА» поставьте в крайнее правое положение и нажмите кнопки « $\times 3$ », « $\times 10$ », « $\times 100$ » множителей частоты.

3. Величину выходного напряжения генератора задайте максимальной, повернув ручку «УРОВЕНЬ» в крайнее правое положение.

4. Отключите дополнительное сопротивление величиной 1 Ом от выходной клеммы «2» генератора, отжав кнопку «ТОК».

5. Измерьте напряжение U_d на конденсаторе C с помощью вольтметра В7-22А, подключив один из измерительных прово-

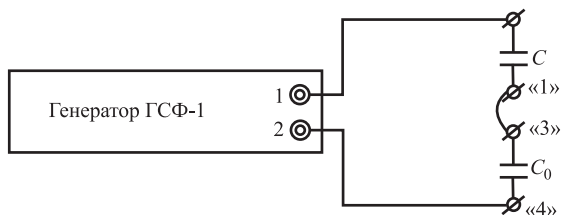


Рис. 7

дов вольтметра к гнезду «1» (или «3») измерительного стенда, а другой – к одному из трех гнезд на верхней пластине конденсатора C .

6. Измерьте напряжение U_{0d} на конденсаторе C_0 с помощью вольтметра В7-22А, подключив измерительный провод от клеммы «*» вольтметра к гнезду «4» измерительного стенда, а второй измерительный провод – к гнезду «3» (или «1»).

7. Вычислите емкость конденсатора C по формуле плоского конденсатора (1), считая, что диэлектрическая проницаемость воздуха $\epsilon_{\text{возд}} \approx 1$ и учитывая, что $d = 1,9$ мм и площадь обкладок конденсатора $S = 220$ см².

8. Учитывая найденное значение емкости конденсатора C , рассчитайте емкость конденсатора C_0 по формуле

$$C_0 = U_d / U_{0d} C,$$

следующей из формулы (4).

9. Оцените погрешность измерения емкости конденсатора C_0 , считая, что напряжения U_d и U_{0d} измерены с относительной погрешностью 1%.

Упражнение 2

Измерение сопротивления резистора R_0 и проверка формулы для емкости плоского конденсатора

1. Измерьте сопротивление резистора R_0 с помощью вольтметра В7-22А, подключив его измерительные провода к гнездам «2» и «4» измерительного стенда.

2. Соберите цепь, изображенную на рис. 8, в которой конденсатор C представляет собой воздушный конденсатор и не содержит пластины из диэлектрика.

3. На генераторе сигналов ГСФ-1 задайте максимально возможное значение частоты ν выходного переменного напряжения, для чего ручку «ЧАСТОТА» поставьте в крайнее правое положение и нажмите кнопки « $\times 3$ », « $\times 10$ », « $\times 100$ » множителей час-

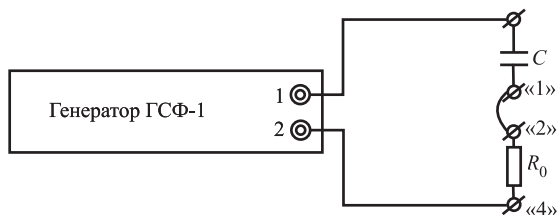


Рис. 8

тоты. Запишите в тетрадь полученное значение частоты ν по показаниям индикатора частоты на передней панели генератора.

4. Величину выходного напряжения генератора задайте максимальной, повернув ручку «УРОВЕНЬ» в крайнее правое положение.

5. Отключите дополнительное сопротивление величиной 1 Ом от выходной клеммы «2» генератора, отжав кнопку «ТОК».

6. Измерьте напряжения U_d и U_{0d} на конденсаторе C и резисторе R_0 с помощью вольтметра В7-22А. При измерении напряжения U_d на конденсаторе C один из измерительных проводов вольтметра подключается к гнезду «1» (или «2») измерительного стенда, а другой — к одному из трех гнезд на верхней пластине конденсатора C . При измерении напряжения U_{0d} на резисторе R_0 измерительные провода вольтметра подключаются к гнезду «1» (или «2») и соответственно гнезду «4» измерительного стенда.

7. Рассчитайте емкость воздушного конденсатора C по формуле

$$C = 1/2\pi\nu R_0(U_{0d}/U_d), \quad (7)$$

следующей из формулы (6).

8. Оцените погрешность измерения емкости C , считая, что напряжения U_d и U_{0d} измерены с относительной погрешностью 1%, а сопротивление R_0 и частота ν — с относительной погрешностью 0,1%.

9. Сравните полученное значение для емкости C со значением, вычисленным в пункте 7 упражнения 1 по формуле (1) для емкости плоского конденсатора.

Упражнение 3

Определение диэлектрической проницаемости различных диэлектриков (1-й способ)

1. Измерьте толщину пластин диэлектрика из стекла, оргстекла и текстолита с помощью штангенциркуля. Для каждой из пластин измерение толщины выполните четыре раза — в середине каждой из сторон пластины. Результаты занесите в табл. 1.

2. Соберите электрическую схему, изображенную на рис. 7, и, вставляя поочередно пластины диэлектрика из стекла, оргстекла и текстолита между обкладками конденсатора C , проведите измерения напряжения U_d и U_{0d} на конденсаторах C и C_0 с помощью вольтметра В7-22А. При измерении напряжения U_{0d} на конденсаторе C_0 измерительный провод от клеммы «*» вольт-

метра должен быть подключен к гнезду «4» измерительного стенда, т.е. к пластине конденсатора C_0 , соединенной с клеммой «2» генератора). Результаты измерений занесите в табл. 2.

Таблица 1

	Толщина пластины диэлектрика, мм				
	d_1	d_2	d_3	d_4	d_{cp}
Стекло					
Оргстекло					
Текстолит					

Таблица 2

	U_d , В	U_{0d} , В	C , пФ	ϵ
Стекло				
Оргстекло				
Текстолит				

3. Рассчитайте емкость конденсатора C для каждого из диэлектриков по формуле (4) и определите диэлектрическую проницаемость каждого вещества по формуле (2), учитывая, что площадь обкладок конденсатора $S = 220 \text{ см}^2$, а расстояния между обкладками, равные толщине d пластин, изготовленных из различных диэлектриков, известны из пункта 1.

4. Оцените погрешность измерения диэлектрической проницаемости, считая, что основной вклад в погрешность обусловлен погрешностями измерения напряжений U_d и U_{0d} на конденсаторах C и C_0 , погрешностью измерения емкости конденсатора C_0 (см. упражнение 1), а также погрешностью измерения толщины пластины диэлектрика d .

Упражнение 4

Определение диэлектрической проницаемости различных диэлектриков (2-й способ)

1. Соберите электрическую цепь, изображенную на рис. 8.

2. Вставьте поочередно пластины диэлектрика из стекла, оргстекла и текстолита между обкладками конденсатора C и с помощью вольтметра В7-22А измерьте напряжения U_d и U_{0d} на конденсаторе C и сопротивление R_0 . Результаты измерений занесите в табл. 3.

3. Рассчитайте емкость конденсатора C для каждого из диэлектриков по формуле (7) и определите диэлектрическую проницаемость каждого вещества по формуле (2), учитывая, что

площадь обкладок конденсатора $S = 220 \text{ см}^2$, а расстояния между обкладками, равные толщине d пластин диэлектрика, известны из пункта 1 упражнения 3.

Таблица 3

	U_d , В	U_{0d} , В	ν , Гц	C , пФ	ϵ
Стекло					
Оргстекло					
Текстолит					

4. Оцените погрешность измерения диэлектрической проницаемости, считая, что основной вклад в указанную погрешность обусловлен погрешностью измерения величин напряжений U_d и U_{0d} на конденсаторах C и C_0 , погрешностью измерения сопротивления резистора R_0 (см. упражнение 2), а также погрешностью измерения толщины пластины диэлектрика d и погрешностью задания частоты ν генератора.

5. Сравните значения диэлектрической проницаемости для стекла, оргстекла и текстолита со значениями, полученными в упражнении 3, с учетом погрешностей измерений.

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 2. Электричество и магнетизм. — 4-е изд., перераб. — М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 2. Электрическое поле в диэлектриках.

§ 2.1. Полярные и неполярные молекулы.

§ 2.2. Поляризация диэлектриков.

§ 2.3. Поле внутри диэлектриков.

§ 2.4. Объемные и поверхностные связанные заряды.

§ 2.5. Вектор электрического смещения.

Глава 3. Проводники в электрическом поле.

§ 3.3. Электроемкость.

§ 3.4. Конденсаторы.

Задача № 60

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ГИСТЕРЕЗИСА В СЕГНЕТОЭЛЕКТРИКАХ

Цель работы: изучение явления диэлектрического гистерезиса, определение параметров предельной петли гистерезиса и их зависимости от температуры.

Основные понятия и соотношения

Явление диэлектрического гистерезиса в сегнетоэлектриках состоит в том, что в этих материалах при определенных температурах такие величины, как вектор поляризации P , полный электрический момент p образца и электрическая индукция D являются неоднозначными функциями напряженности электрического поля E и зависят от предыстории изменения поля в образце. При циклическом изменении величины напряженности поля E графическое изображение зависимости величин P , p , D от E имеет вид петли, называемой петлей диэлектрического гистерезиса.

В данной задаче явление диэлектрического гистерезиса изучается на примере зависимости электрической индукции D от напряженности электрического поля E в сегнетоэлектрическом кристалле триглицинсульфата (сокращенно ТГС), в котором имеется единственная точка Кюри $T_k = 49^\circ\text{C}$. Для исследования используется кристаллический образец в виде пластинки, вырезанной из кристалла ТГС перпендикулярно направлению, в котором возникает вектор спонтанной поляризации при температурах ниже T_k . На широкие поверхности пластинки нанесены металлические обкладки, образующие плоский конденсатор и позволяющие при подаче на них переменного напряжения создавать в образце переменное электрическое поле с напряженностью $E = U/d$, где d – толщина образца. В качестве переменного напряжения в задаче используется напряжение с частотой городской сети $\nu = 50$ Гц).

Для наблюдения петли диэлектрического гистерезиса используется осциллограф, на горизонтально отклоняющие пластины которого подается напряжение U_x , пропорциональное напряженности электрического поля E в кристалле, а на вертикально отклоняющие пластины – напряжение U_y , пропорциональное электрической индукции D . При этом на экране осциллографа в соответствующем масштабе будет воспроизводиться изображение петли гистерезиса, которое электронный луч пробегает с частотой 50 Гц в секунду.

Принципиальная схема получения напряжений U_x и U_y представлена на рис. 1.

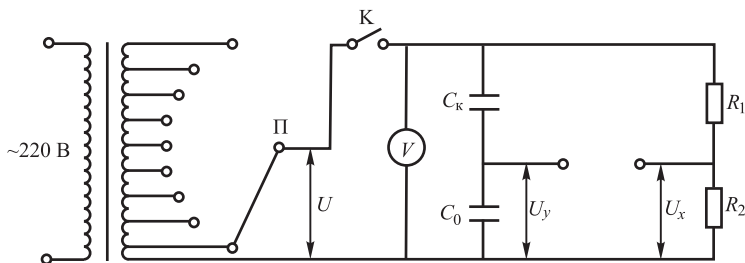


Рис. 1

В этой схеме конденсатор C_k , образованный металлическими обкладками, нанесенными на образец, подключается к источнику переменного напряжения последовательно с опорным конденсатором C_0 большой емкости $C_0 \gg C_k$ ($C_0 = 0,1$ мкФ). При таком соединении конденсаторы C_k и C_0 в любой момент времени имеют одинаковый заряд, который можно определить по формуле

$$Q = CU, \quad (1)$$

где $C = C_k C_0 / (C_k + C_0)$ – емкость последовательного соединения конденсаторов C_k и C_0 .

В результате напряжение на конденсаторе C_k принимает вид

$$U_k = Q / C_k = C_0 / (C_k + C_0) U \approx U \quad (2)$$

и, следовательно, напряженность электрического поля E в кристалле оказывается пропорциональной напряжению U_x на сопротивлении R_2 :

$$E = U_k / d \approx U / d = (R_1 + R_2) U_x / R_2 d. \quad (3)$$

Далее заметим, что электрическая индукция D поля в конденсаторе C_k , содержащем образец, равна $D = \epsilon_0 E'$, где E' – электрическое поле, которое создавалось бы в этом конденсаторе тем же зарядом Q на обкладках, но в отсутствие кристалла. Тогда можно написать

$$D = \epsilon_0 E' = Q / S = C_0 U_y / S, \quad (4)$$

где S – площадь обкладок конденсатора C_k .

Следовательно, электрическая индукция D в кристалле оказывается пропорциональной напряжению U_y на конденсаторе C_0 .

Форма петли гистерезиса, наблюдаемая на экране осциллографа, и ее параметры – коэрцитивная сила и остаточная элек-

трическая индукция (совпадающая по величине с остаточной поляризацией в соответствии с формулой $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$) – зависят от температуры образца, поскольку от температуры зависит величина возникающей в нем спонтанной (самопроизвольной) поляризации. Для изучения температурной зависимости формы и параметров петли гистерезиса конденсатор C_k , содержащий образец, помещается внутрь нагревательной катушки, при пропускании тока через которую выделяется джоулево тепло, приводящее к увеличению температуры образца.

Для контроля за температурой образца рядом с ним внутри нагревателя (нагревательной катушки) помещается термистор – полупроводниковый прибор, сопротивление которого изменяется по известному закону при увеличении температуры. Подключая термистор к источнику эдс и измеряя протекающий через него ток, можно определить сопротивление термистора, а значит, и температуру образца в данный момент времени.

Описание экспериментальной установки

Блок-схема установки для изучения явления диэлектрического гистерезиса приведена на рис. 2 и состоит из следующих основных частей:

1. Нагревательное устройство – элемент установки, внутри которого размещены обмотка нагревателя, исследуемый образец и термистор, служащий для измерения температуры.

2. Гистерезисограф – прибор, содержащий все элементы схемы формирования напряжений U_x и U_y , схемы измерения температуры и схемы нагревателя, не вошедшие в нагревательное устройство.

3. Осциллограф для наблюдения петли диэлектрического гистерезиса.



Рис. 2

Вид нагревательного устройства (в разрезе) представлен на рис. 3.

Образец (исследуемый кристалл с нанесенными металлическими обкладками) (1) и термистор (2) расположены в камере (3), закрывающейся сверху крышкой (4). По периметру камеры (3) проходит обмотка нагревателя (5), при включении тока

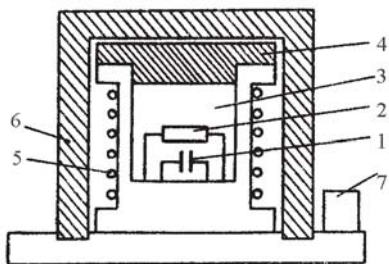


Рис. 3



Рис. 4

через которую температура в камере может изменяться от комнатной до примерно 60°C . Камера (3) защищена от окружающей среды теплоизолирующим стаканом (6) из пенопласта. На подставке термостата имеется электрический разъем (7) с тремя парами выводов, которые служат для подключения образца (1), термистора (2) и нагревателя (5) к гистерезисографу.

Передняя панель гистерезисографа изображена на рис. 4.

Тумблеры на передней панели гистерезисографа имеют следующее назначение:

- 1) тумблер «СЕТЬ» служит для включения прибора в сеть;
- 2) тумблер «КРИСТАЛЛ» включает схему формирования напряжений U_x и U_y , пропорциональных напряженности электрического поля и электрической индукции в образце (ключ «К» в схеме на рис. 1);
- 3) тумблер «ТЕРМОМЕТР» включает ток через обмотку нагревателя (5) (см. рис. 3).

Переключатель переменного напряжения $0\div 400\text{ В}$, расположенный на передней панели слева, служит для выбора величины напряжения U и подачи его на образец в схеме формирования напряжений U_x и U_y (переключатель П в схеме на рис. 1).

Вольтметр V , расположенный над переключателем (вольтметр V в схеме на рис. 1), служит для определения точного значения напряжения U в вольтах в каждом из положений переключателя. С клемм X и Y снимаются напряжения U_x и U_y на горизонтально и вертикально отклоняющие пластины осциллографа.

В правой части передней панели гистерезисографа расположен микроамперметр, который включен в цепь термистора и предназначен для отсчета температуры. Градуировочная кривая шкалы микроамперметра, т.е. график зависимости тока через

микроамперметр от температуры, помещена на столе рядом с установкой.

Для наблюдения петли гистерезиса используется осциллограф СИ-72. (Описание работы осциллографа имеется в задаче № 65.)

Порядок выполнения работы

1. Сопоставьте экспериментальную установку с блок-схемой, приведенной на рис. 2. Найдите в установке нагревательное устройство и гистерезисограф, ознакомьтесь с передней панелью прибора.

2. Включение осциллографа. Перед включением прибора в сеть установите органы управления лучом в следующие положения: ручки « \odot », «*», « \downarrow », « \leftrightarrow » – в среднее положение; «СТАБИЛЬНОСТЬ» – в крайнее правое положение; переключатель «ВОЛЬТ/ДЕЛЕН» – в положение «1»; кнопку «ВХОД» – нажмите, кнопку «.» – отожмите. Затем, проверив, что шнур питания осциллографа подключен к сети ~ 220 В, тумблером «СЕТЬ» включите прибор. При этом должна загореться сигнальная лампочка. Через 2–3 минуты, если необходимо, отрегулируйте яркость и фокусировку возникшей на экране осциллографа светящейся точки ручками «*» и « \odot ». Если луч на экране осциллографа не виден даже при максимальной яркости, при помощи ручек « \updownarrow » и « \leftrightarrow » переместите его в пределы рабочей части экрана.

3. Включение гистерезисографа. Перед включением гистерезисографа в сеть установите тумблеры «ПОДОГРЕВ», «КРИСТАЛЛ», «ТЕРМОМЕТР» на его передней панели в положение «ВЫКЛ». Затем, проверив, что шнур питания гистерезисографа подключен к сети ~ 220 В, включите прибор тумблером «СЕТЬ». При этом около тумблера «СЕТЬ» на приборе должна загореться красная сигнальная лампочка.

4. Установите переключатель напряжений $0 \div 400$ В на передней панели гистерезисографа в положение 400 В и тумблером «КРИСТАЛЛ» включите схему формирования напряжений U_x и U_y , пропорциональных напряженности электрического поля \vec{E} и электрической индукции \vec{D} в образце. При этом на экране осциллографа должно появиться изображение петли гистерезиса. С помощью ручек осциллографа « \leftrightarrow » и « \updownarrow » установите изображение петли гистерезиса в центре экрана электронно-лучевой трубки и отрегулируйте яркость и фокус изображения (с помощью ручек «*» и « \odot »).

5. Установите переключатель «ВРЕМЯ/ДЕЛЕН», на передней панели осциллографа в такое положение (например, 0,2 *ms* или 0,5 *ms*), при котором петля гистерезиса на экране осциллографа становится наиболее удобной для наблюдения.

6. Определите температуру образца в термостате в момент включения установки. С этой целью включите схему измерения температуры с помощью тумблера «ТЕРМОМЕТР» и снимите показание микроамперметра *mA* на передней панели гистерезисографа; по градуировочному графику, находящемуся на столе рядом с установкой, определите температуру и запишите ее значение в тетрадь.

Упражнение 1

Определение параметров предельной петли диэлектрического гистерезиса

1. Установите переключатель напряжений 0÷400 В на передней панели гистерезисографа последовательно в положения 0, 50, 100, ..., 400 В и проследите, как при этом меняется форма петли гистерезиса на экране осциллографа. Убедитесь, что при последних переключениях — площадь петли гистерезиса практически перестает увеличиваться: на экране осциллографа начинает наблюдаться так называемая предельная петля гистерезиса, характеризующаяся тем, что максимальное достигаемое в ней значение поляризации в образце совпадает с величиной его спонтанной поляризации. Схематически зарисуйте в тетрадь на одном чертеже форму петель гистерезиса, отвечающих положениям переключателя напряжений 100, 200 и 400 В.

Далее во всех пунктах данного упражнения и в упражнении 2 будут исследоваться параметры предельной петли гистерезиса, для чего переключатель напряжений следует установить в положении 400 В.

2. Определите амплитудное значение переменного напряжения, подаваемого на образец в положении переключателя напряжений 400 В, по формуле

$$U_0 = U\sqrt{2},$$

где U — действующее (эфффективное) значение этого напряжения. Точное значение величины U в данном положении переключателя определите по показанию вольтметра гистерезисографа.

3. Определите максимальное значение напряженности электрического поля в образце E_{\max} , отвечающее концам петли гистерезиса, по формуле

$$E_{\max} = U/d, \quad (5)$$

где d – толщина образца ($d = 0,5$ мм).

4. Определите максимальное значение электрической индукции в образце D_{\max} , отвечающее концам петли гистерезиса, по формуле

$$D_{\max} = C_0(U_y)_{\max}/S = C_0 Y_{\max} \gamma / 2S, \quad (6)$$

где C_0 – емкость опорного конденсатора ($C_0 = 0,1$ мкФ); Y_{\max} – полная протяженность петли по вертикали, выраженная в больших делениях шкалы на экране осциллографа; γ – чувствительность осциллографа по оси Y , определяемая положением переключателя «ВОЛЬТ/ДЕЛЕН» осциллографа и в положении «1» этого переключателя имеющая значение $\gamma = 1$ В/деление; S – площадь обкладок конденсатора C_k , $S = 9$ мм².

Для определения величины Y_{\max} удобно отключить вход осциллографа от клемм «X» гистерезисографа, прекращая тем самым подачу напряжения и на горизонтально отклоняющие пластины осциллографа; в результате на экране электронно-лучевой трубки будет наблюдаться вертикальная линия, длина которой равна протяженности петли гистерезиса по вертикали и легко может быть измерена. После измерения величины Y_{\max} для восстановления изображения петли гистерезиса на экране достаточно вновь подать напряжение U_x с клемм «X» гистерезисографа на горизонтально отклоняющие пластины осциллографа.

5. Определите значение диэлектрической проницаемости в кристалле ТГС при напряженности электрического поля в нем $E = E_{\max}$ по формуле

$$\varepsilon = D_{\max} / \varepsilon_0 E_{\max}, \quad (7)$$

где $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/М. В качестве значений E_{\max} и D_{\max} используйте значения этих величин, найденные в пунктах 3, 4 данного упражнения.

6. Вычислите величину коэрцитивной силы E_c в кристалле ТГС (при температуре, при которой в данный момент находится образец и которая была определена выше), по формуле

$$E_c = X_c / X_{\max} E_{\max}, \quad (8)$$

где X_{\max} и X_c – соответственно полная протяженность петли гистерезиса по горизонтали и ее ширина, выраженные в (больших) делениях шкалы на экране осциллографа.

Для определения величины X_c следует с помощью ручек « \leftrightarrow », « \updownarrow » управления лучом осциллографа расположить центр петли

гистерезиса в начале координат масштабной шкалы на экране осциллографа и определить длину отрезка, отсекаемого петлей на оси X , в больших делениях шкалы.

Для определения величины X_{\max} удобно отключить вход осциллографа от клемм «Y» гистерезисографа, прекращая тем самым подачу напряжения и на вертикально отклоняющие пластины осциллографа. В результате на экране будет наблюдаться горизонтальная полоска, длина которой равна протяженности петли гистерезиса по горизонтали и легко может быть измерена. После измерения величины X_{\max} для восстановления изображения петли гистерезиса на экране осциллографа достаточно вновь подать напряжение U_y с клемм «Y» на вертикально отклоняющие пластины осциллографа. Величина E_{\max} в формуле (8) была определена в пункте 3 данного упражнения.

7. Определите величину спонтанной поляризации кристалла ТГС (при температуре, которую в данный момент имеет образец), по формуле

$$P_s = D_{\max} - \varepsilon_0 E_{\max}, \quad (9)$$

где величины E_{\max} и D_{\max} определены выше в пунктах 3 и 4. Легко видеть, что если диэлектрическая проницаемость

$$\varepsilon = D_{\max} / \varepsilon_0 E_{\max} \quad (10)$$

при напряженности электрического поля в кристалле $E = E_{\max}$ удовлетворяет соотношению $\varepsilon \gg 1$, то вместо формулы (9) для определения величины спонтанной поляризации можно использовать формулу

$$P_s \cong D_{\max}. \quad (11)$$

Упражнение 2

Изучение температурной зависимости спонтанной поляризации сегнетоэлектрика ТГС (выполняется по указанию преподавателя)

1. Включите тумблер «ПОДОГРЕВ» на передней панели гистерезисографа. При включении этого тумблера через обмотку нагревателя в термостате начинает протекать некоторый постоянный ток, температура образца увеличивается, что приводит к уменьшению сопротивления и возрастанию тока в цепи термистора.

2. Пользуясь градуировочной кривой шкалы микроамперметра гистерезисографа, определите по микроамперметру, каким значениям тока соответствуют температуры образца в термостате $t = 30, 37, 43, 48, 49^\circ\text{C}$. Полученные значения тока выпишите

в тетрадь. При установлении каждого из указанных значений тока по микроамперметру определите параметр Y_{\max} петли гистерезиса, аналогично тому, как это было сделано в пункте 4 упражнения 1. Схематически зарисуйте (на одном чертеже) форму петли гистерезиса для температур образца 30, 43 и 49°C и дайте качественное объяснение характера изменения этой формы с увеличением температуры кристалла.

ВНИМАНИЕ! После выполнения задания данного пункта выключите нагревательный ток термостата, поставив тумблер «ПОДОГРЕВ» на передней панели гистерезисографа в положение «ВЫКЛ».

3. Используя полученные в предыдущем пункте значения величины Y_{\max} для каждого из значений температуры 30, 37, 43, 48, 49°C, вычислите спонтанную поляризацию кристалла ТГС по формуле

$$P_s = D_{\max} - \varepsilon_0 E_{\max} = C_0 Y_{\max} \gamma / 2S - \varepsilon_0 E_{\max}, \quad (12)$$

где величина E_{\max} определена в пункте 3 упражнения 1.

4. Постройте график зависимости спонтанной поляризации P_s кристалла ТГС от температуры. При построении графика используйте также значение спонтанной поляризации кристалла до включения подогрева, найденное в пункте 7 упражнения 1.

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 2. Электричество и магнетизм. — 4-е изд., перераб. — М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 2. Электрическое поле в диэлектриках.

§ 2.1. Полярные и неполярные молекулы.

§ 2.2. Поляризация диэлектриков.

§ 2.3. Поле внутри диэлектриков.

§ 2.4. Объемные и поверхностные связанные заряды.

§ 2.5. Вектор электрического смещения.

Глава 3. Проводники в электрическом поле.

§ 3.3. Емкость.

§ 3.4. Конденсаторы.

Задача № 61

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ, ПОДВИЖНОСТИ И ТИПА НОСИТЕЛЕЙ ТОКА С ПОМОЩЬЮ ЭФФЕКТА ХОЛЛА

Цель задачи: исследование эффекта Холла в полупроводнике германия с примесью. Это исследование включает: измерение постоянной Холла, расчет концентрации носителей тока, измерение удельного сопротивления образца, расчет подвижности носителей тока и определение типа носителей тока в полупроводнике.

Основные понятия и соотношения

Суть эффекта Холла заключается в следующем. Если пластинку с текущим по ней электрическим током плотности \mathbf{j} поместить в магнитное поле, вектор магнитной индукции \mathbf{B} которого перпендикулярен вектору плотности тока \mathbf{j} , то на боковых поверхностях пластинки в направлении, перпендикулярном векторам \mathbf{j} и \mathbf{B} , возникнет разность потенциалов, называемая холловской разностью потенциалов.

Рассмотрим механизм возникновения эффекта Холла на примере примесного полупроводника, в котором электрический ток осуществляется носителями одного знака (электронами или дырками). Возьмем для примера пластинку полупроводника n -типа (рис. 1, см. движение только отрицательного заряда).

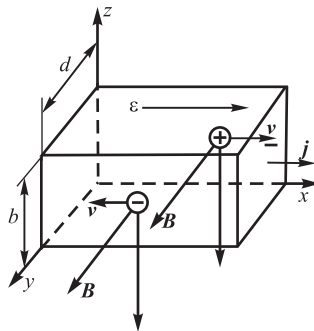


Рис. 1

Упорядоченное движение электронов в пластинке происходит со средней скоростью v , направленной противоположно вектору \mathbf{j} . На движущиеся электроны действует сила Лоренца

$$\mathbf{F}_л = e[\mathbf{v}\mathbf{B}].$$

Если $\mathbf{v} \perp \mathbf{B}$, то

$$|\mathbf{F}_\perp| = evB. \quad (1)$$

Направление силы Лоренца определяется в соответствии с результатом векторного произведения. В результате действия силы Лоренца на движущиеся электроны верхняя грань пластинки заряжается положительно, а нижняя — отрицательно, вследствие чего вдоль оси z возникает электрическое поле, получившее название поля Холла (\mathbf{E}_x).

Если носителями тока являются дырки, то направление скорости их упорядоченного движения совпадает с направлением тока и сила Лоренца будет отклонять положительные заряды вниз. При этом нижняя грань зарядится положительно, а верхняя — отрицательно (рис. 1, см. движение только положительно-го заряда).

В направлении z возникнет поле Холла — \mathbf{E}_x , но другого знака при тех же направлениях плотности тока \mathbf{j} и индукции \mathbf{B} . На этом основании по знаку поля Холла можно экспериментально определить тип носителей тока.

Итак, установлено, что сила Лоренца, действующая на носители тока вдоль оси z , приводит к появлению вдоль этой оси электрического поля Холла, препятствующего перемещению зарядов (электронов или дырок) к соответствующим граням. Равновесие наступает при условии, когда электрическая сила $e\mathbf{E}_x$ уравновесит силу Лоренца, т.е.

$$|\mathbf{F}_\perp| = |\mathbf{F}_x|, \quad evB = eE_x, \quad (2)$$

$$\mathbf{E}_x = v\mathbf{B}. \quad (3)$$

Отсюда следует, что холловская разность потенциалов (эдс Холла) равна

$$\Delta\varphi_x = E_x b = vBb, \quad (4)$$

здесь b — размер пластинки вдоль оси z .

Среднюю скорость v упорядоченного движения носителей можно выразить через силу тока I (используя формулу $I = env$):

$$v = (I/bd)(1/ne),$$

где площадь сечения равна bd .

Следовательно, эдс Холла

$$\Delta\varphi_x = (bBI/bd)en = (1/en)(I/d)B \quad (5)$$

или

$$\Delta\varphi_x = R_x(I/d)B, \quad (6)$$

где $R_x = 1/en$ называется **постоянной Холла**.

Из соотношения (4) видно, что знак эдс Холла зависит от направления вектора \mathbf{B} , т.е. эффект Холла является нечетным эффектом.

При измерении эдс Холла необходимо учитывать побочные эффекты, один из которых, например, возникает из-за асимметричного расположения холловских контактов. В данном случае этот эффект дает основную ошибку. Влияния асимметрии в расположении холловских контактов на результаты измерений можно избежать следующим образом.

Предположим, что холловские электроды Ж и К (рис. 2) находятся на разных эквипотенциальных поверхностях образца (и несколько смещены относительно друг друга).

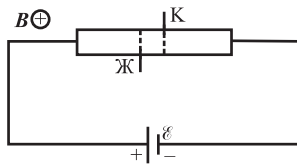


Рис. 2

В этом случае между ними возникнет дополнительная разность потенциалов $\Delta\varphi_I$, знак которой зависит только от направления тока через образец. Разность потенциалов, измеряемая между контактами Ж и К ($\Delta\varphi_{жк}$) является суммой двух величин, одна из которых (холловская) зависит от направления магнитного поля \mathbf{B} , а другая $-\Delta\varphi_I$ от направления \mathbf{B} не зависит. Измеряя $\Delta\varphi_{жк}$ при двух равных по величине, но противоположных по направлению значениях индукции магнитного поля \mathbf{B} , получим:

$$\Delta\varphi_{жк}(+\mathbf{B}) = +\Delta\varphi_X + \Delta\varphi_I, \quad (7)$$

$$\Delta\varphi_{жк}(-\mathbf{B}) = -\Delta\varphi_X - \Delta\varphi_I.$$

Решая эту систему уравнений, для холловской разности потенциалов получаем следующее выражение:

$$\Delta\varphi_X = (\Delta\varphi_{жк}(+\mathbf{B}) - \Delta\varphi_{жк}(-\mathbf{B}))/2. \quad (8)$$

Как следует из соотношения (6), постоянную Холла R_X и, следовательно, концентрацию носителей тока n можно найти из тангенса угла наклона прямой

$$\Delta\varphi_X = f(\mathbf{B}).$$

Для определения подвижности носителей тока μ необходимо измерить удельное сопротивление полупроводниковой пластинки ρ . Подвижность μ можно вычислить по формуле

$$\mu = \sigma / en = R_x \sigma = R_x / \rho, \quad (9)$$

где σ – электропроводность образца; ρ – его удельное сопротивление.

Описание установки

Блок-схема установки представлена на рис. 3.

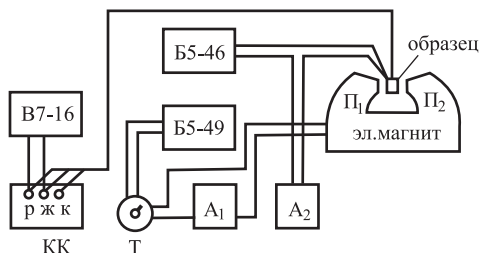


Рис. 3

В состав установки входят: электромагнит; компас для определения направления магнитного поля, создаваемого электромагнитом; источник питания электромагнита Б5-49; источник, создающий ток через образец Б5-46; амперметры A_1 и A_2 ; переключатель Т, изменяющий направление тока через электромагнит; клеммная колодка КК; цифровой вольтметр В7-16; образец. Взаимное расположение приборов на рис. 3 соответствует их размещению на лабораторном столе. Источники питания Б5-46 и Б5-49 являются стабилизированными источниками постоянного напряжения, поддерживающими с большой точностью (0,01%) выходное напряжение в диапазонах 0–10 и 0–100 В соответственно. Установка выходного напряжения осуществляется цифровыми кодовыми переключателями напряжения, расположенными в левом верхнем углу (в окошке). Максимальный ток нагрузки стабилизатора Б5-49 равен 1 А. Поэтому ток через электромагнит не должен превышать этой величины. Стабилизатор Б5-46 устроен так же, как и стабилизатор Б5-49, максимальный ток нагрузки стабилизатора Б5-46 равен 10 А.

Оба стабилизатора получают питание от сети переменного тока напряжением 220 В, их включают за несколько минут перед началом измерений.

Токи в цепях установки измеряются амперметрами типа М-253, класс точности которых равен 0,5. Для измерения тока через магнит служит амперметр A_1 , отмеченный в установке

надписью «ТОК МАГНИТА». Амперметр A_2 с надписью «ТОК ОБРАЗЦА» измеряет ток через образец.

Для измерения напряжений используется цифровой вольтметр В7-16. Результат измерения напряжения высвечивается на индикаторном табло в виде четырехзначного числа. Знаки (+) или (-) перед числом указывают на полярность измеряемого напряжения, а буквенный символ «V» (mV) в конце числа — на размерность измеряемой величины. Для того чтобы показания на индикаторном табло соответствовали измеряемой величине, перед началом измерений устанавливают нуль вольтметра и производят его калибровку (об установке нуля и калибровке см. ниже).

Вольтметр В7-16 получает питание от сети ~ 220 В, его включают за 30 мин до начала измерений.

Клеммная колодка служит для подключения вольтметра к соответствующим точкам образца. Буквенные символы у клемм соответствуют обозначениям, принятым на рис. 4, 5.

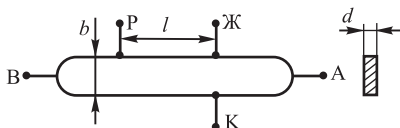


Рис. 4

Объектом исследования во всех трех упражнениях является образец, форма которого показана на рис. 4.

Он изготовлен из пластинки полупроводника (германий с примесью). Выбранная форма обеспечивает равномерную плотность тока в тех частях образца, в которых измеряются разности потенциалов $\Delta\varphi_{жк}$ и $\Delta\varphi_{рж}$, пропорциональные напряжению Холла $\Delta\varphi_x$ и удельному сопротивлению образца соответственно. Контакты Ж, К и Р лежат в плоскости, параллельной плоскости полюсных наконечников электромагнита. Характерные размеры образца: $l = 0,300$ см, $d = 0,078$ см, $b = 0,200$ см. В целях защиты от механических повреждений он вмонтирован в футляр из оргстекла. Схема расположения образца в электромагните приведена на рис. 5.

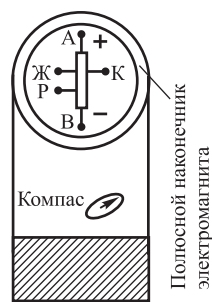


Рис. 5

Рисунок 5 соответствует виду на образец со стороны полюсного наконечника электромагнита П (см. рис. 3). Источник на-

пряжения В5-46 подключен к точкам А и В образца так, что точка А соединена с положительным потенциалом. Потенциальные выводы образца Ж, К, Р соединены проводниками с одноименными контактами клеммной колодки.

Подготовка вольтметра В7-16 к измерениям

1. Включить прибор и прогреть его в течение 30 мин.
2. Установить переключатель «РОД РАБОТЫ» в положение (установка нуля) и ручкой $>0<$ (установка нуля плавно) установить на индикаторном табло четыре нуля, причем знаки (+) и (–) перед нулями должны появляться одинаково часто.
3. Установить переключатель «РОД РАБОТЫ» в положение «◆» (калибровка) и ручкой «◆» (установка калибровки плавно) установить на индикаторном табло показание 9317 (число 9317 является контрольным напряжением, источник которого находится внутри вольтметра).

УКАЗАНИЕ. В случае невозможности осуществления вышеуказанными операциями установки нуля и калибровочного напряжения 9317, необходимо обратиться за помощью к лаборанту или преподавателю.

После установки нуля и калибровки можно приступить к измерению напряжений.

Измерение напряжения вольтметром В7-16

1. Убедиться в том, что переключатель «ПРЕДЕЛ ИЗМЕРЕНИЯ» находится в положении 1 В.
2. Поставить переключатель «РОД РАБОТЫ» в положение U, 1s.
3. Присоединить концы кабеля вольтметра к точкам, между которыми производится измерение напряжения (клеммам ЖК или ЖР в зависимости от выполняемого упражнения). Произвести отсчет показаний на индикаторном табло.

Упражнение 1

Измерение постоянной Холла и расчет концентрации носителей тока

Установить через образец ток $I = 10$ мА, что соответствует выходному напряжению стабилизатора Б5-46, равному 9,92 В.

Концы входного кабеля вольтметра В7-16 вставить в гнезда Ж и К произвольно и не менять их положения до конца измерений. Измерить с учетом знака разность потенциалов $\Delta\varphi_{жк}$ при токах через магнит, указанных в табл. 1. В табл. 1 указаны и ориентировочные значения выходного напряжения стабилизатора Б5-49, соответствующие этим токам.

Измерения $\Delta\varphi_{\text{жк}}$ выполнить для двух направлений тока через электромагнит. Условно можно считать одно направление тока (а следовательно, и индукции \mathbf{B}) положительным, другое – отрицательным.

Начинать измерения $\Delta\varphi_{\text{жк}}$ необходимо с малых значений токов, переходя последовательно (как указано в табл. 1) к большим. Выполнив все измерения при одном направлении тока, снизить напряжение на электромагните до нуля, изменить положение переключателя направления тока T на противоположное и измерить $\Delta\varphi_{\text{жк}}$ при тех же значениях тока через электромагнит.

Индукцию магнитного поля определить по графику. График зависимости индукции B от тока через электромагнит (1) находится на лабораторном столе. Значение напряжений $\Delta\varphi_{\text{жк}} (\pm B)$ и индукции B записать в табл. 1.

Таблица 1

№ п/п	Ток электромагнита I, A	Напряжение Б5-49 $U, \text{В}$	Магнитная индукция $B, \text{Гс}^1$	$\Delta\varphi_{\text{жк}} (+B),$ мВ	$\Delta\varphi_{\text{жк}} (-B),$ мВ	$\Delta\varphi_{\text{х}},$ мВ
1	0,10	3,0				
2	0,20	6,0				
·						
·						
·						
9	0,90	27				

Для всех значений индукции B по формуле (8) вычислить холловскую разность потенциалов $\Delta\varphi_{\text{х}}$. Результаты вычислений записать в табл. 1.

Построить на миллиметровой бумаге график зависимости $\Delta\varphi_{\text{х}} = f(B)$. Используя формулу (6), вычислить постоянную Холла $R_{\text{х}}$.

При вычислениях выразить ток через образец I в амперах, холловскую разность потенциалов $\Delta\varphi_{\text{х}}$ – в вольтах, индукцию магнитного поля B – в гауссах и размеры d образца – в сантиметрах ($[R_{\text{х}}] = [B \cdot \text{см} / \text{A} \cdot \text{Гс}]$).

Для определения концентрации носителей тока постоянную Холла удобно представить в единицах $[R_{\text{х}}] = [\text{см}^3 / \text{A} \cdot \text{с}]$. Воспользовавшись соотношением

¹ Напомним, что гаусс является единицей измерения магнитной индукции в системе СГСМ и он связан с единицей измерения индукции в системе СИ (тесла) соотношением $1 \text{ Тл} = 10^4 \text{ Гс}$.

$$1 \text{ В} = 10^8 \text{ Мкс/с} = 10^8 \text{ Гс} \cdot \text{см}^2/\text{с}, \quad (10)$$

получим

$$R_x [\text{см}^3/\text{А} \cdot \text{с}] = R_c [\text{В} \cdot \text{см}/\text{А} \cdot \text{Гс}]. \quad (11)$$

По формуле $n = 1/(R_x e)[1/\text{см}^3]$, где $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, определить концентрацию носителей тока в образце.

Считая, что абсолютные погрешности измерения величин $\Delta\varphi_x$, B , d равны соответственно $\pm 0,1$ мВ, ± 20 Гс, $\pm 0,001$ см, а погрешность величины I определяется классом точности амперметра A_2 , вычислить абсолютную и относительную погрешности измерения R_x и n .

Упражнение 2

Измерение удельного сопротивления образца и расчет подвижности носителей тока

Уменьшить ток через электромагнит до нуля. Проверить и при необходимости установить нуль вольтметра В7-16. Переключить входной кабель вольтметра из клеммы К в клемму Р.

Измерить разность потенциалов $\Delta\varphi_{\text{рж}}$ при трех значениях тока I через образец, указанных в табл. 2 (ток через образец устанавливается кнопочными переключателями стабилизатора Б5-46). Результаты измерений $\Delta\varphi_{\text{рж}}$ записать в табл. 2. В эту же таблицу записать результаты расчета сопротивления $R_{\text{рж}}$ ($R_{\text{рж}} = \Delta\varphi_{\text{рж}} / I_{\text{образца}}$) участка РЖ образца, а также абсолютные и относительные ошибки в определении $R_{\text{рж}}$.

Таблица 2

№ п/п	I образца, мА	$\Delta\varphi_{\text{рж}}$, мВ	$R_{\text{рж}}$, Ом	$R_{\text{рж}}$, Ом среднее	$\Delta R_{\text{рж}}$, Ом	$-\Delta R_{\text{рж}}$, Ом среднее	$\varepsilon_{R_{\text{рж}}}$, %
1	8,0						
2	7,0						
3	6,0						

Вычислить удельное сопротивление образца:

$$\rho = \bar{R}_{\text{рж}} bd/l \quad [\text{Ом} \cdot \text{см}] \quad (12)$$

и подвижность носителей тока:

$$\mu = 1/\rho ne = R_x/\rho \quad [\text{см}^2/\text{В} \cdot \text{с}]. \quad (13)$$

Значения ρ и μ привести с указанием абсолютной и относительной погрешности. Абсолютные погрешности измерения величин b , l , d равны соответственно $\pm 0,001$ см, $\pm 0,005$ см и $\pm 0,001$ см.

Упражнение 3

Определение типа носителей тока

Установить ток через образец 8 мА.

Установить ток в обмотках электромагнита 0,8 А ($U = 24$ В).

Переключить входной кабель вольтметра В7-16 из клеммы Р в клемму К.

Определить по показаниям вольтметра полярность напряжения на клеммах К и Ж (конец кабеля, соединенный с положительной входной клеммой вольтметра, отмечен знаком «+»).

Определить с помощью компаса, укрепленного на корпусе (яре) электромагнита, направление индукции магнитного поля на образце (стрелка компаса указывает направление индукции магнитного поля между полюсами электромагнита). Северный конец стрелки окрашен в красный цвет.

Используя правило векторного произведения, определить тип носителей тока в образце.

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие: В 5 кн. Кн. 2. Электричество и магнетизм. — 4-е изд., перераб. — М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 11. Классическая теория электропроводности металлов.

§ 11.1. Природа носителей тока в металлах.

§ 11.2. Элементарная классическая теория металлов.

§ 11.3. Эффект Холла.

Задача № 62

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ ЭЛЕКТРОСОПРОТИВЛЕНИЯ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

Цель работы: определение температурной зависимости электропроводности и ширины запрещенной зоны ΔE полупроводников.

Основные понятия и соотношения

Известно, что электропроводность металлов $\sigma = en\mu$, где e – заряд электрона; n – концентрация, или число электронов в единице объема; μ – подвижность, т.е. отношение скорости упорядоченного движения электронов к величине напряженности электрического поля.

Для полупроводников электропроводность

$$\sigma = en\mu_n + ep\mu_p, \quad (1)$$

где n – концентрация свободных электронов; μ_n – их подвижность; p – концентрация дырок в валентной зоне; μ_p – подвижность дырок; e – элементарный заряд.

Температурная зависимость электропроводности любого материала определяется температурными зависимостями концентрации и подвижности носителей тока.

И в полупроводниках, и в металлах подвижность носителей тока уменьшается с ростом температуры. Однако в металлах концентрация свободных электронов n неизменна и поэтому температурная зависимость электропроводности целиком определяется температурной зависимостью подвижности, т.е. с ростом температуры электропроводность металлов уменьшается.

В полупроводниках зависимость количества электронов в зоне проводимости и дырок в валентной зоне описывается распределением Больцмана¹:

$$n = n_0 \exp(-\Delta E/2kT), \quad (2)$$

$$p = p_0 \exp(-\Delta E/2kT), \quad (3)$$

где ΔE – ширина запрещенной зоны, или энергия активации; k – постоянная Больцмана; T – абсолютная температура; n_0 и p_0 – концентрации электронов и дырок при $T = 0$ К.

По сравнению с сильной зависимостью концентрации носителей тока от температуры, температурная зависимость подвижности μ полупроводников играет слабую роль. Таким образом,

¹ Этой функцией, например, определяется зависимость числа частиц массы m в единице объема от высоты h в поле силы тяжести.

можно считать, что электропроводность полупроводников в первом приближении растет с увеличением температуры примерно по тому же закону, что и концентрация электронов и дырок в формулах (2), (3).

Экспериментально обычно определяется не электропроводность, а обратная ей величина – удельное электросопротивление. Удельное электросопротивление связано с электропроводностью соотношением

$$\rho = 1/\sigma. \quad (4)$$

Тогда зависимость удельного электросопротивления от температуры будет иметь вид

$$\rho = \text{const} \exp(\Delta E/2kT). \quad (5)$$

Итак, в полупроводниках с ростом температуры электросопротивление быстро уменьшается (по экспоненциальному закону), в то время как в металлах оно относительно медленно растет (обычно по линейному закону).

Температурная зависимость электросопротивления полупроводников изображается обычно на графиках в полулогарифмических координатах. Если прологарифмировать выражение (5), то оно примет вид

$$\ln \rho = \ln \text{const} + \Delta E/2kT. \quad (6)$$

Откладывая на графике по оси ординат значения $\ln \rho$, а по оси абсцисс соответствующие значения $1/T$, получим прямую, для которой $\text{tg} \alpha = \Delta E/2k$, где α – угол наклона этой прямой к оси абсцисс. Зная наклон прямой, получим важнейшую характеристику полупроводников – ширину запрещенной зоны:

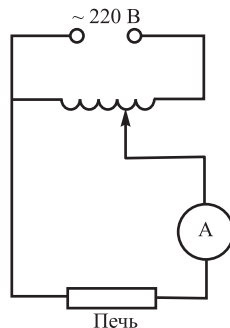
$$\Delta E = 2k \text{tg} \alpha. \quad (7)$$

Описание установки

Приборы и принадлежности: два цифровых вольтметра В7-27 (один – для измерения электросопротивления, другой – для измерения температуры); лабораторный автотрансформатор (ЛАТР); амперметр; печь; стеклянная трубка с образцом.

Для нахождения температурной зависимости электросопротивления полупроводников образец германия с нанесенными на нем контактами помещается в стеклянную трубку. Сопротивление образца измеряется с помощью вольтметра В7-27, который, кроме напряжений, позволяет измерять электросопротивление образцов. Стеклянная трубка с образцом вставляется в электронагревательную печь (на рисунке дана схема питания электропечи).

Ток печи регулируется лабораторным автотрансформатором (ЛАТР) и измеряется амперметром. Температура образца определяется с помощью температурного датчика, расположенного в непосредственной близости от него (0,5 мм). Данный температурный датчик устроен таким образом, что на цифровом табло вольтметра В7-27, измеряющего температуру, сразу получаются значения температуры в градусах Цельсия.



Порядок измерений

1. Включите вольтметр В7-27, измеряющий электросопротивление образца, установив тумблер «СЕТЬ» в верхнее положение. При этом должны высветиться цифры индикаторного табло.

2. Установите переключатель рода работ и пределов измерений в положение «1кΩ».

3. Подсоедините к гнездам «U_Ω,R» и «О» вольтметра В7-27, измеряющего электросопротивление образца, измерительный кабель.

4. Включите вольтметр В7-27, предназначенный для измерения температуры образца, установив тумблер «СЕТЬ» в верхнее положение.

5. Соберите цепь электропечи согласно рисунку (установите стрелку ЛАТР на нулевую отметку).

6. Включите печь, подсоединив клеммы «СЕТЬ 220» ЛАТР к розетке 220 В, находящейся на столе.

УКАЗАНИЕ. Переключатель пределов измерений на амперметре, измеряющем ток печи, должен стоять в положении 1 А.

7. Ручкой ЛАТР установите ток печи 0,45 А и нагрейте образец до температуры не ниже 75°C (около 30 мин).

8. При данном значении тока печи снимите показания вольтметров, измеряющих электросопротивление образца и его температуру, занесите показания в таблицу.

9. Увеличивая ток в печи примерно на 0,03 А и выдерживая каждую температуру 10 мин, снимите температурную зависимость электросопротивления образца.

УКАЗАНИЕ. Максимальное значение тока в печи не должно превышать 0,7 А.

10. По окончании работы ручку ЛАТР установите в нулевое положение.

11. Установите тумблер «СЕТЬ» вольтметров В7-27 в нижнее положение.

Обработка результатов измерений

1. Зная электросопротивление образца и его размеры ($l = 1,11$ см, $S = 0,17$ см²), определите удельное сопротивление образца германия при каждой исследуемой температуре ($\rho = RS/l$). Полученные значения занесите в таблицу.

2. Постройте график зависимости удельного электросопротивления ρ от абсолютной температуры T , откладывая по оси абсцисс значения T , а по оси ординат – ρ .

3. Постройте график, откладывая по оси ординат $\ln \rho$, а по оси абсцисс $1/T$. Определите $\operatorname{tg} \alpha$ угла наклона получившейся прямой к оси абсцисс.

4. По формуле (7) вычислите ширину запрещенной зоны ΔE исследуемого полупроводника¹.

5. Оцените погрешность полученного результата.

I, A	$R, \text{Ом}$	$\rho, \text{Ом}\cdot\text{см}$	$\ln \rho$	$T (K) = t^{\circ}\text{C} + 273^{\circ}$	$1/T, K^{-1}$

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 5. Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц. – 4-е изд., перераб. – М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 8. Электропроводность металлов и полупроводников.

§ 8.2. Энергетические зоны в кристаллах.

§ 8.6. Электропроводность полупроводников.

¹ Для того чтобы получить значение величины ΔE в электрон-вольтах, нужно взять значение постоянной Больцмана $k = 8,62 \cdot 10^{-5}$ эВ/К.

Задача № 63

ИЗУЧЕНИЕ СТАТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК БИПОЛЯРНОГО ТРАНЗИСТОРА

Цель задачи: знакомство с работой полупроводникового транзистора в качестве усилителя электрических сигналов.

Основные понятия и соотношения

Устройство и принцип действия биполярного транзистора (БПТ). БПТ состоит из трех областей, которые образуют два p - n -перехода. Одна из крайних областей вместе с выводом носит название эмиттера (Э), другая крайняя область вместе с выводом называется коллектором (К), а средняя область вместе с выводом – базой (Б). Происхождение названия областей соответствует их функциональным действиям при приложении внешних электрических напряжений к БПТ. Поскольку средняя область является основной управляющей областью для построения двух n - p -переходов, она названа базой (называют ее также «основанием», «основным электродом», «управляющим электродом»). Транзисторы бывают типа p - n - p и n - p - n . Рассмотрим схему транзистора p - n - p . Нижняя p -область (рис. 1), примыкающая к базе, является в схеме источником носителей тока. Она инжектирует подвижные заряды в базу, поэтому ее называют эмиттером.

Инжекцией называется введение носителей тока в область, где они являются неосновными носителями. В случае БПТ типа p - n - p эмиттер инжектирует в базу дырки, где они оказываются неосновными носителями. Верхняя p -область, примыкающая к базе, в схеме «собирает» носители заряда, вышедшие из эмиттера, поэтому эта область получила название коллектора.

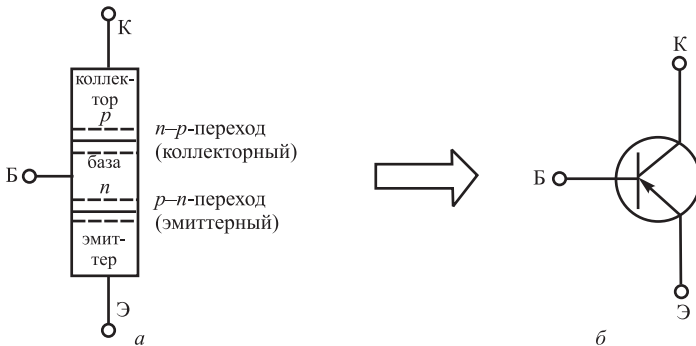


Рис. 1

Переход между эмиттером и базой ($p-n$ -переход) называется **эмиттерным переходом**. Переход между базой и коллектором ($n-p$ -переход) называется **коллекторным переходом** (см. рис. 1).

Режим работы транзистора, его функциональные свойства определяются соотношениями потенциалов на его электродах, а также схемой включения его электродов.

Рассмотрим обычный режим транзистора, когда он работает в качестве усилителя. Усиление определяется как процесс, при котором небольшой ток или напряжение управляет большим током или напряжением. В идеальном случае на выходе транзистора будет получен сигнал тока или напряжения, воспроизводящий форму меньшего входного сигнала тока или напряжения, но превосходящий его по амплитуде.

При включении БПТ в электрическую схему два его электрода служат для введения входного сигнала и два электрода – для выведения выходного сигнала. Поскольку БПТ имеет три электрода, то один из них обязательно используется дважды и называется общим для входных и выходных цепей. Когда общим для входа и выхода является эмиттер (база, коллектор), такая схема носит название схемы с общим эмиттером – ОЭ (с общей базой – ОБ, с общим коллектором – ОК).

Рассмотрим схему с ОЭ. Она находит широкое применение, так как характеризуется большим коэффициентом усиления по току и по напряжению. В этой схеме включения:

а) к эмиттерному $p-n$ -переходу напряжение источника питания подается в прямом направлении, а к коллекторному $n-p$ -переходу – в обратном направлении, т.е. цепи база–эмиттер и база–коллектор работают как диоды, диод база–эмиттер открыт и диод база–коллектор смещен в обратном направлении (рис. 2);

б) коллектор имеет более отрицательный потенциал, чем база и эмиттер, а база имеет немного более отрицательный потенциал, чем эмиттер (рис. 2). Для БПТ типа $n-p-n$ полярность источников питания противоположна. Для таких транзисторов коллектор положителен как относительно базы, так и относительно эмиттера, а база имеет небольшой положительный потенциал относительно эмиттера.

Ток базы I_b , ток в цепи коллектора I_k и ток в цепи эмиттера $I_э$ подчиняются 1-му закону Кирхгофа:

$$I_э = I_b + I_k.$$

Из опыта известно, что приращение тока I_K прямо пропорционально приращению тока I_B , т.е.

$$\Delta I_K = \beta \Delta I_B,$$

где β – коэффициент пропорциональности, его называют коэффициентом усиления по току БПТ, включенного в схеме с ОЭ.

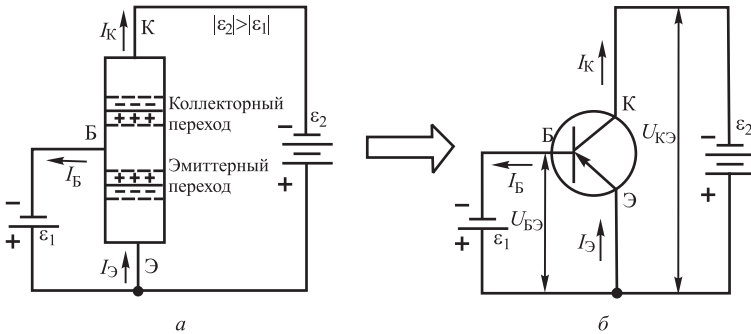


Рис. 2

Рассмотрим физические процессы, происходящие в БПТ типа $p-n-p$, включенном в схеме с ОЭ.

К эмиттерному $p-n$ -переходу напряжение E_1 подается в прямом направлении. Это означает, что под влиянием приложенного напряжения E_1 потенциальный барьер на границе $p-n$ -перехода уменьшается и начинается движение дырок из эмиттера в базу, а электронов – из базы в эмиттер, т.е. через эмиттерный переход начинает протекать ток. Желательно добиться максимального перехода дырок из эмиттера на базу, а обратный переход электронов из базы на эмиттер свести к минимуму. Для такой односторонней инжекции дырок в базу концентрацию дырок в эмиттере делают в 10^2-10^3 раз больше концентрации электронов в базе. Поэтому встречный поток электронов из базы в эмиттер можно не учитывать и переход дырок из эмиттера в базу создает ток эмиттера I_E , т.е. $I_E \approx I_{\text{дырок}}$. При этом уменьшение количества дырок в эмиттере компенсируется уходом из него во внешнюю цепь такого же количества электронов.

Так как коллекторный переход включен в обратном направлении, сопротивление его значительно превышает сопротивление материала базы. Поэтому падение напряжения на базе оказывается пренебрежимо малым. Это означает практически полное отсутствие электрического поля в базе. Следовательно, дырки, вышедшие в базу из эмиттера, далее перемещаются по

базе лишь за счет диффузии. Если ширина базы мала по сравнению со средней длиной пробега дырки до места ее рекомбинации l_0 , то большая часть дырок достигает коллекторного перехода. Обычно это условие в БПТ всегда выполняется. Так, в германии Ge $l_0 \cong (0,3-0,5)$ мм, и чтобы уменьшить вероятность рекомбинации дырок, толщина базы берется не более 0,25 мм.

Вблизи коллекторного перехода, включенного в обратном направлении, поток дырок попадает под действие захватывающего их электрического поля. Это поле вызывает быстрый дрейф дырок через коллекторный переход в область коллектора, где дырки становятся основными носителями и беспрепятственно доходят до вывода коллектора. В месте контакта коллекторной области с металлическим выводом эти дырки рекомбинируют с поступающими из внешней цепи свободными электронами и тем самым обеспечивают протекание тока I_K в цепи коллектора.

Следует отметить, что не все дырки, прошедшие через эмиттерный переход, доходят до коллекторного перехода. Часть дырок, вошедших в базу и перемещающихся по ней, все же успевает рекомбинировать с электронами. Рекомбинация дырок в базе вызывает соответствующий приток электронов по базовому выводу от источника питания E_1 и, следовательно, появление тока базы I_B . Поэтому коллекторный ток I_K оказывается меньше эмиттерного тока I_E на величину I_B , т.е.

$$I_K = I_E - I_B.$$

В электронной технике напряжения обычно измеряют относительно общей точки для входных и выходных цепей. Поскольку в схеме с ОЭ общей точкой является эмиттер, то все напряжения рассматриваются относительно эмиттера (см. рис. 2).

Обычно напряжение между базой и эмиттером обозначают $U_{БЭ}$ (см. рис. 2), а напряжение между коллектором и эмиттером — $U_{КЭ}$.

Вольт-амперные статические характеристики (входные и выходные) биполярного транзистора в схеме с ОЭ. По своей сути БПТ является усилителем тока, так как небольшой по величине ток базы I_E управляет значительно большим током коллектора I_K . Однако БПТ можно также использовать и в качестве усилителя напряжения. Для этого в цепи коллектора БПТ подключается сопротивление (резистор) нагрузки R_K .

Режим работы БПТ, когда отсутствует сопротивление нагрузки R_K в цепи коллектора, называют статическим. При анализе и расчете транзисторных схем используются характеристики тран-

зисторов в статическом режиме. Характеристиками транзистора обычно называют графически представленные зависимости между токами и напряжениями в его входных и выходных цепях. Статическими характеристиками называют характеристики БПТ, снятые в статическом режиме. В справочниках обычно приводятся статические входные характеристики и статические выходные характеристики, которые являются наиболее важными для БПТ.

а) Входные вольт-амперные характеристики. **Статической входной характеристикой** транзистора называется график зависимости величины входного тока $I_{\text{ВХ}}$ от величины входного напряжения $U_{\text{ВХ}}$ при постоянном значении выходного напряжения $U_{\text{ВЫХ}}$:

$$I_{\text{ВХ}} = f(U_{\text{ВХ}}) \Big|_{U_{\text{ВЫХ}} = \text{const}}.$$

Статической выходной характеристикой транзистора называется график зависимости выходного тока $I_{\text{ВЫХ}}$ от выходного напряжения $U_{\text{ВЫХ}}$ при постоянном значении входного тока $I_{\text{ВХ}}$:

$$I_{\text{ВЫХ}} = f(U_{\text{ВЫХ}}) \Big|_{I_{\text{ВХ}} = \text{const}}.$$

Рассмотрим схему с ОЭ (см. рис. 2б). Входной ток здесь — ток базы $I_{\text{Б}}$, входное напряжение — $U_{\text{БЭ}}$.

Напряжение $U_{\text{БЭ}}$ задается потенциометром R_1 , включенным в цепь источника питания ε_1 . Напряжение $U_{\text{КЭ}}$ определяется потенциометром R_2 , включенным в цепь источника ε_2 .

На рис. 3 представлены две входные характеристики транзистора в схеме с ОЭ: $I_{\text{Б}} = f(U_{\text{БЭ}})$ при $U_{\text{КЭ}} = 0$ В и $U_{\text{КЭ}} = -5$ В.

Особенностью входных характеристик является зависимость их наклона от величины коллекторного напряжения $U_{\text{КЭ}}$. При уменьшении отрицательного напряжения $U_{\text{КЭ}}$ наклон характеристик в сторону оси напряжений $U_{\text{БЭ}}$ заметно уменьшается. В справочниках обычно указывают входные характеристики при $U_{\text{КЭ}} = 0$ и $U_{\text{КЭ}} = -5$ В.

Величина входного сопротивления $R_{\text{ВХ}}$ транзистора в схеме с ОЭ определяется выражением

$$R_{\text{ВХ}} = \Delta U_{\text{ВХ}} / \Delta I_{\text{ВХ}} = \Delta U_{\text{БЭ}} / \Delta I_{\text{Б}} \Big|_{U_{\text{КЭ}} = \text{const}}.$$

Эта величина определяется по статической входной характеристике. Пусть точка A на характеристике $I_{\text{Б}}(U_{\text{БЭ}})$ при $U_{\text{КЭ}} = -5$ В (рис. 3) является рабочей, т.е. изменения напряжения $\Delta U_{\text{БЭ}}$ отсчитываются в ту или иную сторону от данного напряжения $U_{\text{БЭ}}$. Найдем величину $R_{\text{ВХ}}$ в точке A . Для этого проведем касательную к входной характеристике в данной точке A (штриховая линия

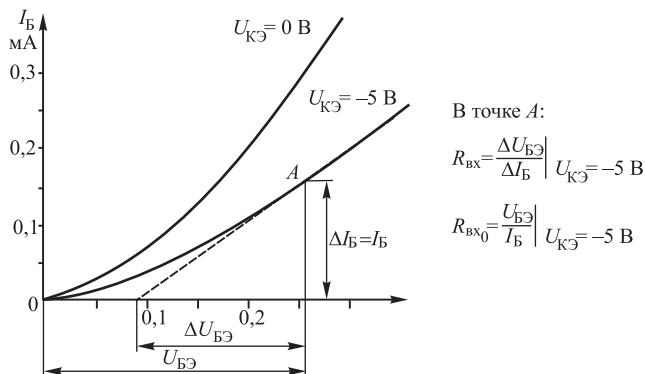


Рис. 3

на рис. 3) до пересечения ее с осью абсцисс. Таким образом, величина $R_{\text{вх}}$ в точке A определяется величиной котангенса угла наклона касательной в рабочей точке к оси напряжений $U_{\text{БЭ}}$.

Отношение постоянного напряжения на входе $U_{\text{вх}}$ к входному току $I_{\text{вх}}$ транзистора называется входным сопротивлением транзистора по постоянному току и обозначается $R_{\text{вх}0}$.

Для схемы с ОЭ имеем для любой произвольной точки A на входной статической характеристике

$$R_{\text{вх}0} = U_{\text{БЭ}} / I_{\text{БЭ}} \Big|_{U_{\text{КЭ}} = \text{const}},$$

т.е. $R_{\text{вх}0}$ равно отношению координат точки A .

б) Выходные вольт-амперные характеристики. Выходным током в схеме с ОЭ является коллекторный ток $I_{\text{К}}$, выходным напряжением $U_{\text{вых}}$ — напряжение коллектор-эмиттер $U_{\text{КЭ}}$. Зависимость коллекторного тока $I_{\text{К}}$ от напряжения $U_{\text{КЭ}}$ при различных значениях тока $I_{\text{Б}}$ представляет собой семейство статических выходных характеристик транзистора в схеме с ОЭ:

$$I_{\text{К}} = f(U_{\text{КЭ}}) \Big|_{I_{\text{Б}} = \text{const}}.$$

На рис. 4 представлено семейство выходных статических характеристик в схеме с ОЭ. Графическую зависимость можно разбить на две области:

1) начальную, где наблюдается резкий рост $I_{\text{К}}$ при небольшом росте $U_{\text{КЭ}}$ (при достижении $|U_{\text{КЭ}}| = |U_{\text{БЭ}}|$ рост $I_{\text{К}}$ резко уменьшается);

2) основную, где наблюдается слабый рост $I_{\text{К}}$ при увеличении $U_{\text{КЭ}}$.

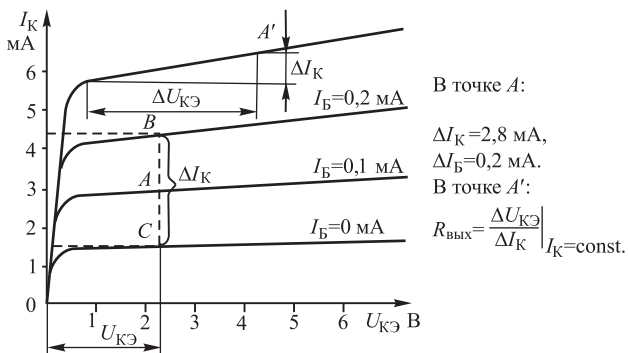


Рис. 4

Небольшая величина угла наклона основного участка (активной области) выходной характеристики свидетельствует о слабой зависимости коллекторного тока I_K от величины коллекторного напряжения $U_{КЭ}$.

Определим β в точке A . Для этого проводится перпендикуляр к оси напряжений $U_{КЭ}$ через точку A (вертикальная пунктирная линия на рис. 4). Из точек пересечения этого перпендикуляра с двумя ближайшими характеристиками над точкой A и под ней (точки B и C) проводятся прямые (горизонтальные пунктирные линии), параллельные оси напряжений. Находим $\Delta I_K = 2,8 \text{ мА}$. Изменение ΔI_B равно разности значений тока базы для двух ближайших характеристик, проходящих через точки B и C : $\Delta I_B = 0,2 \text{ мА}$. Отсюда получаем, что в точке A

$$\beta_A = \Delta I_K / \Delta I_B \Big|_{U_{\text{КЭ}} = \text{const}} = 2,8 / 0,2 = 14.$$

По выходной характеристике транзистора определяется также величина выходного сопротивления

$$R_{\text{вых}} = \Delta U_{\text{вых}} / \Delta I_{\text{вых}} = \Delta U_{\text{КЭ}} / \Delta I_K \Big|_{I_B = \text{const}}$$

равного котангенсу угла наклона характеристики к оси напряжений. Графический способ определения $R_{\text{вых}}$ транзистора по выходной характеристике в точке A' в схеме с ОЭ представлен на рис. 4.

Характеристики транзисторов имеют рабочую область, которая выделяется рядом ограничений: ограничение по величине коллекторного тока: $I_K \leq I_{K_{\text{доп}}}$ (коллекторный ток должен быть меньше допустимого, обусловленного перегревом эмиттерного перехода); ограничение по величине коллекторного напряже-

ния: $|U_{КЭ}| \leq |U_{КЭ доп}|$ так как при большой величине $|U_{КЭ}| > |U_{КЭ доп}|$ может произойти пробой коллекторного перехода.

Приборы и принадлежности: измерительный стенд с транзистором МП 40; измерительные приборы, присоединяемые к клеммам измерительного стенда: микроамперметр, милливольтметр, миллиамперметр, вольтметр.

Упражнение 1

Снятие семейства входных статических характеристик транзистора МП 40 в схеме с ОЭ: $I_B = f(U_{БЭ})|_{U_{КЭ} = \text{const}}$

Собирается установка по схеме, представленной на рис. 5.

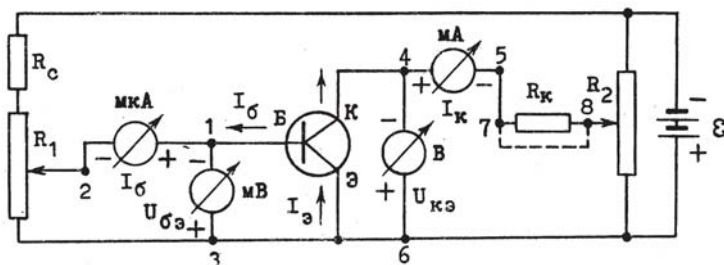


Рис. 5.

Входной ток базы I_B измеряется микроамперметром (мкА), включенным между точками 1 и 2. Входное напряжение $U_{БЭ}$ определяется милливольтметром (мВ), подсоединенным к точкам 1 и 3. Величину входного напряжения изменяют с помощью потенциометра R_1 . Величина тока I_B здесь не должна превышать 1 мА, для чего служит ограничительное сопротивление R_0 .

Входной ток коллектора I_K измеряется миллиамперметром (мА) (между точками 4 и 5). Выходное напряжение $U_{КЭ}$ определяется вольтметром (В) (между точками 4 и 6). Величина напряжения $U_{КЭ}$ изменяется с помощью потенциометра R_2 . Сопротивление R_K при снятии статических характеристик «закорачивается», т.е. точки 7 и 8 соединяются коротким проводником. В исходном состоянии ручки потенциометров R_1 и R_2 должны быть повернуты в нулевое положение.

Порядок измерений

1. Снимите первую входную характеристику $I_B = f(U_{БЭ})|_{U_{КЭ}=0 В}$ (здесь $U_{КЭ}$ — параметр характеристики).

С помощью потенциометра R_2 установите значение $U_{КЭ} = 0 В$. Изменяя с помощью R_1 величину $U_{БЭ}$ (при значениях $U_{БЭ}$ от 0 до

180 мВ через 20 мВ, отсчитываемых по милливольтметру (мВ)) снимите отсчеты I_B по микроамперметру (мкА).

2. Снимите вторую входную статическую характеристику при $U_{КЭ} = -5$ В. Снятие входной характеристики при значениях $U_{КЭ}$, отличных от нуля, осложняется тем, что необходимо поддерживать величину напряжения $U_{КЭ}$ постоянной, так как при изменении $U_{БЭ}$ изменяется и $U_{КЭ}$. Поэтому с помощью потенциометра R_2 устанавливается $U_{КЭ} = -5$ В и в дальнейшем при изменении $U_{БЭ}$ оно поддерживается постоянным. Отсчеты I_B проводите при значениях $U_{БЭ}$ от 0 до 200 мВ через 20 мВ. Обе зависимости следует занести в табл. 1. Графики обеих характеристик необходимо построить на миллиметровой бумаге на одном чертеже.

Таблица 1

$U_{КЭ} = 0$		$U_{КЭ} = -5$ В	
$U_{БЭ}$, мВ	I_B , мкА	$U_{БЭ}$, мВ	I_B , мкА
0		0	
20		20	
.		.	
.		.	
200		200	

3. Определите графически величину входных сопротивлений транзистора по построенным характеристикам, пользуясь соотношениями:

$$R_{вх} = \Delta U_{вх} / \Delta I_{вх} = \Delta U_{БЭ} / \Delta I_B |_{U_{КЭ} = 0 \text{ В}}, \quad (1)$$

$$R_{вх} = \Delta U_{вх} / \Delta I_{вх} = \Delta U_{БЭ} / \Delta I_B |_{U_{КЭ} = -5 \text{ В}}, \quad (2)$$

$$R_{вх0} = U_{БЭ} / I_B |_{U_{КЭ} = \text{const}}$$

при $I_B = 50, 100, 150, 200, 250$ мкА.

Упражнение 2

Снятие семейства выходных характеристик транзистора

МП40 в схеме с ОЭ $I_K = f(U_{КЭ}) |_{I_B = \text{const}}$:

Величину выходного напряжения устанавливают с помощью выходного потенциометра R_2 , а выходного — измеряют вольтметром (В). Соответствующие значения коллекторного тока отсчитывают по миллиамперметру (мА). Величину входного базо-

вого тока I_B поддерживают постоянной с помощью потенциометра R_1 . Величина I_B является постоянным параметром выходной характеристики.

Порядок измерений

1. Снимите выходную характеристику:

$$I_K = f(U_{КЭ})|_{I_B = 100 \text{ мкА}} \cdot$$

Установите с помощью потенциометра R_1 величину тока базы $I_B = 100$ мкА. Для каждого значения $U_{КЭ}$ запишите соответствующие значения I_K (мА). В начальной области точки для $U_{КЭ}$ берите через 0,1–0,2 В, а после $U_{КЭ} = 1$ В – через интервал в 1 В до значения $U_{КЭ} = 10$ В. Постройте на миллиметровке по полученным значениям $U_{КЭ}$ и I_K выходную характеристику:

$$I_K = f(U_{КЭ})|_{I_B = 100 \text{ мкА}} \cdot$$

2. Установив с помощью потенциометра R_1 значение тока базы $I_B = 300$ мкА, снимите следующую выходную статическую характеристику.

Значения I_B поддерживайте постоянными с помощью потенциометра R_1 .

Данные запишите в табл. 2.

Таблица 2

$I_B = 100 \text{ мкА}$		$I_B = 300 \text{ мкА}$	
$U_{КЭ}, \text{ В}$	$I_K, \text{ мА}$	$U_{КЭ}, \text{ В}$	$I_K, \text{ мА}$
0		0	
0,1		0,1	
0,2		0,2	
·		·	
·		·	
·		·	
10		10	

Постройте обе выходные характеристик на одном чертеже.

а) Определите коэффициенты усиления по току в схеме с ОЭ по точкам пересечения выходных характеристик с прямой $U_{КЭ} = -5$ В используя формулу $\beta_A = \Delta I_K / \Delta I_B |_{U_{КЭ} = \text{const}}$ для $I_B = 100$ и 300 мкА.

б) Определите величины выходных сопротивлений транзистора в схеме с ОЭ по выходным статическим характеристикам (см. рис. 4), используя соотношение $R_{\text{вых}} = \Delta U_{КЭ} / \Delta I_K |_{I_B = \text{const}}$ для $I_B = 100$ и 300 мкА.

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 5. Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц. — 4-е изд., перераб. — М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 8. Электропроводность металлов и полупроводников.

§ 8.6. Электропроводность полупроводников.

Глава 9. Контактные и термоэлектрические явления.

§ 9.5. Полупроводниковые диоды и триоды.

Задача № 64

ИЗУЧЕНИЕ КРИВОЙ НАМАГНИЧЕНИЯ ФЕРРОМАГНЕТИКА БАЛЛИСТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Цель работы: определение кривой намагничения кольцеобразного ферромагнитного образца с помощью баллистического гальванометра.

Основные понятия и соотношения

Различные вещества в магнитном поле намагничиваются, т.е. сами становятся источником магнитного поля. Магнитная индукция результирующего поля в образце определяется как

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}', \quad (1)$$

где \mathbf{B}_0 — магнитное поле в вакууме; \mathbf{B}' — дополнительное магнитное поле, создаваемое намагниченным веществом.

Под полем \mathbf{B} подразумевается поле, усредненное по объему образца. **Намагниченностью** вещества \mathbf{I} называется магнитный момент единицы объема

$$\mathbf{I} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{\Delta V} \mathbf{p}_m, \quad (2)$$

где ΔV — физически бесконечно малый объем; \mathbf{p}_m — магнитный момент отдельной молекулы.

Напряженность магнитного поля в веществе \mathbf{H} определяется как

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{I}, \quad (3)$$

где μ_0 — магнитная постоянная.

В каждой точке магнетика

$$\mathbf{I} = \chi \mathbf{H}, \quad (4)$$

где χ — характерная для данного магнетика величина, называемая **магнитной восприимчивостью**. Подставив в формулу (3) выражение (4), получим

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \chi \mathbf{H}, \quad \mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0(1 + \chi)}, \quad \mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0 \mu}. \quad (5)$$

Величина $\mu = 1 + \chi$ называется **магнитной проницаемостью** вещества.

Диамагнетизм и парамагнетизм. Магнитная проницаемость μ может быть как больше, так и меньше единицы. Вещества, для которых $\mu < 1$, называются **диамагнитными** или **диамагнетиками**

(например, азот, серебро, вода), а вещества с $\mu > 1$ — **парамагнитными** или **парамагнетиками** (например, кислород, алюминий, платина). Магнитная восприимчивость $\chi = \mu - 1$, поэтому для парамагнетиков χ положительна, а для диамагнетиков — отрицательна. Так как намагниченность вещества I связана с напряженностью магнитного поля соотношением (4), то отрицательное значение χ в диамагнетиках обозначает, что в них вектор намагничивания направлен противоположно намагничивающему полю.

Значения χ для многих диа- и парамагнетиков малы: для азота $\chi = -0,0062 \cdot 10^{-6}$, для воды $\chi = -9,0 \cdot 10^{-6}$, для кислорода $\chi = 1,8 \cdot 10^{-6}$, для алюминия $\chi = -21 \cdot 10^{-6}$. Поэтому их магнитная проницаемость $\mu = 1 + \chi$ близка к единице: многие диа- и парамагнетики намагничиваются весьма слабо.

Способность парамагнетиков намагничиваться различна при различных температурах, т.е. их магнитная восприимчивость зависит от температуры. Для них изменение восприимчивости с температурой подчиняется закону, установленному Кюри:

$$\chi = C/T, \quad (6)$$

где T — абсолютная температура, а C — постоянная (константа Кюри), зависящая от рода вещества.

Магнитная восприимчивость таких веществ монотонно изменяется с изменением температуры. Подобные вещества называются **нормальными парамагнетиками**.

Магнитная восприимчивость диамагнетиков практически не зависит от температуры.

Ферромагнетизм. Наряду с диа- и парамагнетиками имеются вещества, способные намагничиваться весьма сильно. Они называются **ферромагнетиками**. Магнитная проницаемость большинства ферромагнетиков измеряется многими сотнями и тысячами единиц, а у некоторых специально приготовленных и обработанных ферромагнетиков она достигает миллиона. К ферромагнетикам относятся, например, железо, никель, кобальт, гадолиний, их сплавы и соединения, а также соединения на основе марганца и хрома и др. Ферромагнетики, помимо способности сильно намагничиваться, обладают рядом свойств, существенно отличающих их от диа- и парамагнетиков.

Кривая намагничивания. Характерной особенностью ферромагнетиков является сложная нелинейная зависимость между индукцией B и напряженностью поля H : индукция сначала быстро увеличивается, но по мере намагничивания магнетика ее

нарастание замедляется. По значениям индукции B и поля H из (3) можно определить намагниченность магнетика. Характер зависимости I от H для ферромагнетиков изображен на рис. 1а. Намагниченность сначала быстро возрастает, но затем наступает магнитное насыщение, при котором она достигает некоторого максимального значения I_S (**намагниченность насыщения**) и практически перестает зависеть от напряженности поля. Такая кривая называется **основной кривой намагниченности**.

Вследствие нелинейной зависимости B от H магнитная проницаемость $\mu = B/(\mu_0 H)$ зависит от напряженности магнитного поля: $\mu(H)$ возрастает с увеличением поля от начального значения до некоторой максимальной величины μ_m , но затем, после прохождения через максимум, μ уменьшается и асимптотически стремится к значению, очень близкому к единице (рис. 1б).

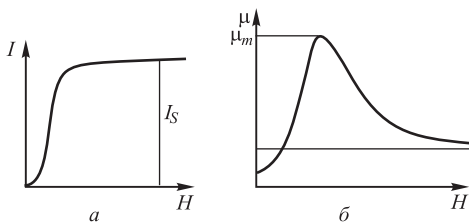


Рис. 1

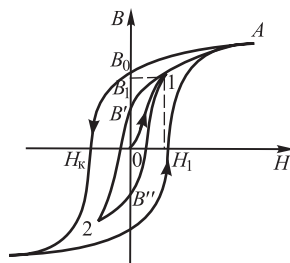


Рис. 2

Петля гистерезиса. Намагнитим первоначально ненамагниченный ферромагнетик, помещенный внутрь намагничивающей катушки. Увеличим магнитное поле от нуля до некоторого значения H_1 (рис. 2). Значение индукции в магнетике будет определяться сегментом 01 кривой 01A и изобразится отрезком ординаты $0B_1$. Если уменьшить магнитное поле, то уменьшение индукции будет изображаться уже сегментом кривой индукции $1B'$, а не кривой $1A$, и когда поле опять достигнет нулевого значения, индукция не будет равна нулю, а будет выражаться отрезком $0B'$ (**остаточная индукция**). Ферромагнетик в этом состоянии является постоянным магнитом. Если, далее, перемагничивать образец в обратном направлении, то изменение индукции будет описываться сегментом кривой $B'2$. При последующем изменении поля в обратном направлении индукция будет изменяться в соответствии с кривой $2B''1$. При цикличес-

ком перемагничивании ферромагнетика изменение индукции в нем будет изображаться петлеобразной замкнутой кривой $1B'2B''1$.

Таким образом значение индукции в ферромагнетике определяется не только существующим магнитным полем, но еще зависит от предыдущих состояний, причем происходит своеобразное отставание изменения индукции от изменений напряженности поля. Это явление получило название **магнитного гистерезиса**, а указанная выше петлеобразная кривая зависимости $B(H)$ при циклическом перемагничивании называется **петлей гистерезиса**.

Из кривых рис. 2 видно, что при устранении намагничивающего поля в магнетике сохраняется остаточная индукция. При увеличении амплитуды намагничивающего поля она стремится к предельному значению B_0 . Петля гистерезиса, соответствующая этому значению остаточной индукции, называется **максимальной**. Все другие петли гистерезиса называются **частными петлями гистерезиса**.

Чтобы уничтожить остаточную намагниченность, внутри ферромагнетика необходимо создать определенное поле, направленное против первоначального намагничивающего поля, изображаемого отрезком $0H_k$. Это поле называется **коэрцитивной силой** ферромагнетика.

Ферромагнетики с большой коэрцитивной силой называются **магнитожесткими**. Для них характерна широкая петля гистерезиса, и они используются для изготовления постоянных магнитов. **Магнитомягкие** материалы обладают узкой петлей гистерезиса и, соответственно, малой коэрцитивной силой и могут быть использованы, например, для сердечников трансформаторов.

Для того чтобы размагнитить ферромагнетик, его помещают внутрь катушки, питаемой переменным током, и силу тока постепенно уменьшают до нуля. При этом ферромагнетик подвергается многократным циклическим перемагничиваниям, соответствующим различным частным петлям гистерезиса, которые, постепенно уменьшаясь, стягиваются к точке «0» (рис. 2), где намагниченность равна нулю.

Температура Кюри. При повышении температуры способность ферромагнетиков намагничиваться уменьшается. При этом падают значения их магнитной восприимчивости и проницаемости при любом значении магнитного поля, ослабляется гистерезис и уменьшается намагниченность насыщения I_s . При некоторой температуре T_k , называемой **температурой Кюри**, фер-

ромагнитные свойства исчезают вовсе. Температура Кюри различна для разных ферромагнетиков.

При температурах, более высоких, чем температура Кюри, ферромагнетик превращается в парамагнетик. Зависимость магнитной восприимчивости χ от температуры для таких парамагнетиков подчиняется закону Кюри–Вейсса, который имеет вид

$$\chi = \frac{C}{T - T_K}, \quad (7)$$

здесь C – постоянная, зависящая от рода вещества; T_K – температура Кюри.

Природа ферромагнетизма. Ферромагнетики обладают самопроизвольным магнитным моментом, т.е. имеют магнитный момент даже в отсутствие внешнего магнитного поля. В них существует взаимодействие, заставляющее ионные и атомные магнитные моменты ориентироваться в одном направлении. Такое взаимодействие эквивалентно некоторому полю, которое называется полем Вейсса. Это поле называют также молекулярным полем или обменным полем. Ориентирующему действию поля Вейсса мешает тепловое движение элементарных магнитных моментов.

Поле Вейсса считается эквивалентным некоторому эффективному магнитному полю H_E , действующему на спины электронов. Энергия взаимодействия спинов S с полем Вейсса должна быть того же порядка величины, что и тепловая энергия спинов в точке Кюри T_K . Тогда

$$gS\mu_B H_E \approx k T_K, \quad (8)$$

или

$$H_E \approx \frac{kT_K}{gS\mu_B}, \quad (9)$$

где g (g – фактор) – параметр, зависящий от орбитального L и спинового S механических моментов атома; k – постоянная Больцмана; μ_B – магнетон Бора. В случае железа $T_K \approx 1000$ К, $g \approx 2$, $S \approx 1$, и поэтому $H_E \approx 5 \cdot 10^6$ Э. Это поле значительно сильнее поля, создаваемого собственными магнитными моментами атомов железа (величина которого не превышает значение $\sim 10^3$ Э).

Представление о молекулярном поле применимо в некоторых важных вопросах ферромагнетизма, причем поле H_E пропорционально намагниченности

$$H_E = \lambda I, \quad (10)$$

где λ — некоторая постоянная, называемая **постоянной молекулярного поля** (для железа, например, $\lambda \approx 5000$). Восприимчивость выше точки Кюри, предполагая справедливость закона Кюри (7), можно получить, если считать магнитное поле равным сумме внешнего поля H и молекулярного поля H_E . Тогда

$$\frac{I}{H + \lambda I} = \frac{C}{T} \quad (11)$$

или

$$\chi = \frac{I}{H} = \frac{C}{T - C\lambda}. \quad (12)$$

Отсюда следует, что не равная нулю намагниченность при нулевом внешнем поле появляется при температуре

$$T_K = C\lambda, \quad (13)$$

т.е. в точке Кюри. Поэтому можно записать

$$\chi = \frac{C}{T - T_K}. \quad (14)$$

Это и есть закон Кюри–Вейсса, который хорошо описывает наблюдаемые изменения восприимчивости в парамагнитной области.

Физическое происхождение молекулярного поля объясняется на основе квантовой механики наличием **обменных сил**. Можно показать, что энергия взаимодействия атомов i и j , имеющих спиновые моменты S_i и S_j , содержит член

$$E_{об} = -2JS_iS_j, \quad (15)$$

где J — **обменный интеграл**.

Наличие обменного интеграла связано с перекрытием областей электронного заряда атомов i и j . Обменная энергия не имеет классического аналога, хотя и имеет электростатическое происхождение. Она характеризует различие в энергии кулоновского взаимодействия системы в случаях, когда спины параллельны и когда они антипараллельны, которое является следствием принципа Паули. В квантово-механической системе изменение относительной ориентации двух спинов должно сопровождаться изменением пространственного распределения заряда в области перекрытия. Результирующее изменение кулоновской энергии системы удобно записать в виде выражения (15). Это выражение выглядит так, как будто спины S_i и S_j непосредственно взаимодействуют между собой.

Ферромагнитные домены. При температуре ниже точки Кюри магнитные моменты электронов ферромагнитного образца в основном устанавливаются в одном направлении, если рассматривать их с микроскопической точки зрения. Однако суммарный момент образца может оказаться значительно меньше той величины, которая соответствует состоянию насыщения, и для того, чтобы добиться насыщения, требуется внешнее магнитное поле. Это явление, обуславливающее существование **технической кривой намагничивания**, объясняется исходя из предположения, что реальный образец состоит из областей (**доменов**), внутри каждой из которых намагниченность равна намагниченности насыщения, но направления векторов намагниченности различных доменов не обязательно параллельны друг другу. Схематическое расположение доменов в монокристаллическом образце с равной нулю результирующей намагниченностью показано на рис. 3а.

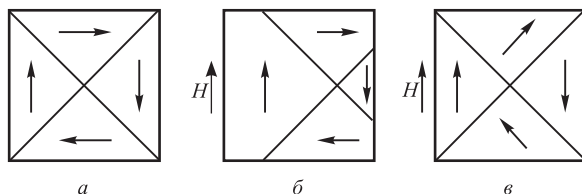


Рис. 3

Возрастание величины результирующего магнитного момента образца под действием внешнего магнитного поля может происходить в результате двух независимых процессов: 1) увеличения объема доменов, имеющих выгодную относительно внешнего поля ориентацию (т.е. таких доменов, у которых I и H составляют наименьший угол друг с другом), за счет доменов с невыгодной ориентацией; 2) поворота векторов намагниченности в направлении внешнего поля. Эти два процесса, приводящие к изменению результирующей намагниченности, схематически показаны на рис. 3б, в. В слабых полях намагниченность изменяется обычно за счет смещения границ доменов (эти процессы являются обратимыми), т.е. размеры доменов изменяются. В сильных полях намагниченность изменяется обычно за счет поворота векторов намагниченности (необратимые процессы). Существование необратимых процессов намагничивания и является причиной гистерезиса.

Происхождение доменов. Возникновение доменной структуры является следствием наличия в ферромагнитном кристалле различных видов взаимодействий, каждое из которых дает свой вклад в величину энергии ферромагнетика: энергия обменного взаимодействия $W_{об}$, энергия анизотропии W_a , энергия упругого напряжения W_y и энергия взаимодействия с магнитным полем W_M .

Возникновение доменов можно объяснить с помощью схем магнитных структур, приведенных на рис. 4. Каждая схема изображает поперечное сечение ферромагнитного монокристалла. На рис. 4а — насыщенная конфигурация, соответствующая одному домену; вследствие магнитных «полюсов», образовавшихся на поверхностях кристалла, этой конфигурации будет отвечать большая величина магнитной энергии W_M . Для конфигурации рис. 4б магнитная энергия будет примерно вдвое меньше, поскольку кристалл разобьется на два домена, намагниченных в противоположных направлениях. Дальнейшее дробление доменов будет происходить, например, как показано рис. 4в; когда число доменов достигнет n , магнитная энергия составит примерно $1/n$ часть магнитной энергии, соответствующей конфигурации рис. 4а.

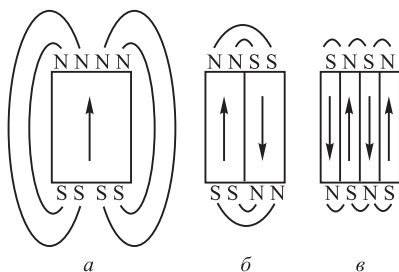


Рис. 4

Процесс дробления будет продолжаться до тех пор, пока энергия, необходимая для образования новых граничных слоев или внутренних поверхностей, отделяющих друг от друга противоположно намагниченные домены, не станет больше, чем уменьшение энергии магнитного поля, соответствующее дальнейшему дроблению. Граничные слои обладают некоторым количеством связанной с ними энергии, поскольку на противоположных сторонах границы намагниченность направлена антипараллельно. Так как обменные силы благоприятствуют параллельной и противостоят антипараллельной ориентации на-

магнитности, для образования граничных слоев будет необходима соответствующая энергия.

По приблизительным оценкам размеры доменов составляют $\sim 10^{-3}$ см, а толщина переходного слоя достигает нескольких тысяч ангстрем, что соответствует $\sim 10^3$ атомных слоев.

Описание экспериментальной установки

Баллистический метод определения кривой намагничивания основан на измерении количества электричества, которое возникает в измерительной катушке, охватывающий образец, в результате быстрого изменения магнитного потока через эту катушку.

Основным измерительным прибором баллистического метода является баллистический гальванометр, регистрирующий слабые электрические токи. Принцип работы гальванометра состоит в повороте в поле постоянного магнита подвижной рамки, подвешенной на тонкой упругой нити. На рамку гальванометра намотано несколько слоев тонкой медной проволоки. Если по этой обмотке рамки пропустить ток, то она повернется на некоторый угол, пропорциональный силе протекающего тока. Измеряя этот угол, можно судить о величине тока.

Особенность баллистических гальванометров состоит в том, что они могут измерять не только ток, но и количество электричества, протекающего в цепи за промежуток времени, малый в сравнении с периодом собственных колебаний рамки. Увеличение периода колебаний рамки гальванометра достигается обычно за счет увеличения ее момента инерции. В результате, как показывает теоретический анализ, первое максимальное отклонение рамки (баллистическое отклонение) α_1 оказывается пропорциональным количеству электричества q , прошедшему через рамку:

$$q = C_r \alpha_1, \quad (16)$$

где C_r — константа, которая определяется конструктивными характеристиками данного гальванометра (упругими свойствами подвеса, моментом инерции рамки и др.).

«Датчиком» электрического сигнала, поступающего на рамку гальванометра, служит соединенная последовательно с обмоткой рамки измерительная катушка, витки которой охватывают исследуемый образец. Если измерительная катушка имеет N витков, то магнитный поток через нее составит

$$\Phi = BSN,$$

где B – магнитная индукция; S – сечение одного витка катушки.

При изменении магнитного потока через катушку в ней возникает электродвижущая сила индукции $\mathcal{E} = -d\Phi/dt$. Следовательно, в цепи гальванометра пойдет ток

$$I = dq/dt = \mathcal{E}/R = 1/R(d\Phi/dt), \quad (17)$$

где R – общее сопротивление измерительной цепи гальванометра.

Интегрируя выражение (17) за некоторое малое время τ , в течение которого магнитный поток изменился на величину $\Delta\Phi$, легко доказать, что через обмотку гальванометра пройдет количество электричества $q = \Delta\Phi/R$, а следовательно, учитывая (16),

$$\Delta\Phi = C\alpha_1, \quad (18)$$

где $C = RC_T$ – баллистическая постоянная гальванометра.

Таким образом, отклонение рамки гальванометра α_1 пропорционально изменению магнитного потока $\Delta\Phi$.

При изучении магнитных характеристик ферромагнетиков изменение магнитного потока чаще всего достигается за счет изменения (на обратное) направления тока I_H , создающего намагничивающее образец поле H . Такая процедура, которая называется коммутацией, приводит к изменению магнитного потока $\Delta\Phi = 2\Phi$. А для того, чтобы кривая намагничения не зависела от формы измеряемого образца, последний изготавливается в виде кольца (тора), причем радиус поперечного сечения кольца значительно меньше радиуса самого кольца. На тор плотно, виток к витку наматываются две изолированные друг от друга катушки (обмотки). Одна из обмоток делается проводом большего сечения и по ней пропускается от внешнего источника ток, намагничивающий образец. При этом силовые линии магнитного поля представляют собой концентрические окружности, лежащие внутри тора и их рассеяние вне образца практически отсутствует.

Вторая обмотка тороида выполняется тонким проводом и является измерительной (баллистической); она соединяется с гальванометром и, следовательно, регистрирует изменение магнитного потока через образец, возникающее при коммутации тока I_H . Индукция магнитного поля B , создаваемого намагничивающей обмоткой, рассчитывается по той же формуле, что и для бесконечно длинного соленоида:

$$B_0 = \mu_0 n I_H \quad (B_0 = \mu_0 H), \quad (19)$$

где n – число витков на единицу длины.

Таким образом, коммутация тока I_H в цепи намагничивающей обмотки вызовет изменение полярности магнитного поля H , что, в свою очередь, изменит магнитный поток через образец на величину $\Delta\Phi$ и приведет к отклонению рамки баллистического гальванометра α_1 . Поскольку $\Delta\Phi = 2\Phi = 2BSN$, то с учетом уравнения (18) получаем для магнитной индукции образца

$$B = C\alpha_1/2SN. \quad (20)$$

В этой формуле баллистическая постоянная C определяется экспериментально, величины S и N должны быть заданы. Следовательно, коммутируя намагничивающий ток для различных последовательных значений I_H и регистрируя соответствующие α_1 можно получить кривую намагничивания $B(H)$. Поскольку $B = \mu_0\mu H$, где μ – магнитная проницаемость вещества, из полученных данных можно построить и зависимость магнитной проницаемости μ от магнитного поля H .

Упражнение 1

Определение зависимости магнитной индукции железа от поля

1. Собрать электрическую схему установки согласно рис. 5.

На рисунке показан исследуемый образец в виде тора (O) с двумя обмотками – намагничивающей (n) и измерительной (N); Γ – баллистический гальванометр (прибор размещен на стене лаборатории), провода от которого выведены на ключ K_1 , служащий для успокоения колебаний подвижной рамки гальванометра; M – катушка взаимной индуктивности, представляющая собой две смонтированные на общем каркасе многослойные катушки, одна из которых (I) включается последовательно с измерительной обмоткой и гальванометром; K – коммутатор тока и намагничивающей цепи; R – три реостата для регулировки тока;

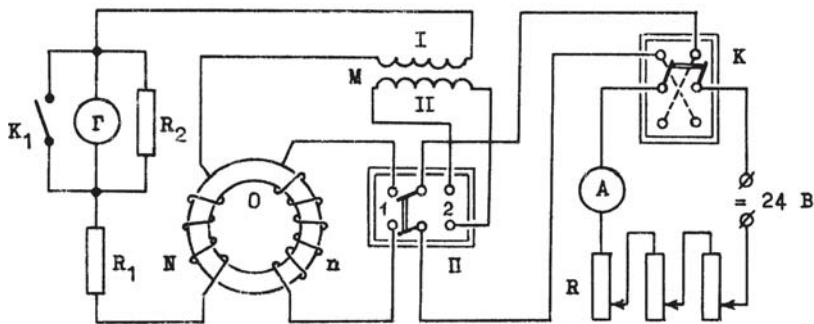


Рис. 5

А – амперметр; П – переключатель, позволяющий включить в схему либо намагничивающую обмотку n , либо одну из катушек (II) М; R_1 и R_2 – магазины сопротивления, служащие для выбора оптимального режима колебаний подвижной рамки гальванометра.

2. После проверки собранной схемы преподавателем перевести ключ K_1 в положение, шунтирующее гальванометр (гальванометр при этом оказывается отключенным от схемы), и подключить намагничивающую цепь к источнику постоянного напряжения 24 В. Коммутатор К установить в любое включенное положение, переключатель П – в положение (I) (в цепь включена намагничивающая обмотка образца). Убедиться, что амперметр показывает намагничивающий ток.

3. Чтобы исключить влияние гистерезиса на данные последующих измерений, провести размагничивание образца. Для этого, плавно выводя реостаты R (последовательно, начиная с реостата, намотанного тонким проводом), довести силу тока в цепи намагничивающей обмотки тороида до 2 А. Затем, производя непрерывное коммутирование (несколько раз в секунду), медленно увеличить сопротивление реостатов и снизить таким образом силу тока до нуля. Такая процедура размагничивания должна привести практически к полной ликвидации остаточной намагниченности в образце.

4. Подключить с помощью ключа K_1 гальванометр и приступить непосредственно к определению зависимости $B(H)$, измеряя величины α_1 при различных значениях I_H . Начинать измерение следует с малых намагничивающих токов, последовательно переходя к большим токам: $I_H = 0,05; 0,07; 0,1$ А, далее с шагом 0,1 до 1 А, затем 1,2; 1,4; 1,6 А. Нарушать такую последовательность, т.е. сначала измерять α_1 при большем намагничивающем токе, а затем при меньшем, ни в коем случае нельзя, так как наличие гистерезиса в ферромагнитном образце исказит результаты измерений.

Для каждого значения I_H необходимо получить два отброса по шкале гальванометра – вправо и влево от нуля. Каждый отброс – результат коммутации тока. Различные направления отброса получаются путем перекидывания ручки коммутатора К во взаимно противоположных направлениях. Результаты измерений свести в табл. 1.

5. Измерив отброс при максимальном значении I_H , отключить ключем K_1 гальванометр и плавно уменьшить I_H до нуля реостатами R .

Таблица 1

№ п/п	I_n , А	α_1 вправо, мм	α_1 влево, мм	α_1 среднее, мм	H , А/м	B , Т	μ
1							
2							
.							
.							

Упражнение 2

Определение баллистической постоянной установки

1. Установить переключатель П в положение «2». При этом в схему вместо намагничивающей обмотки тороида включается одна из катушек взаимной индукции – П.

2. Установить с помощью реостатов R ток $I = 0,1$ А.

3. Включить ключом K_1 гальванометр. Коммутируя ток коммутатором К, получить два отброса α_0 (влево и вправо от нуля шкалы) гальванометра. Прodelать такие же измерения при значениях тока $I = 0,2$ и $0,3$ А. Полученные результаты внести в табл. 2.

Таблица 2

Значения тока	I , А	α_0 вправо, мм	α_0 влево, мм	α_0 среднее, мм	C
0,1					
0,2					
0,3					

Обработка результатов измерений

1. Расчет баллистической постоянной C . Коммутация тока в цепи катушки взаимной индуктивности (П) (упр. 2) приводит к изменению магнитного потока через витки катушки I в цепи гальванометра:

$$\Delta\Phi = 2\Phi = 2LI \text{ (Вб)},$$

где L – коэффициент взаимной индукции, равный 0,01 Гн (в одной из установок задачи $L = 0,001$ Гн).

Это изменение потока согласно (3) вызывает отклонение рамки гальванометра α_0 :

$$\Delta\Phi = C\alpha_0.$$

Следовательно, $C = 2LI/\alpha_0$, Вб/м.

Рассчитанное по этой формуле значение баллистической постоянной ($C_{\text{средн}}$) внести в табл. 2.

2. Рассчитать по формуле (4) значения намагничивающих полей, используя измеренные величины I_H и заданное число $n = 0,45$ витков/м. Данные для H внести в табл. 1.

3. По формуле (5) рассчитать величины B для каждого поля H , используя измеренные α_1 , определенную в упражнении 1 постоянную C и значения $N = 20$, $S = 1,1$ см². Результаты внести в табл. 1.

УКАЗАНИЕ. Значения n , N , S следует уточнить у преподавателя или лаборанта.

4. Рассчитать для полученных значений B и H величины магнитной проницаемости $\mu = B/\mu_0 H$; данные внести в табл. 1.

5. Построить на миллиметровой бумаге графики зависимостей $B(H)$ и $\mu(H)$.

Литература

1. Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 2. Электричество и магнетизм. — 4-е изд., перераб. — М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 7. Магнитное поле в веществе.

§ 7.1. Намагничение магнетика.

§ 7.2. Напряженность магнитного поля.

§ 7.3. Вычисление поля в магнетиках.

§ 7.5. Виды магнетиков.

§ 7.9. Ферромагнетизм.

Задача № 65

ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ ПЕТЛИ ГИСТЕРЕЗИСА ФЕРРОМАГНЕТИКА

Цель задачи: наблюдение динамической петли гистерезиса кольцеобразного ферромагнетика и определение основных магнитных характеристик образца: коэрцитивной силы, остаточной индукции и индукции насыщения.

Основные понятия и соотношения

Основной характеристикой ферромагнитных материалов является связь между вектором намагниченности I и вектором напряженности внешнего магнитного поля H : $I=f(H)$. На опыте обычно измеряется не намагниченность образца, а индукция B , которая является количественной характеристикой магнитного поля в веществе и связана с вектором I (в системе СИ) соотношением:

$$B = \mu_0(H + I), \quad (1)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная.

Зависимости $I=f(H)$ или $B=f(H)$ для ферромагнетиков не имеют точного аналитического выражения и определяются экспериментально.

В общем случае величина I (в дальнейшем будем пользоваться понятием вектора индукции, хотя практически все, что относится к вектору B , справедливо и для вектора I) не является однозначной функцией H , а зависит от магнитной «предыстории» образца. Если образец полностью размагничен, т.е. одновременно $B=0$ и $H=0$, то при его помещении в магнитное поле, монотонно и медленно изменяющееся от нуля до некоторой величины H_M , можно определить так называемую начальную кривую индукции (намагничивания). При этом индукция образца изменяется по кривой OA , показанной на рис. 1.

Если после достижения в процессе намагничивания некоторой величины индукции B , соответствующей точке A (см. рис. 1), начать уменьшать напряженность магнитного поля, то индукция будет изменяться по кривой AB , отличной от кривой первоначального намагничивания. Это явление называется гистерезисом.

При дальнейшем росте внешнего поля от нулевого значения в противоположном направлении до $-H_M$ (перемагничивание образца) изменение индукции происходит по кривой $B_r C' A'$, а если вновь изменить направление поля (изменение от $-H_M$ до $+H_M$) – по кривой $A' B' C A$. График зависимости B от H при изменении поля от $+H_M$ до $-H_M$ и от $-H_M$ до $+H_M$ носит название предель-

ной петли гистерезиса индукции. С этой петлей связаны важные параметры ферромагнетика – остаточная индукция B_r и коэрцитивная сила H_c (см. рис. 1).

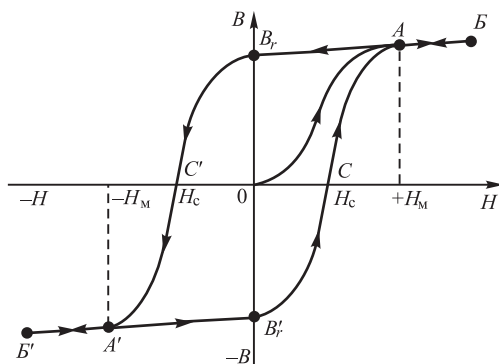


Рис. 1

Остаточная индукция – это индукция в предварительно намагниченном до насыщения материале при напряженности магнитного поля в нем, равной нулю.

Значение напряженности магнитного поля на предельной петле гистерезиса, при которой индукция равна нулю, называется коэрцитивной силой. Иначе говоря, это величина отрицательной напряженности магнитного поля, необходимая для доведения до нуля индукции в материале, предварительно намагниченном до насыщения.

При значениях поля, превышающих H_M для данной петли гистерезиса, ее форма и размеры не меняются, а увеличиваются лишь ее безгистерезисные участки (AB и $A'B'$ на рис. 1). Таким образом, превышение пределов изменения напряженности поля свыше $\pm H_M$ не увеличивает значений B_r и H_c .

Если пределы изменения поля меньше, чем $\pm H_M$, т.е. магнитное насыщение образца не достигается, то получают так называемые частные циклы петли гистерезиса. Их может быть очень много, но все они имеют меньшую по сравнению с предельной петлей площадь и лежат внутри предельной петли гистерезиса.

Особенности поведения ферромагнетика в переменном магнитном поле. На практике ферромагнитные материалы часто используются в устройствах, где они подвергаются периодическому перемагничиванию, т.е. находятся под действием магнитного поля, периодически изменяющегося от положительного до отрицательного

максимального значения H_M с одной и той же амплитудой. К таким устройствам относятся трансформаторы, электромоторы и генераторы переменного тока, реле и др. Поэтому изучение магнитных характеристик ферромагнетиков в переменных магнитных полях представляет большой практический интерес.

Кривая намагничивания ферромагнитного материала, снятая в переменном поле (**динамическая кривая**), отличается от статической кривой намагничивания того же материала и зависит от частоты переменного поля и формы образца.

При снятии статической кривой намагничивания величину каждого данного поля H_i выдерживают постоянной до тех пор, пока намагничённость или магнитная индукция не примет своего максимального для данного поля значения. Кривые намагничивания в переменном поле обычно строят по вершинам семейства петель гистерезиса с постепенно повышающимся H_{max} .

В ферромагнитном образце, находящемся в переменном магнитном поле, внутреннее поле убывает от периферии к центру вследствие влияния токов Фуко, что приводит к тому, что индукция и магнитная проницаемость не одинаковы на различных расстояниях от периферии. Поэтому вводят некоторую усреднённую характеристику – **эффективную проницаемость** $\mu_{эф}$:

$$\mu_{эф} = \frac{\Phi}{SH}, \quad (2)$$

где Φ – поток магнитной индукции; H – внешнее магнитное поле; S – площадь сечения образца.

По мере повышения частоты переменного магнитного поля глубина его проникновения в металле уменьшается. Для железа при частоте 10^8 Гц она составляет около 10^{-4} см.

Намагничённость ферромагнетика под влиянием внешнего поля всегда устанавливается с некоторым запаздыванием во времени. Чем больше скорость изменения магнитного поля, тем большим становится относительное запаздывание намагничённости и значительно изменяется форма петли гистерезиса. Главными причинами задержки намагничивания являются токи Фуко, магнитная структура, магнитная вязкость.

Токи Фуко (электрические токи в сплошных проводящих телах, возникающие при изменении магнитного поля во времени). Их величина, а следовательно, влияние зависит от скорости изменения магнитного поля $\frac{dH}{dt}$, от формы образца, магнитной проницаемости и проводимости.

Магнитная структура. Процессы смещения границ между доменами или процессы вращения векторов намагничивания.

Магнитная вязкость — явление отставания во времени изменения магнитных характеристик (намагниченности, проницаемости и т.д.) ферромагнетиков от изменения напряженности магнитного поля, которое обусловлено как диффузией атомов примеси или вакансий, так и тепловыми флуктуациями, которые, в свою очередь, помогают граничным слоям, разделяющим домены, преодолевать энергетические препятствия, мешающие их смещению.

Таким образом, синхронность в изменении намагниченности и напряженности магнитного поля может быть только при очень медленном (квазистатическом) изменении магнитного поля. В случае переменных магнитных полей указанная синхронность отсутствует. По мере увеличения частоты форма динамической петли меняется: острые концы петли все более закругляются из-за запаздывания намагниченности относительно намагничивающего поля.

На рис. 2 показано, как изменяется форма петли гистерезиса в малых полях в зависимости от частоты. При повышении частоты форма петли постепенно приближается к эллиптической. Такую петлю гистерезиса можно описать аналитически, что весьма удобно, так как ферромагнетики очень широко используются в различных областях радиотехники и электроники в области малых полей и больших частот.

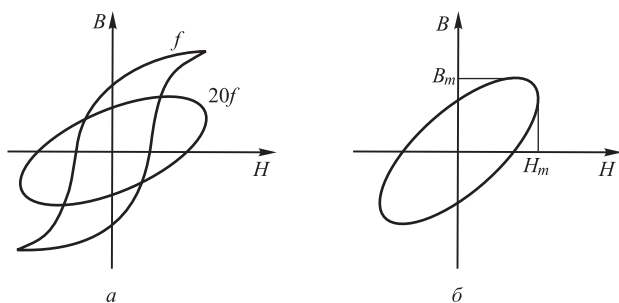


Рис. 2

В общем случае вследствие нелинейной связи между магнитной индукцией B и полем H они различно зависят от времени t . Если поле изменяется по гармоническому закону

$$H = H_m \sin \omega t, \quad (3)$$

то изменение магнитной индукции $B(t)$ выражается рядом Фурье. При малых полях и больших частотах, когда петлю гистерезиса можно изобразить в виде эллипса, синусоидальному изменению магнитного поля соответствует синусоидальное изменение магнитной индукции с некоторым отставанием по фазе:

$$H = H_m \sin \omega t, \quad B = B_m \sin(\omega t - \delta). \quad (4)$$

Эти два уравнения представляют собой параметрические уравнения эллипса.

Используя простейшее тригонометрическое преобразование, выражение для магнитной индукции можно представить в виде

$$B = B_{m1} \sin \omega t - B_{m2} \cos \omega t, \quad (5)$$

где

$$B_{m1} = B_m \cos \delta, \quad B_{m2} = B_m \sin \delta. \quad (6)$$

Свойства магнитных материалов в малых переменных принято характеризовать тремя видами проницаемости:

амплитудной или полной проницаемостью

$$\mu_n = \frac{B_m}{H_m}; \quad (7)$$

консервативной или упругой проницаемостью

$$\mu_1 = \frac{B_{m1}}{H_m}; \quad (8)$$

вязкой проницаемостью

$$\mu_2 = \frac{B_{m2}}{H_m}. \quad (9)$$

Упругая проницаемость μ_1 характеризует обратимую часть, а вязкая проницаемость μ_2 — необратимую часть процесса намагничивания. При вычислении энергии W , затрачиваемой на перемагничивание единицы объема ферромагнетика за один цикл, можно показать, что потери на перемагничивание обуславливаются только вязкой магнитной проницаемостью μ_2 .

Рассмотренные три магнитные проницаемости связаны между собой. Из выражения (6) следует, что

$$B_m^2 = B_{m1}^2 + B_{m2}^2, \quad (10)$$

поэтому

$$\mu_m^2 = \mu_1^2 + \mu_2^2. \quad (11)$$

Из соотношений (5), (6) и (7) легко получить, что

$$\frac{\mu_2}{\mu_1} = \frac{B_{m2}}{B_{m1}} = \operatorname{tg} \delta. \quad (12)$$

Тангенс угла отставания изменения магнитной индукции от изменения внешнего магнитного поля — $\operatorname{tg} \delta$ называют **тангенсом угла потерь**.

Вывод расчетной формулы

Петлю гистерезиса на экране осциллографа можно получить следующим образом. Ферромагнитный образец помещается в магнитное поле H , создаваемое переменным током. На горизонтально отклоняющие пластины электронно-лучевой трубки подается напряжение U_x , пропорциональное H , а на вертикально отклоняющие — U_y , пропорциональное индукции образца B . Принципиальная схема установки для наблюдения петли гистерезиса приведена на рис. 3.

Исследуемый ферромагнитный образец O из электротехнической стали (сплав железа с 1% кремния) изготавливается в виде кольца (тора). В этом случае отсутствует так называемое размагничивающее поле, которое уменьшает действующее внутри образца магнитное поле, и форма образца не влияет на вид петли гистерезиса. Для уменьшения вихревых токов исследуемый образец представляет собой тонкую ленту (толщиной 0,05 мм), свернутую в кольцо. На тор плотно, виток к витку, наматываются две изолированные друг от друга катушки (обмотки). По одной из них (N_1 на рис. 3) пропускается переменный ток от внешнего источника, намагничивающий образец. Вторая обмотка (N_2) является измерительной.

Если через первичную обмотку протекает ток I , то, используя теорему о полном токе, можно рассчитать величину магнитной ин-

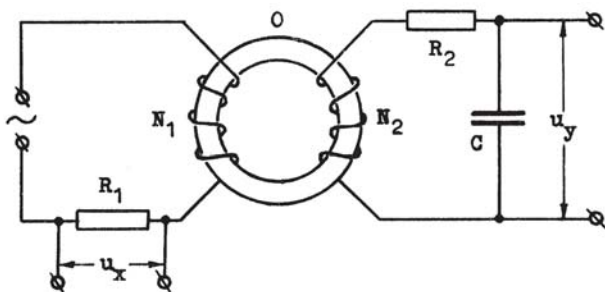


Рис. 3

дукции, которая при этом возникает в центре обмотки, т.е. на осевой (средней) линии тороида:

$$B = \mu_0 n_1 I, \quad (13)$$

где n_1 – число витков на единицу длины средней линии тороида.

Радиус этой линии определяется как $R_{\text{cp}} = (R + r)/2$. Здесь R и r – соответственно внешний и внутренний радиусы тора. Поскольку $B = \mu_0 H$, где H – напряженность магнитного поля в вакууме, для величины H имеем

$$H = n_1 I. \quad (14)$$

Следовательно, напряжение, которое снимается с сопротивления R_1 и подается на горизонтально отклоняющие пластины осциллографа, будет равно

$$U_x = IR_1 = R_1/n_1 H, \quad (15)$$

т.е. пропорционально напряженности магнитного поля.

Во вторичной обмотке тороида N_2 вследствие закона электромагнитной индукции возникнет эдс индукции \mathcal{E} , равная

$$\mathcal{E} = -d\Phi/dt,$$

где Φ – поток вектора магнитной индукции через поверхность, охватываемую всеми витками вторичной катушки.

Если S – площадь сечения образца, охватываемая одним витком, а N_2 – число витков, тогда

$$\Phi = BSN_2, \quad \mathcal{E} = -SN_2 dB/dt. \quad (16)$$

Отсюда следует, что напряжение в измерительной катушке пропорционально не B , а dB/dt . Поэтому, прежде чем подать это напряжение на вертикально отклоняющие пластины осциллографа, его необходимо проинтегрировать.

Интегрирование напряжения проще всего осуществить при помощи RC -цепочки (сопротивление R_2 и емкость C на рис. 3). Действительно, при больших R_2 и C падение напряжения на конденсаторе мало по сравнению с падением напряжения на сопротивлении, и ток через цепочку будет равен $I = \mathcal{E}/R_2$. Напряжение на конденсаторе при этом равно

$$U_C = U_Y = (1/C) \int I dt = 1/(R_2 C) \int \mathcal{E} dt. \quad (17)$$

Из уравнения (17) видно, что цепочка не только интегрирует напряжение, но и ослабляет его. Величину $R_2 C$ не следует поэтому выбирать большей, чем это необходимо для правильного интегрирования, которое определяется условием $R_2 C \approx T$, где T – период изучаемого процесса, т.е. период изменения намагничивающего

тока. Подставляя выражение (16) в (17), получаем, что напряжение, подаваемое на вертикально отклоняющие пластины осциллографа, равно

$$U_Y = (N_2 S) / (R_2 C) \int (db/dt) dt = -N_2 S / (R_2 C) \int dB = -N_2 SB / R_2 C, \quad (18)$$

т.е. пропорционально B .

В результате на одни пластины (X) электронно-лучевой трубки осциллографа подается напряжение, пропорциональное H , а на другие (Y) – пропорциональное B , и на экране получается динамическая петля гистерезиса $B = f(H)$.

За один период синусоидального изменения тока след электронного луча на экране опишет полную петлю гистерезиса, а за каждый последующий период в точности повторит ее. Поэтому на экране будет видна неподвижная картинка петли гистерезиса в некотором масштабе.

Экспериментальная часть работы

Приборы и принадлежности: плата из оргстекла, на которой смонтирован тороидальный образец (с намагничивающей и измерительной обмотками); интегрирующая RC -цепь; осциллограф СИ-72; генератор звуковых частот ГЗ-33; вольтметр ВЗ-33.

Упражнение 1

Ознакомление с работой осциллографа СИ-72

Осциллограф СИ-72 используется в ряде других задач физического практикума. Поэтому студенты, которые уже приобрели навыки работы с этим прибором, могут по указанию преподавателя сразу же приступить к измерительной части упражнения 1. Студенты, впервые приступающие к работе с осциллографом СИ-72, должны тщательно изучить расположение и назначение его основных органов управления.

На передней панели осциллографа находится экран электронно-лучевой трубки, а также основные органы управления электронным лучом и разъемы подключения внешних напряжений. Все регулировки и разъемы снабжены соответствующими обозначениями и надписями и имеют следующее назначение:

«УСИЛИТЕЛЬ Y » (« $V/ДЕЛ$ ») – установка чувствительности отклонения электронного луча по вертикали (в положении «КА-ЛИБР» на вход усилителя вертикального отклонения луча Y от внутреннего источника подключается эталонный сигнал).

«—» кнопка нажата – вход Y открыт; отжата) – вход Y закрыт.

«ВХОД Y » – разъем для подключения исследуемых сигналов.

«©», «0», «↑», «↔» – регулировки яркости, фокусировки и перемещение луча в вертикальном и горизонтальном направлениях соответственно.

«СЕТЬ» – включение (кнопка нажата) и выключение прибора.

«ВРЕМЯ/ДЕЛ» – переключатель длительности развертки.

«СТАБИЛЬНОСТЬ» – выбор режима работы генератора развертки (ждуший или автоколебательный).

«УРОВЕНЬ» – уровень сигнала запуска развертки.

«■» (кнопка нажата) – выбор полярности сигнала.

«□» (кнопка отжата) синхронизации.

«ОТ СЕТИ» (кнопка нажата) – выбор вида синхронизации.

«И» (кнопка нажата) внутренняя от сети (внутренняя) «П» (кнопка нажата) исследуемым сигналом (внешняя).

«~» (кнопка нажата) – открытый и закрытый вход синхронизатора.

«—» (кнопка отжата) при внешней и внутренней синхронизации.

«ВХОД X» – подключение (кнопка нажата) и отключение (кнопка отжата) усилителя горизонтального отклонения луча к гнезду «ВХОД СИНХР».

«ВХОД СИНХР» – разъем для подключения сигнала внешней синхронизации и для подачи исследуемого сигнала на усилитель горизонтального отклонения луча («X»).

«КЛЕММА I» – заземление корпуса осциллографа.

Экран осциллографа снабжен прозрачной шкалой с нанесенными на нее вертикальными и горизонтальными рисками делений. Шкала имеет 6 больших делений по вертикали и 10 – по горизонтали (деления нанесены через 5 мм), которые используются при измерении амплитуды исследуемых сигналов.

Порядок выполнения работы

1. Подготовка осциллографа к измерениям. Перед включением прибора в сеть установите ручки управления лучом в следующие положения:

1) регулировка яркости, фокусировка, перемещение луча, уровень – в среднее положение;

2) «СТАБИЛЬНОСТЬ» – в крайнее правое положение; «V/ДЕЛ» – в положение «10»;

3) полярность синхронизации – в положение «П»;

4) переключатель синхронизации – в положение «□» (внутренняя синхронизация);

5) «ВХОД X» – в выключенном положении (кнопка отжата).

Шнур питания осциллографа включить в розетку (~220 В) и нажатием кнопки «СЕТЬ» включить прибор. При этом должна загореться сигнальная лампочка. Через 2–3 мин, если необходимо, следует отрегулировать яркость и фокусировку возникшей на экране горизонтальной линии развертки луча. Если луч на экране не виден даже при максимальной яркости, необходимо при помощи ручек « \updownarrow » и « \leftrightarrow » переместить его в пределы рабочей части экрана.

2. Измерение амплитуды сигнала звуковой частоты. Источником переменного тока служит генератор звуковых частот ГЗ-34, который создает синусоидальные колебания электрического напряжения с частотами от 20 Гц до 200 кГц. Весь диапазон разбит на четыре поддиапазона. Переход с одного поддиапазона к другому производится переключателем «МНОЖИТЕЛЬ». Заданная частота устанавливается ручкой «ЧАСТОТА». При этом частота в герцах соответствует отсчету по круглой шкале, умноженному на соответствующую цифру переключателя поддиапазонов.

Выходное напряжение генератора снимается с двух клемм с надписью «ВЫХОД». Величину выходного напряжения можно изменять плавно ручкой «РЕГ.ВЫХОДА» и ступенями при помощи переключателя «ПРЕДЕЛЫ ШКАЛ – ОСЛАБЛЕНИЕ ДБ».

Переключение пределов шкалы в зависимости от выходного сопротивления производится переключателем «ВЫХОДНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ Ω ». При установке этого переключателя в одно из четырех положений стрелка, идущая к окну с цифрами, указывает соответственно пределы шкалы и ослабление (в децибелах).

При работе на сопротивлениях нагрузки, значительно больших 600 Ом, включается внутренняя нагрузка тумблером «ВНУТР. НАГР».

Контроль выходного напряжения генератора осуществляется встроенным вольтметром, который имеет две шкалы – на 30 и 60 В. Шкалы вольтметра переключаются переключателем «ШКАЛА ПРИБОРА» (положение « $\times 1$ » или « $\times 2$ »).

Генератор включается в сеть переменного тока напряжением 220 В. Когда тумблер переводится в положение «ВКЛ», должна загораться подсветка шкалы выходных напряжений. После прогрева прибора в течение 3–5 мин можно приступить к работе:

- 1) переключатель «МНОЖИТЕЛЬ» установить в положение « $\times 1$ »;
- 2) ручкой «ЧАСТОТА» установить 100 Гц;
- 3) переключатель «ВЫХ.СОПРОТИВЛЕНИЕ Ω » перевести в положение «600»;

4) переключатель «ПРЕДЕЛЫ ШКАЛ – ОСЛАБЛЕНИЕ» поставить в положение «30 В». «+30» (поворот до упора по часовой стрелке);

5) тумблер «ВНУТР.НАГРУЗКА» перевести в положение «ВКЛ»;

6) ручку «РЕГ.ВЫХОДА» установить в среднее положение;

7) с помощью коаксиального кабеля, соблюдая полярность, подать сигнал с выходных клемм звукового генератора на «ВХОД Y» осциллографа.

Положение переключателя осциллографа «V/ДЕЛ» необходимо выбрать таким, чтобы размер исследуемого сигнала получался наибольшим в пределах рабочей части экрана. С помощью ручек «ВРЕМЯ/ДЕЛ» и «СТАБИЛЬНОСТЬ» добиться на экране осциллографа устойчивого изображения синусоиды. Ручками « \updownarrow » и « \leftrightarrow » следует совместить сигнал с делениями шкалы и измерить размах изображения по вертикали в делениях.

Величина амплитудного значения напряжения, поданного на «ВХОД Y», в вольтах равна произведению величины изображения в делениях (по вертикали) на цифровую отметку переключателя «V/ДЕЛ». Например, если исследуемый сигнал получается наибольшим в пределах рабочей части экрана при положении переключателя 0,1, то это означает, что каждое большое деление вертикальной шкалы соответствует 0,1 В, т.е. чувствительность осциллографа по оси Y будет равна $K = 0,1 \text{ В}/5 \text{ мм} = 0,02 \text{ В}/\text{мм}$.

Ручкой генератора ГЗ-34 «РЕГ.ВЫХОДА» установить выходное напряжение примерно 30 В (сравните значение напряжения, измеренного с помощью осциллографа, с показаниями вольтметра генератора) и, не выключая приборов, приступить к выполнению второго упражнения.

Упражнение 2

Наблюдение петли гистерезиса на экране осциллографа

Порядок выполнения работы

1. Собрать схему согласно рис. 4, на котором элементы схемы, смонтированные на платах из оргстекла, обведены штриховыми линиями, а цифры соответствуют нумерации клемм на платах.

2. Поставить переключатель осциллографа «V/ДЕЛ» в положение «0,02» и нажать кнопку «ВХОД X». При этом развертка луча будет осуществляться сигналом, пропорциональным току через намагничивающую обмотку на образце N_1 (см. формулу (15)). На вход Y осциллографа подается напряжение U_Y , пропорциональное согласно формуле (18) магнитной индукции B материала тора.

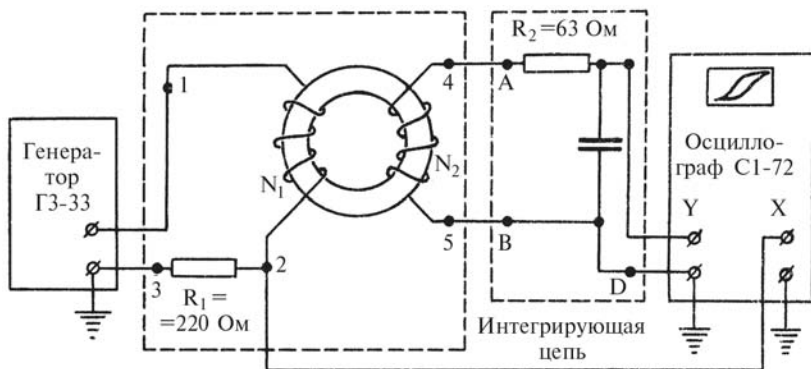


Рис. 4

3. Наблюдающуюся на экране осциллографа петлю гистерезиса нарисуйте в тетради.

4. С помощью ручки генератора «РЕГ.ВЫХОДА» установите последовательно, пользуясь показаниями вольтметра генератора, напряжения на выходе примерно в 2, 3 и 4 раза меньше, чем первоначальное (30 В). зарисуйте наблюдающиеся на экране петли гистерезиса.

Упражнение 3

Определение индукции насыщения, остаточной индукции и коэрцитивной силы ферромагнетика

Согласно формуле (18) величина магнитной индукции ферромагнитного образца тороидальной формы может быть найдена из соотношения

$$B = R_2 C U_y / N_2 S, \text{ [Тл]}. \quad (19)$$

Следовательно, если измерить величину напряжения U_y , которое подается на пластины вертикального отклонения осциллографа, то для заданных величин R_2 , C , N_2 и S можно по формуле (19) рассчитать величину B (как индукцию насыщения, так и остаточную индукцию).

Значения U_y , соответствующие максимальному значению индукции B_s и остаточной индукции B_r , легко определить по известной чувствительности осциллографа по оси Y (см. упражнение 1).

Из формулы (15) следует, что величина переменного магнитного поля, намагничивающего образец, равна

$$H = U_x n_1 / R_1. \quad (20)$$

На практике вместо n_1 (число витков на единицу длины) удобнее пользоваться общим числом витков намагничивающей обмотки N_1 . Эти величины связаны соотношением $n_1 = N_1/l_{\text{ср}}$, где $l_{\text{ср}} = 2\pi R_{\text{ср}}$ — длина осевой (средней) линии тора.

Так как $R_{\text{ср}} = 1/2(R + r)$, то из (20) получаем

$$H = N_1 U_X / \pi (R + r) R_1. \quad (21)$$

Однако, поскольку чувствительность осциллографа по оси Y точно неизвестна, величину U_X приходится измерять непосредственно вольтметром. Вольтметры переменного тока измеряют действующее (или эффективное) значение синусоидального напряжения, а в формуле (21) U_X — амплитудное значение напряжения, определяющее размах колебаний луча по оси X . Поэтому при расчетах следует принять во внимание, что

$$U_X^{\text{ампл}} = \sqrt{2} U_X^{\text{эфф}}.$$

С учетом этого

$$H = N_1 \sqrt{2} U_X^{\text{эфф}} / \pi (R + r) R_1, [\text{A/м}]. \quad (22)$$

Из формулы (22) для заданных значений N_1 , R , r и R_1 можно установить калибровку сигнала по оси X осциллографа и таким образом определить коэрцитивную силу образца.

Порядок выполнения работы

1. Получить на экране осциллографа петлю гистерезиса, используя амплитуду выходного напряжения звукового генератора 20–30 В. При этом петля должна занимать всю рабочую часть экрана.

2. Ручками осциллографа « \updownarrow » и « \leftrightarrow » совместить центр петли с центром координатной сетки на экране.

3. Подсчитать число маленьких делений L_Y по оси Y (мм), соответствующее индукции насыщения B_S и остаточной индукции B_r .

4. Определить чувствительность осциллографа K_Y по оси Y для данного положения переключателя «V/ДЕЛ» и найти соответствующую величину амплитудного значения напряжения U_Y (В).

5. Рассчитать по формуле (19) величины B_S и B_r , используя в качестве заданных параметров величины R_Z , C , N_2 и S .

6. Подсчитать число делений по оси X , соответствующее максимальному отклонению луча по горизонтали L_X (для большей точности следует подсчитать величину полного размаха луча по X в мм и разделить пополам), и число делений, соответствующее коэрцитивной силе.

7. Измерить вольтметром ВЗ-33 напряжение, которое подается на вход X осциллографа. Для этого поставить тумблер вольтметра «mV-V» в положение «V» (В), а переключатель пределов

«0,3mV – 300 mV, V» в положение 100 В. Затем следует включить прибор тумблером «СЕТЬ». О включении прибора свидетельствуют свечение индикаторной лампочки и кратковременные отклонения стрелки прибора. Соблюдая полярность, присоединить выводы измерительного кабеля вольтметра к клеммам 2 и 3 (рис. 4). Установив необходимый предел измерения вольтметра, записать измеряемое напряжение $U_X^{\text{эфф}}$.

8. Рассчитать по формуле (22) максимальную величину напряженности магнитного поля, используя заданные значения величин R , r , R_1 и N_1 .

9. Определить цену деления горизонтальной шкалы на экране осциллографа $K_X = H/L_X$ (А/м·мм).

10. Используя найденное значение K_X , рассчитать величину коэрцитивной силы H_c . Полученное значение выразить в эрстедах (Э), имея в виду, что $1 \text{ А/м} = 4\pi \cdot 10^{-3} \text{ Э}$.

11. Оценить абсолютную и относительную погрешности в определении величин B_r и H_c , считая, что наибольшую погрешность вносят измерения размеров петли гистерезиса в горизонтальном и вертикальном направлениях на экране осциллографа.

12. Результаты измерений оформить в виде табл. 1 и 2.

Таблица 1

$L_Y(B_S)$, мм	$L_Y(B_r)$, мм	$\Delta L_Y(B_r)$, мм	K_Y , мм	B_S , Т	B_r , Т	ΔB_r , Т	$\Delta B_r/B_r$, %

Таблица 2

$L_X(\text{max})$, мм	ΔL_X , мм	$U_X^{\text{эфф}}$, В	H_{max} , А/м	K_X , А/м·мм	H_c , А/м	H_c , Э	ΔH_c , Э	$\Delta H_c/H_c$, %

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 2. Электричество и магнетизм. – 4-е изд., перераб. – М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 7. Магнитное поле в веществе.

§ 7.1. Намагничивание магнетика.

§ 7.2. Напряженность магнитного поля.

§ 7.3. Вычисление поля в магнетиках.

§ 7.5. Виды магнетиков.

§ 7.9. Ферромагнетизм.

Задача № 66

ИЗМЕРЕНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ МЕТОДОМ ЯДЕРНОГО МАГНИТНОГО РЕЗОНАНСА

Цель задачи: ознакомление с явлением ядерного магнитного резонанса, построение зависимости величины индукции магнитного поля (B), создаваемого катушками Гельмгольца, от величины силы тока I , протекающего по ним.

Основные понятия и соотношения

Работа магнитометров, использующих явление ядерного магнитного резонанса (ЯМР), основана на том, что парамагнитные атомы являются магнитными диполями и ведут себя подобно магнитным волчкам. Когда на свободный парамагнитный атом действует постоянное внешнее магнитное поле H_0 , то ось, по которой направлен магнитный дипольный момент, прецессирует в этом поле по часовой стрелке с частотой ω_0 , пропорциональной величине поля

$$\omega_0 = \gamma H_0, \quad (1)$$

где γ — отношение магнитного момента атома к его механическому моменту (гиромагнитное отношение).

Для каждого вида атомов γ имеет свое значение. Так как γ измерено с большой точностью, то значение H_0 легко определяется измерением ω_0 . Угол раствора α , а следовательно, и величина M_{H_0} проекции магнитного момента M каждого диполя на направление поля H_0 не изменяются, если на диполь не действуют внешние силы. При этом суммарная проекция для совокупности диполей $\sum M_{H_0} = 0$, так как диполи имеют произвольную ориентацию (рис. 2).

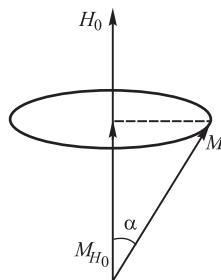


Рис. 1

Однако в действительности такие силы всегда существуют. В результате хаотических тепловых движений совокупность магнитных диполей, составляющих вещество, постепенно ориентируется в направлении H_0 (рис. 3).

При этом появляется суммарная проекция M_{H_0} . Величина этой проекции зависит от величины поля H_0 , от свойств вещества и температуры. Суммарную намагниченность вещества M_{H_0} , содержащего магнитные диполи, которые прецессируют в магнитном поле H_0 , можно изменить. Для этого, как ранее указывалось, следует изменить угол раствора α (см. рис. 1). Предположим, что под прямым

углом к H_0 в плоскости, содержащей M и H_0 , приложено дополнительное малое магнитное поле H_1 . На диполь будет действовать момент силы f , величина и направление которого определяется равенством

$$N = [MH_1]. \quad (2)$$

В результате возможно увеличение угла между M и H_0 : если малое поле H_1 вращается вокруг H_0 синхронно с прецессией диполя, то будет непрерывное увеличение угла α . Если же H_1 вращается с угловой частотой, отличной от частоты ω_0 или имеющей противоположный знак, то будут наблюдаться лишь небольшие возмущения прецессионного движения без существенного эффекта. Таким образом, намагниченность вещества изменяется, когда угловая частота $2\pi\nu$ вращающегося поля становится равной ω_0 :

$$2\pi\nu = \omega_0 = \gamma H_0. \quad (3)$$

Несмотря на то что создание высокочастотного вращающегося магнитного поля практически вполне осуществимо, обычно пользуются линейно осциллирующим полем. Действительно, как показано на рис. 4, если линейно осциллирующее поле имеет амплитуду $2H_1$, то его можно разложить на два поля с круговой поляризацией, каждая из которых имеет амплитуду H_1 , но вращается в противоположную сторону в плоскости, перпендикулярной к H_0 .

Два равных вектора H_1 вращаются в противоположных направлениях; при сложении они дают результирующий вектор, совершающий колебания с амплитудой $2H_1$. Постоянное поле H направлено перпендикулярно плоскости чертежа.

Эффект изменения намагниченности будет наблюдаться у компоненты, которая имеет соответствующий знак вращения; другая компонента дает исчезающе малый эффект. Эффект изменения намагниченности вещества при выполнении условия $\omega_0 = \gamma H_0$ носит название **магнитного резонанса**. Магнитный ре-

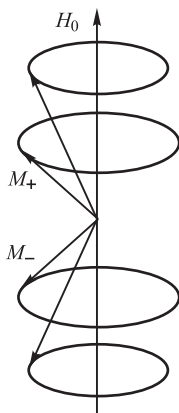


Рис. 2

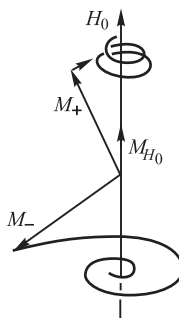


Рис. 3

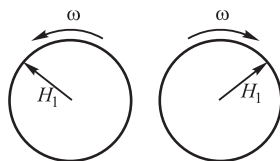


Рис. 4

зонанс может наблюдаться в системах, состоящих из парамагнитных частиц, в качестве которых могут выступать и атомные ядра, в частности ядра атомов водорода — протоны, обладающие магнитным дипольным моментом $\sim 5 \cdot 10^{-24}$ эрг/Гс. Эффект изменения ядерной намагниченности при выполнении условия $\omega_0 = \gamma H_0$ носит название **ядерного магнитного резонанса**.

На рис. 5 показана блок-схема протонного магнитометра: 1 — кювета с водой; 2 — катушка радиочастотного генератора; 3 — полюса постоянного магнита; 4 — генератор ВЧ-колебаний; 5 — детектор и усилитель НЧ-колебаний; 6 — осциллограф; 7 — обмотка для модуляции магнитного поля и генератор звуковой частоты.

Рабочим веществом здесь обычно является вода. Ампулу с водой помещают в катушку индуктивности колебательного контура генератора высокой частоты (ВЧ), которая расположена между полюсными наконечниками магнита. Как уже говорилось, в магнитном поле большая часть магнитных моментов протонов ориентируется так, что вода в целом становится намагниченной. Затем включают ВЧ-генератор, в результате чего в катушке индуктивности образуется переменное магнитное поле $H = 2H_1 \sin \omega t$, перпендикулярное к направлению постоянного магнитного поля, создаваемого магнитом. Далее, изменяя емкость (вращая регулятор) переменного конденсатора, также входящего в колебательный контур генератора, начинают плавно изменять частоту ВЧ-колебаний. Как уже говорилось, при совпадении частот переменного магнитного поля, создаваемого генератором, с частотой прецессии магнитных моментов протонов происходит изменение намагниченности воды. Индуктивность катушки, в которой находится ампула с водой, зависит от

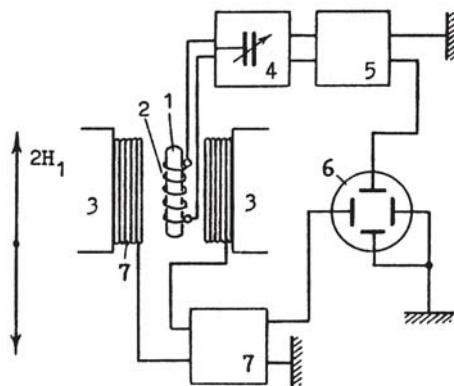


Рис. 5

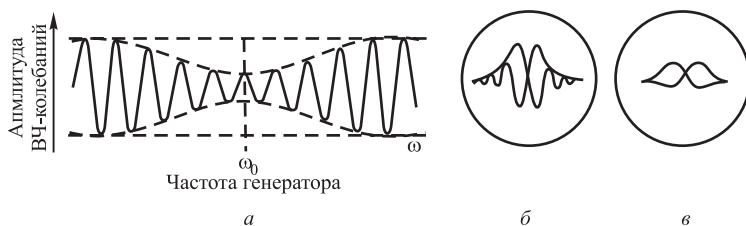


Рис. 6

намагниченности воды, поэтому в момент изменения намагниченности воды изменяется величина индуктивности катушки, что приводит к изменению амплитуды ВЧ-колебаний (рис. 6): а — изменение намагниченности воды в момент совпадения частоты генератора ВЧ-колебаний и частоты прецессии приводит к изменению амплитуды ВЧ-колебаний; б — вид сигнала на экране осциллографа при оптимальных условиях наблюдения; в — тот же сигнал в случае увеличения амплитуды модуляции и амплитуды ВЧ-сигнала и при уменьшении однородности магнитного поля).

Однако для наблюдений необходимо выделить огибающую ВЧ-колебаний. Для этого сигнал с ВЧ-генератора выпрямляют и усредняют.

Для наблюдения сигналов постоянное магнитное поле H_0 модулируется. Для этого с генератора звуковой частоты (~ 100 Гц) подают сигнал в катушки, которые расположены так, что их ось расположена перпендикулярно оси катушки индуктивности, в которой находится ампула с водой. Тот же сигнал звуковой частоты подается на вход осциллографа для запуска развертки луча. В этом случае за период модуляции на экран осциллографа два раза подается напряжение, повторяющее форму огибающей ВЧ-колебаний. Следует отметить, что форма огибающей, наблюдаемой на экране осциллографа, зависит от многих факторов. Среди них: амплитуда напряжения ВЧ-колебаний, амплитуда напряжения модуляции, свойства материала, из которого изготовлен магнит, форма полюсов магнита и т.д.

В связи с этим каждый раз при работе с прибором следует находить оптимальные условия наблюдения сигналов.

Экспериментальная часть

Измерение индукции магнитного поля проводится с использованием прибора Ш1-1 — протонный квантовый магнитометр. Схема представлена на рис. 7: 1 — постоянный магнит; 2 — катушки Гельмгольца; 3 — амперметр; 4 — реостат; 5 — измеритель магнитной индукции Ш1-1; 6 — частотомер ЧЗ-9.

Проведение измерений прибором Ш1-1

1. Подключить к разъемам «ВЧ» и «МОДУЛЯЦИЯ» на задней стенке прибора соединительный кабель с датчиком.
2. К гнезду «ЧАСТОТОМЕР» подключить электронно-счетный частотомер ЧЗ-9.
3. Установить переключатель «ОБРАТНАЯ СВЯЗЬ» в положение П.
4. Установить переключатель «КОНТРОЛЬ УРОВНЯ» в положение «ГЕНЕРАЦИЯ».
5. Установить переключатель «АПЧ» в положение «ВЫКЛ».
6. Ручки «УСИЛЕНИЕ», «ФАЗА», «МОДУЛЯЦИЯ» установить в среднее положение.
7. Включить тумблер «СЕТЬ» и дать прогреться прибору 15 мин.
8. С помощью потенциометра «ЯРКОСТЬ» добиться появления луча на экране осциллографа.
9. Нажав кнопку ручкой «ЦЕНТРОВКА ЛУЧА» установить луч на отметку в середине экрана.

Порядок измерений

1. Установить ручкой «ЧАСТОТА» шкалу на отметку 55 делений.
2. По стрелочному индикатору установить напряжение колебаний в пределах 2–5 делений на шкале. Ручку «УСИЛЕНИЕ» установить таким образом, чтобы на экране осциллографической трубки наблюдались шумы измеряемого сигнала.
3. Установить переключатель «КОНТРОЛЬ УРОВНЯ» в положение «МОДУЛЯЦИЯ». Ручкой «МОДУЛЯЦИЯ» установить ток модуляции, соответствующий 2–3 делениям шкалы стрелочного индикатора.

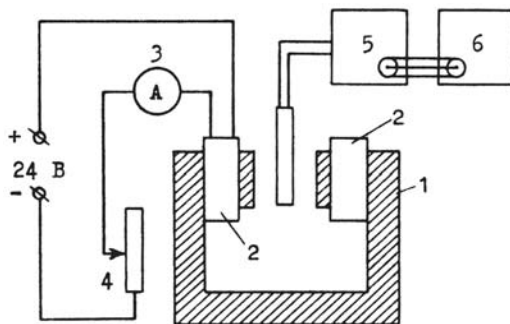


Рис. 7

4. Медленно вращая ручку «ЧАСТОТА», добиться появления сигнала «ЯМР» (рис. 6а, б).

5. Ручкой «ФАЗА» добиться пересечения резонансных кривых.

6. Ручкой «ЧАСТОТА» совместить точку пересечения резонансных кривых с отметкой в центре экрана и с помощью частотомера измерить частоту генератора прибора.

7. Вычислить индукцию магнитного поля

$$B = kf = 0,0234874 f,$$

где $k = 0,0234874 = 28/\gamma$ и f – измеренная частота.

Проведение измерений прибором ЧЗ-9

1. Включить кабель питания прибора в сеть. При этом должна зажечься сигнальная лампочка «ВКЛ» («ТЕРМОСТАТ»).

2. Включить тумблер питания прибора. При этом должны зажечься лампочка «СЕТЬ», неоновые лампы отсчетных декад и начать работать вентилятор.

3. Прогреть прибор в течение 5 мин.

4. Произвести контроль работоспособности прибора. Для этого необходимо установить:

переключатель «РОД РАБОТЫ» в положение «САМО-КОНТР», 10 МГц;

переключатель «МЕТКИ ВРЕМЕНИ В СЕК» в положение «1»;

тумблер 1 МГц на задней стенке прибора в положение «ВНУТР»;

регулятор «ВРЕМЯ ИНДИКАЦИИ» в среднее положение и сделать ряд отсчетов с цифрового табло счетчика.

Результаты измерений могут отличаться от частоты 10 МГц не более чем на 1 Гц.

Упражнение 1

Измерение индукции магнитного поля постоянного магнита

1. Включить и подготовить к работе приборы Ш1-1 и ЧЗ-9 (согласно инструкции).

2. Найти на экране осциллографической трубки Ш1-1 сигнал «ЯМР», произвести измерения частоты прибором ЧЗ-9 и, используя расчетную формулу, определить индукцию магнитного поля постоянного магнита.

Упражнение 2

Измерение индукции магнитного поля катушек Гельмгольца

1. Подключить концы проводов к источнику постоянного тока (24 В на электрошитке).

УКАЗАНИЕ. Эта операция производится преподавателем или лаборантом.

2. С помощью реостата установить в цепи ток 0,1 А.

3. Найти на экране осциллографической трубки Ш1-1 сигнал ЯМР, замерить его частоту и определить индукцию магнитного поля, создаваемого постоянным магнитом и катушками Гельмгольца.

4. Провести аналогичные измерения для значений тока 0,2; 0,3; 0,4; 0,5 А.

5. Из полученных значений индукции магнитного поля вычесть значение индукции магнитного поля постоянного магнита и построить график зависимости индукции магнитного поля катушек Гельмгольца от величины силы тока.

Литература

Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 5 кн. Кн. 2. Электричество и магнетизм. — 4-е изд., перераб. — М.: Наука. Физматлит, 1998.

Глава 7. Магнитное поле в веществе.

§ 7.6. Магнитомеханические явления.

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
ТЕМА 1	
ВВЕДЕНИЕ	5
РАЗДЕЛ 1	
ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ	5
РАЗДЕЛ 2	
ПРОСТЕЙШИЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ	22
Задача № 1	
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ТЕЛ ПРОСТЕЙШЕЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ	29
ТЕМА 2	
МЕХАНИКА ТОЧКИ.	
МЕХАНИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА	34
РАЗДЕЛ 1	
ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ	34
Задача № 2	
ИЗМЕРЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ПРИБОРА АТВУДА	34
Задача № 3	
ИЗУЧЕНИЕ УПРУГОГО И НЕУПРУГОГО СОУДАРЕНИЯ ТЕЛ	38
Задача № 4	
ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ПУЛИ ПРИ ПОМОЩИ БАЛЛИСТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА	45
РАЗДЕЛ 2	
ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ	50
Задача № 5	
ПРОВЕРКА ЗАКОНОВ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ПРИ ПОМОЩИ МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА	50
Задача № 6	
ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ТЕЛ И ПРОВЕРКА ТЕОРЕМЫ ШТЕЙНЕРА МЕТОДОМ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ	58
Задача № 7	
ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ КОЛЕСА	65
Задача № 8	
КРУТИЛЬНЫЙ БАЛЛИСТИЧЕСКИЙ МАЯТНИК	72
Задача № 9	
ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ МАЯТНИКА МАКСВЕЛЛА	81

Задача № 10	
ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ	86
Задача № 11	
ИЗУЧЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ГИРОСКОПА	92
РАЗДЕЛ 3	
КОЛЕБАНИЯ	100
Задача № 12	
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРИОДА КОЛЕБАНИЙ ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКА	100
Задача № 13	
ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКА	105
Задача № 14	
ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ С ПОМОЩЬЮ УНИВЕРСАЛЬНОГО МАЯТНИКА	110
Задача № 15	
ИЗУЧЕНИЕ УПРУГИХ КОЛЕБАНИЙ	118
Задача № 16	
ИЗУЧЕНИЕ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ	124
Задача № 17	
ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ МАЯТНИКА С ДВИЖУЩЕЙСЯ ТОЧКОЙ ПОДВЕСА	132
Задача № 18	
ИЗУЧЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ СВЯЗАННЫХ СИСТЕМ	142
РАЗДЕЛ 4	
ДЕФОРМАЦИЯ В ТВЕРДОМ ТЕЛЕ	153
Задача № 19	
ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ СДВИГА ПО ДЕФОРМАЦИИ КРУЧЕНИЯ	153
ТЕМА 3	
ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ	163
РАЗДЕЛ 1	
ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ. СВОЙСТВА И ОПИСАНИЕ	163
Задача № 20	
ИЗУЧЕНИЕ СВОЙСТВ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ	168
РАЗДЕЛ 2	
ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК	171
Задача № 21	
ЗАКОНЫ ОМА И ПРАВИЛА КИРХГОФА	171
Задача № 22	
ИЗУЧЕНИЕ РАБОТЫ ВАКУУМНОГО ТРИОДА	180

Задача № 23	
ИЗУЧЕНИЕ РАБОТЫ ПОЛУПРОВОДНИКОВОГО ДИОДА ...	192
Задача № 24	
ИЗУЧЕНИЕ РАБОТЫ УСИЛИТЕЛЯ НАПРЯЖЕНИЯ НА ТРАНЗИСТОРЕ	198
Задача № 25	
ИЗУЧЕНИЕ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА	205
Задача № 26	
ИЗУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ	215
Задача № 27	
ИЗУЧЕНИЕ ВЫНУЖДЕННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ В КОЛЕБАТЕЛЬНОМ КОНТУРЕ	231
Задача № 28	
ИЗУЧЕНИЕ РАБОТЫ ЭЛЕКТРОННОГО ОСЦИЛЛОГРАФА	241
Приложение	
КРАТКАЯ ИНФОРМАЦИЯ О РАСПОЛОЖЕНИИ И ФУНКЦИОНАЛЬНОМ НАЗНАЧЕНИИ ОРГАНОВ УПРАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТАХ	252
ТЕМА 4	
МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА.....	254
РАЗДЕЛ 1	
ВЯЗКОСТЬ ГАЗОВ И ЖИДКОСТЕЙ	254
Задача № 29	
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ ПО СКОРОСТИ ИСТЕЧЕНИЯ ЧЕРЕЗ КАПИЛЛЯР	258
Задача № 30	
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ ПО МЕТОДУ СТОКСА	262
Задача № 31	
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЯЗКОСТИ ВОЗДУХА ПО СКОРОСТИ ИСТЕЧЕНИЯ ЧЕРЕЗ КАПИЛЛЯР	266
Задача № 32	
ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ВОЗДУХА	277
РАЗДЕЛ 2	
ПОВЕРХНОСТНОЕ НАТЯЖЕНИЕ ЖИДКОСТЕЙ	282
Задача № 33	
ИЗМЕРЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ С ПОМОЩЬЮ ПРИБОРА РЕБИНДЕРА	286
Задача № 34	
ИЗМЕРЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ КАПИЛЛЯРНЫМ МЕТОДОМ	292

РАЗДЕЛ 3	
ТЕПЛОЕМКОСТЬ ИДЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ	294
Задача № 35	
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ ТЕПЛОЕМКОСТЕЙ ВОЗДУХА ПРИ ПОСТОЯННОМ ДАВЛЕНИИ И ПОСТОЯННОМ ОБЪЕМЕ МЕТОДОМ КЛЕМАНА–ДЕЗОРМА	299
Задача № 36	
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОЕМКОСТИ ВОЗДУХА ПРИ ПОСТОЯННОМ ДАВЛЕНИИ	309
Задача № 37	
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ ТЕПЛОЕМКОСТЕЙ ВОЗДУХА ПО СКОРОСТИ ЗВУКА	315
ТЕМА 5	
ОПТИКА.....	325
РАЗДЕЛ 1	
ЗАКОНЫ ОТРАЖЕНИЯ И ПРЕЛОМЛЕНИЯ СВЕТА. ПОКАЗАТЕЛЬ ПРЕЛОМЛЕНИЯ	325
Задача № 38	
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ ЖИДКИХ И ТВЕРДЫХ ТЕЛ.....	325
РАЗДЕЛ 2	
ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА	340
Задача № 39	
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ СТЕКЛЯННОЙ ПЛАСТИНКИ ИЗ ОПЫТОВ ПО ИНТЕРФЕРЕНЦИИ СВЕТОВЫХ ВОЛН	340
Задача № 40	
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ ВОЛНЫ ИСТОЧНИКА СВЕТА С ПОМОЩЬЮ БИЛИНЗЫ И БИПРИЗМЫ	351
Задача № 41	
ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАДИУСА КРИВИЗНЫ ЛИНЗЫ МЕТОДОМ КОЛЕЦ НЬЮТОНА	356
Задача № 42	
ИЗУЧЕНИЕ ВЛИЯНИЯ НЕМОНОХРОМАТИЧНОСТИ СВЕТА НА ИНТЕРФЕРЕНЦИОННУЮ КАРТИНУ	370
РАЗДЕЛ 3	
ДИФРАКЦИЯ СВЕТА	375
Задача № 43	
ИЗУЧЕНИЕ ДИФРАКЦИИ ФРЕНЕЛЯ	375
Задача № 44	
ИЗУЧЕНИЕ ДИФРАКЦИИ ФРАУНГОФЕРА НА ЩЕЛИ ПРИ ПОМОЩИ ГАЗОВОГО ЛАЗЕРА	380

Задача № 45	
ИЗУЧЕНИЕ ДИФРАКЦИИ ФРАУНГОФЕРА НА ОДНОЙ ШЕЛИ И НА ДИФРАКЦИОННЫХ РЕШЕТКАХ.....	391
Задача № 46	
ИЗУЧЕНИЕ ДИФРАКЦИОННОЙ РЕШЕТКИ	395
РАЗДЕЛ 4	
ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА	400
Задача № 47	
ИЗМЕРЕНИЕ УГЛА БРЮСТЕРА ПРИ ОТРАЖЕНИИ СВЕТА ОТ СТЕКЛЯННОЙ ПЛАСТИНКИ, НАХОЖДЕНИЕ НАПРАВЛЕНИЙ ПРОПУСКАНИЯ ПОЛЯРОИДОВ И ПРОВЕРКА ЗАКОНА МАЛЮСА	400
Задача № 48	
ИЗУЧЕНИЕ ОСНОВНЫХ ЯВЛЕНИЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ СВЕТА	412
Задача № 49	
ИЗУЧЕНИЕ ЯВЛЕНИЯ ПРОХОЖДЕНИЯ СВЕТА ЧЕРЕЗ ДВА ДВУПРЕЛОМЛЯЮЩИХ КРИСТАЛЛА	425
Задача № 50	
ИЗУЧЕНИЕ ВРАЩЕНИЯ ПЛОСКОСТИ ПОЛЯРИЗАЦИИ СВЕТА	440
Задача № 51	
ДИСПЕРСИЯ ВРАЩЕНИЯ ПЛОСКОСТИ ПОЛЯРИЗАЦИИ	445
ТЕМА 6	
СТРОЕНИЕ ВЕЩЕСТВА	449
РАЗДЕЛ 1	
КВАНТОВАЯ ОПТИКА	449
Задача № 52	
ИЗМЕРЕНИЕ ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУР С ПОМОЩЬЮ ОПТИЧЕСКОГО ПИРОМЕТРА С ИСЧЕЗАЮЩЕЙ НИТЬЮ	449
Задача № 53	
ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАБОТЫ ВЫХОДА ЭЛЕКТРОНОВ ПО ТЕРМОЭМИССИИ	457
Задача № 54	
ИЗУЧЕНИЕ ВНЕШНЕГО ФОТОЭФФЕКТА	464
Задача № 55	
ИЗУЧЕНИЕ ВНУТРЕННЕГО ФОТОЭФФЕКТА	472
РАЗДЕЛ 2	
АТОМНАЯ ФИЗИКА	482
Задача № 56	
ИЗУЧЕНИЕ СПЕКТРА АТОМАРНОГО ВОДОРОДА И КАЧЕСТВЕННЫЙ СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ	482

Задача № 57	
ОПЫТ ФРАНКА И ГЕРЦА	496
РАЗДЕЛ 3	
ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА	507
Задача № 58	
ИЗУЧЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ СОПРОТИВЛЕНИЯ МЕТАЛЛОВ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ	507
Задача № 59	
ИЗМЕРЕНИЕ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ ...	514
Задача № 60	
ИССЛЕДОВАНИЕ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ГИСТЕРЕЗИСА В СЕГНЕТОЭЛЕКТРИКАХ	525
Задача № 61	
ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ, ПОДВИЖНОСТИ И ТИПА НОСИТЕЛЕЙ ТОКА С ПОМОЩЬЮ ЭФФЕКТА ХОЛЛА	534
Задача № 62	
ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ ЭЛЕКТРОСОПРОТИВЛЕНИЯ ПОЛУПРОВОДНИКОВ	543
Задача № 63	
ИЗУЧЕНИЕ СТАТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК БИПОЛЯРНОГО ТРАНЗИСТОРА	547
Задача № 64	
ИЗУЧЕНИЕ КРИВОЙ НАМАГНИЧЕНИЯ ФЕРРОМАГНЕТИКА БАЛЛИСТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ	558
Задача № 65	
ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ ПЕТЛИ ГИСТЕРЕЗИСА ФЕРРОМАГНЕТИКА	572
Задача № 66	
ИЗМЕРЕНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ МЕТОДОМ ЯДЕРНОГО МАГНИТНОГО РЕЗОНАНСА	586

По вопросам приобретения книг обращайтесь:

Отдел продаж «ИНФРА-М» (оптовая продажа):
127282, Москва, ул. Полярная, д. 31в, тел.: (495) 380-4260; факс: (495) 363-9212
E-mail: books@infra-m.ru

Магазин «Библиосфера» (розничная продажа):
109147, Москва, ул. Марксистская, д. 9, тел. (495) 670-5218, 670-5219

Отдел «Книга—почтой»:
тел. (495) 363-4260 (доб. 232, 246)

Центр комплектования библиотек:
119019, Москва, ул. Моховая, д. 16 (Российская государственная библиотека, кор. К)
тел. (495) 202-9315

Учебное издание

ОБЩАЯ ФИЗИКА: РУКОВОДСТВО ПО ЛАБОРАТОРНОМУ ПРАКТИКУМУ

Учебное пособие

Редактор *Е.Г. Соболевская*
Корректор *М.В. Литвинова*
Компьютерная верстка *Е.В. Орешкина*

ЛР № 070824 от 21.01.93

Подписано в печать 20.11.2007.
Формат 60х90/16. Гарнитура Newton.
Бумага офсетная. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 38,0. Уч.-изд. л. 35,64.
Тираж 2000. Заказ №
Цена свободная.

Издательский Дом «ИНФРА-М».
127282, Москва, Полярная, 31в.
Тел.: (495) 380-05-40, 380-05-43.
Факс: (495) 363-92-12.
E-mail: books@infra-m.ru.
<http://www.infra-m.ru>